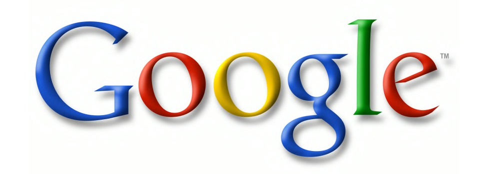
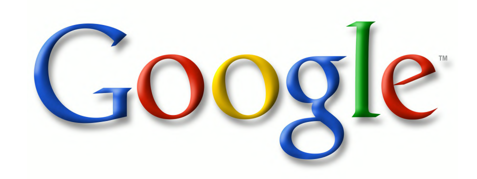

Google




VE
RI
TAS

COURS
DE
PHYSIQUE

PAR

J. VIOLLE

MAITRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE NORMALE

TOME II
ACOUSTIQUE ET OPTIQUE

DEUXIÈME PARTIE

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Avec 276 figures dans le texte.

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, Boulevard Saint-Germain, en face de l'École de Médecine

M DCCC XCII

COURS

DE

PHYSIQUE

CONDITIONS DE LA PUBLICATION

Le tome premier du **Cours de Physique** forme un volume de mille pages publié en 2 parties (PHYSIQUE MOLÉCULAIRE).

PRIX DU TOME I. . . . . 28 fr.

Le tome II est publié en 3 parties :

ACOUSTIQUE : 300 pages, 163 figures. . . . . . . 9 fr.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE : 354 pages, 276 figures. 10 fr.

OPTIQUE PHYSIQUE (*sous presse*).

L'OUVRAGE COMPLET FORMERA QUATRE VOLUMES.

7227-94. — CORBEIL Imprimerie Éd. CRÉTÉ

COURS

DE

PHYSIQUE

PAR

Jules
J. VIOLLE

MAITRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE NORMALE

TOME II

ACOUSTIQUE ET OPTIQUE

DEUXIÈME PARTIE

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Avec 276 figures dans le texte.

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, Boulevard Saint-Germain, en face de l'École de Médecine

TABLE DES MATIÈRES

DE LA DEUXIÈME PARTIE DU TOME II

OPTIQUE

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

CHAPITRE I

PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIÈRE

411. Propagation rectiligne. — Ombres. — Chambre obscure.................. 311

CHAPITRE II

RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE

I. — LOI DE LA RÉFLEXION.

412. Loi de la réflexion. — Partage de la lumière entre deux milieux. — Loi de la réflexion. — Remarque. — Vérifications expérimentales. — *a*) Appareil de Silbermann. — *b*) Théodolite.................................. 317

II — MIROIRS PLANS.

413. Propriétés des miroirs plans. — Image d'un point. — Image d'un objet. — Usages. — Effets magiques... 323
414. Mesure des angles. — 1° Mesure d'un angle plan. — Méthode de Poggendorff. — Sextant. — 2° Mesure d'un angle dièdre..................... 328
415. Goniomètres. — Goniomètre de Fraunhofer. — Goniomètre de Charles. — Goniomètre de Babinet. — Goniomètre de Wollaston............... 332
416. Héliostats. — Porte-lumière. — Héliostat de Fahrenheit. — Héliostat de S'Gravesande. — Héliostat de Gambey. — Héliostat de Silbermann. — Héliostat de Foucault. — Sidérostat.................................. 338
417. Miroirs parallèles.. 350
418. Miroirs inclinés. — Caléidoscope. — Caisses catoptriques................ 353

III. — MIROIRS SPHÉRIQUES.

419. Propriétés des miroirs sphériques. — Réflexion sur une surface courbe. — Définition. — Image d'un point. — Formule ordinaire. — Autre forme. — Points en dehors de l'axe principal. — Image d'une droite. — Formule du grossissement. — Puissance. — Construction géométrique. — Vérifications expérimentales. — Mesure de la distance focale d'un miroir sphérique. — *a*) Miroir concave. — *b*) Miroir convexe. — Aberrations. — Caustiques. — Insuffisance des considérations précédentes 358
420. Miroirs paraboliques. — Procédé de Foucault 381
421. Miroirs cylindriques et coniques 386

CHAPITRE III

RÉFRACTION

I. — LOI DE LA RÉFRACTION.

422. Loi de la réfraction. — Énoncé de Descartes. — Règle de Fermat. — Valeur théorique de l'indice. — Vérifications expérimentales. — *a*) Ptolémée. — *b*) Képler. — *c*) Descartes. — *d*) Newton. — Principe du retour inverse des rayons. — Conséquences de la loi de la réfraction. — Réflexion totale. — Fontaines lumineuses 387

II. — LAMES.

423. Réfraction à travers une surface plane. — Pas d'image proprement dite. — Caustique par réfraction 400
424. Réfraction à travers une lame à faces parallèles. — Pas de déviation. — Moyen de reconnaître le parallélisme des deux faces d'une lame. — Moyen de reconnaître la planéité d'une surface. — Déplacement. — Rapprochement 403
425. Réfraction à travers deux ou plusieurs lames parallèles. — Réfraction atmosphérique 405

III. — PRISME.

426. Réfraction à travers un prisme. — Définitions. — Formules. — Influence de l'indice. — Influence de l'angle. — Condition d'émergence. — Influence de l'incidence. — Déviation minimum. — Foyer du prisme. — Réfraction dans une direction oblique à la section principale 407

IV. — LENTILLES.

427. Réfraction à travers une surface sphérique de faible ouverture 417
428. Réfraction à travers un système de surfaces sphériques centrées. — Conservation de l'homocentricité. — Lentilles infiniment minces. — Lentilles infiniment minces dans l'air. — Propriétés générales d'un système centré quelconque. — Lentilles épaisses. — Combinaison de deux systèmes optiques. — Lentille équivalente 422
429. Détermination expérimentale des éléments caractéristiques d'un système optique. — Mesure de la puissance d'une lentille mince. — Détermination des éléments principaux d'un système optique 447
430. Aberrations. — Cas d'une surface sphérique. — Condition de l'aplanétisme. — Cas de deux surfaces sphériques. — Combinaisons de lentilles. — Pro-

jecteur Mangin. — Lentilles à échelons de Fresnel. — Défauts des grandes images........ 454
431. Propriétés générales d'un faisceau lumineux. — Théorème de Malus. — Théorème de Sturm........ 468
432. Lentilles cylindriques........ 471

CHAPITRE IV

DISPERSION

I. — HÉTÉROGÉNÉITÉ DE LA LUMIÈRE BLANCHE.

433. Expériences de Newton. — Phénomène fondamental. — Explication de Newton. — Complexité de la lumière blanche. — Relation entre la coloration et la réfrangibilité. — Spectre solaire. — Faits à l'appui de l'explication de Newton. — *a*) Polyprisme. — *b*) Réflexion totale. — *c*) Lentilles. — Simplicité des rayons séparés par le prisme. — *a*) Expérience des prismes croisés. — *b*) Inaltérabilité d'un pinceau isolé. — *c*) Éclairement par une lumière simple. — Recomposition de la lumière blanche. — *a*) Recomposition par les sept miroirs. — *b*) Recomposition par les prismes. — *c*) Recomposition par les lentilles. — *d*) Recomposition par la superposition des effets physiologiques. — Conclusion. — Procédé pour obtenir un spectre pur. — Raies de Fraunhofer........ 475
434. Spectroscope. — Histoire du spectroscope. — Spectroscope de Kirchhoff et Bunsen. — Étude théorique de l'appareil. — Spectroscopes à plusieurs prismes. — Spectroscopes à vision directe. — Spectroscope Thollon. — Échelles spectroscopiques. — Importance du spectroscope........ 492
435. Étude des différentes sources de lumière. — Extension des recherches relatives à la décomposition de la lumière. — Spectres d'émission. — Deux espèces de spectres d'émission. — Spectres continus des liquides et des solides. — Spectres discontinus des vapeurs ou gaz. — Différents moyens de volatiliser les corps pour obtenir leur spectre. — *a*) Flammes. — *b*) Décharges. — Analyse spectrale. — Spectres des métaux. — Spectres des métalloïdes. — Spectres d'absorption. — Absorption par les gaz. — Raies telluriques. — Raies solaires. — Théorie de Kirchhoff. — Renversement des raies. — Raies spontanément renversables. — Cartes du spectre solaire. — Tableau des principales raies. — Résultats de l'analyse spectrale relativement à la constitution des astres. — Résultats de l'analyse spectrale relativement au mouvement des astres. — Absorption par les liquides et les solides........ 504

II. — MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION.

436. Mesure des indices à l'aide du prisme. — Méthode générale. — Vérification de la loi de Descartes. — Mesure des indices des solides et des liquides. — Indices des gaz. — Déterminations de Biot et Arago. — Mesures de Dulong. — Expériences de M. Le Roux........ 541
437. Mesure des indices par la réflexion totale. — Procédé de Wollaston. — Généralisation de ce procédé. — Courbe limite. — Appareil de M. Kohlrausch. — Réfractomètre de Soret. — Observation par transmission. — Mesure des indices des liquides : Terquem et Trannin; E. Wiedemann. — Totalréflectomètre de Pulfrich. — Réfractomètre Bertrand........ 550
438. Mesure des indices des lames à faces parallèles. — Procédé du duc de Chaulnes. — Modification de Bertin........ 557
439. Résultats. — Gaz. — Liquides. — Loi de Gladstone. — Solides........ 558

III. — ACHROMATISME.

440. Aberration de réfrangibilité. — Décomposition de la lumière par une lentille. — Histoire de l'achromatisme. — Lentilles achromatiques. — Prismes achromatiques. — Diasporamètres : Boscowitch, Rochon, Brewster 568

IV. — COULEURS.

441. Composition des couleurs. — Principes. — Cercle de Newton. — Couleurs fondamentales. — Étude des couleurs spectrales. — Triangle de Maxwell. 576

CHAPITRE V

INSTRUMENTS D'OPTIQUE

I. — ŒIL.

442. Œil. — Description physique. — Conception théorique : Listing, Volkmann. — Théorie physique de la vision. — Expérience du P. Scheiner. — Vue distincte. — Inégale sensibilité des diverses parties de la rétine : *punctum cæcum*, *fovea centralis*. — Accommodation : images de Sanson. — Diverses sortes de vues. — Aberrations. — Persistance des impressions lumineuses sur la rétine : thaumatrope, phénakisticope, cercles de Faraday. — Vision binoculaire. — Stéréoscope : Wheatstone, Brewster, d'Almeida 583

II. — INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

443. Propriétés générales. — Puissance. — Grossissement. — Pouvoir séparateur. — Clarté. — Champ........ 598
444. Loupe. — Principe. — Puissance. — Grossissement. — Pouvoir séparateur. — Clarté. — Champ. — Loupes complexes. — Loupes diaphragmées. — Loupes composées. — Loupe Stanhope. — Oculaires composés......... 604
445. Microscope. — Principe. — Puissance. — Grossissement. — Champ. — Diaphragme. — Anneau oculaire. — Clarté. — Détails sur la construction. — Objectif. — Oculaire. — Corps. — Mise au point. — Perte apparente d'accommodation de l'œil regardant au microscope. — Instrument pour la photographie. — Mesure de la puissance. — Chambre claire. — Détermination du pouvoir séparateur........ 612
446. Lunette astronomique. — Principe. — Grossissement. — Champ. — Anneau oculaire. — Clarté. — Pouvoir séparateur. — Détails sur la construction. — Objectif. — Oculaire. — Oculaire terrestre. — Longue-vue. — Mesure du grossissement. — Instrument pour la photographie........ 629
447. Lunette de Galilée. — Principe. — Grossissement. — Anneau oculaire. — Champ. — Clarté. — Détails de construction. — Usages. — Loupe de Chevalier ou de Brücke. — Lunette retournée 641
448. Télescopes. — Principe. — Télescope de Newton. — Télescope d'Herschell. — Télescope de Grégory. — Télescope de Cassegrain. — Télescope de Foucault........ 647
449. Histoire des instruments d'optique........ 651
450. Appareils de projection et de photographie. — Méthode générale de projection. — Microscope solaire. — Appareils de projection de Duboscq. — Ophtalmoscope. — Chambre noire. — Objectifs photographiques........ 657

OPTIQUE

De toutes les théories physiques, celle de la lumière est en même temps la plus solide et la plus délicate. Construit par l'effort admirable de Fresnel, le système des ondes règne sans conteste. Cependant, « nous ne nous proposerons pas de partir d'une hypothèse complète, formulée dans une suite de postulata sur la nature des vibrations lumineuses et la constitution du milieu où se propage la lumière, pour en déduire toute la série des phénomènes optiques (¹) ».

Moins encore aujourd'hui qu'il y a vingt ans une méthode aussi synthétique serait-elle applicable. Si en effet la théorie de Fresnel, avec quelques perfectionnements de détail, rend compte de tous les faits actuellement connus, d'autres idées ont été émises qui ne sauraient être passées sous silence; et lorsque plusieurs explications également plausibles se trouvent en présence, le choix ne devient possible entre elles que par une discussion supposant la connaissance de l'ensemble des choses, et mieux placée par conséquent à la fin qu'au début de l'optique.

Nous commencerons donc par l'exposé des faits qui peuvent être étudiés sans hypothèse aucune sur la nature de la lumière et à l'aide de simples considérations géométriques : d'où le nom d'*optique géométrique* sous lequel cette partie de la science est habituellement désignée.

(¹) VERDET, *Optique physique*, I, 69. Paris, Masson; 1869.

On appelle plus particulièrement *optique physique* l'étude méthodique des phénomènes qui trouvent leur explication nécessaire dans l'hypothèse ondulatoire et qui permettent en même temps de préciser graduellement cette hypothèse.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

CHAPITRE PREMIER

PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIÈRE

411. Propagation rectiligne. — Quand une source de lumière S est cachée à notre œil O par un écran *opaque* E, il suffit d'écarter l'écran de façon à découvrir la ligne droite SO pour que l'œil voie la lumière. Ce fait d'expérience vulgaire a été érigé

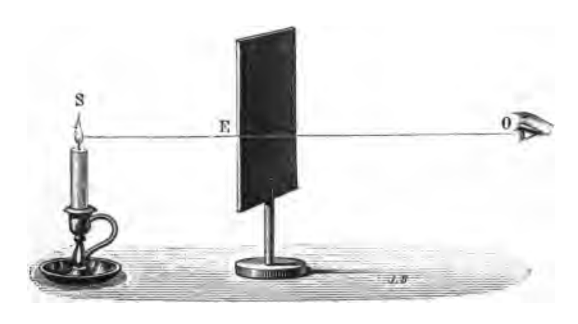


Fig. 164

en principe. Nous admettrons donc, sous réserve d'une discussion ultérieure, que *dans un milieu homogène la lumière se meut en ligne droite.* Toute droite suivant laquelle se meut la lumière prend le nom de *rayon.*

Ce principe explique aisément les phénomènes bien connus des ombres et de la chambre obscure.

Ombres. — On voit immédiatement que sur un corps mis en présence d'un point lumineux la partie éclairée est limitée par la courbe de contact d'un cône partant du point et circonscrit au corps, et que la portion de l'espace comprise à l'intérieur de ce

cône d'ombre au delà de la courbe de contact avec le corps est tout entière dans l'obscurité.

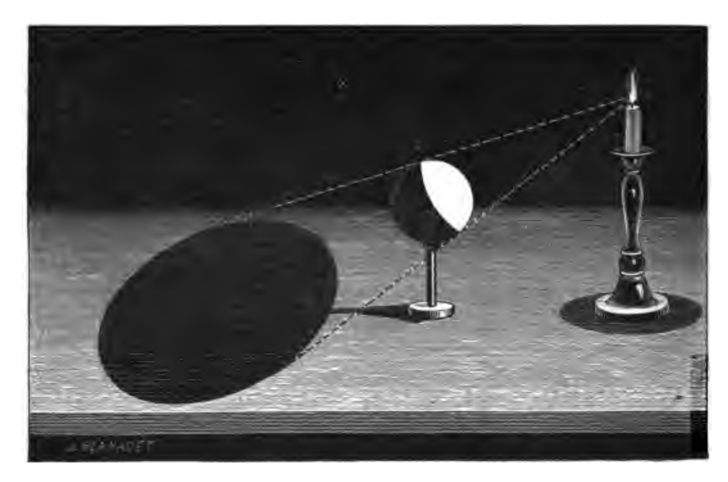


Fig. 165

Lorsque la source lumineuse a des dimensions sensibles, outre l'ombre régnant dans toute la partie postérieure du cône circonscrit extérieurement, il y a une *pénombre*, limitée par le cône circonscrit intérieurement au corps et à la source : pour un point quelconque du champ situé dans ce cône au delà de la courbe de contact avec le corps et en dehors de l'ombre, un éclairement partiel forme transition entre l'obscurité complète et la pleine lumière.

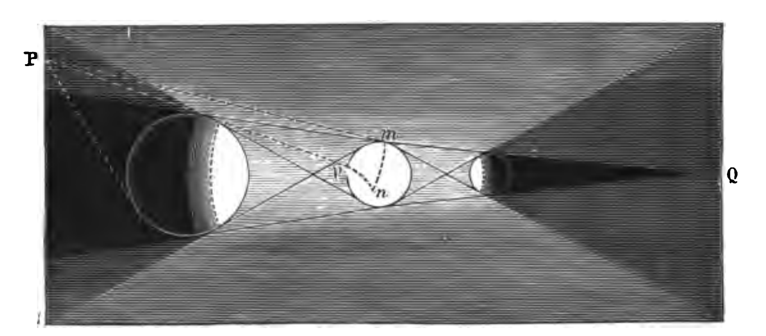


Fig. 166

La figure 166 montre la distribution de l'ombre et de la pénombre pour deux sphères éclairées par un globe lumineux. L'une des sphères est plus grosse que le globe, l'autre plus petite.

Dans le premier cas, qui se présente fréquemment avec nos luminaires artificiels, l'œil placé en un point P de l'espace compris au delà du corps entre les deux cônes voit la partie *mnpn'* de la

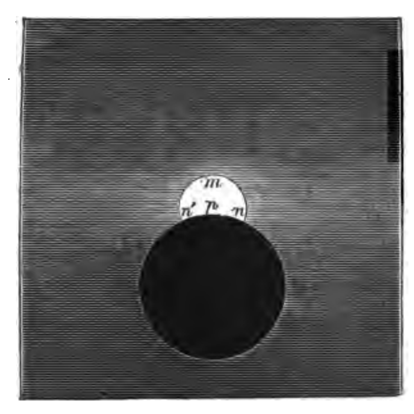
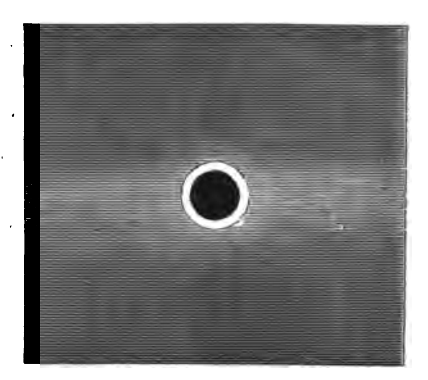


Fig. 167


Fig. 168

source. Un écran établi en P reçoit la lumière de cette portion : la pénombre sera d'autant moins large, par conséquent l'ombre d'autant mieux accusée, que la source sera plus petite et l'écran plus rapproché.

Au deuxième cas se rapporte l'éclairement par le soleil. L'ombre laissée par le soleil sur un objet terrestre se limite très nettement. Elle est encore très distincte sur un écran rapproché de l'objet; mais au fur et à mesure que l'écran est éloigné, la pénombre s'élargit, l'ombre se rétrécit et finit par s'effacer. Comme tout à l'heure, l'œil placé entre les deux cônes voit une portion de la source d'autant plus grande qu'il s'écarte davantage de l'ombre. Circonstance nouvelle, la partie visible de la source peut affecter la forme d'un anneau lumineux entourant le corps opaque : telle sera l'apparence pour l'œil placé en Q au delà du sommet S du cône d'ombre.

Ces considérations s'appliquent aux *éclipses*.

Derrière la terre se projette un cône d'ombre beaucoup plus long

que le rayon de l'orbite lunaire : la lune (lorsqu'elle est pleine) peut être rencontrée par ce cône d'ombre, et comme il est suffisamment large, elle peut y disparaître en entier. Ainsi l'interposition de la terre entre le soleil et la lune produit les éclipses de lune,

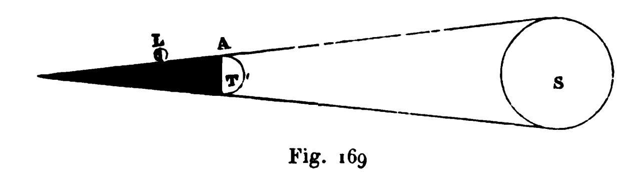


Fig. 169

éclipses partielles quand la lune ne pénètre qu'en partie dans le cône d'ombre de la terre, éclipses totales quand elle y entre complètement.

La lune entraîne aussi derrière elle un cône d'ombre, dont l'axe



Fig. 170

peut rencontrer la terre (à la nouvelle lune), la pointe du cône dépassant notre planète ou restant en deçà selon les circonstances. Si l'ombre arrive jusqu'à la terre, il y a éclipse totale de soleil pour tous les points que cette ombre vient à couvrir : le soleil leur

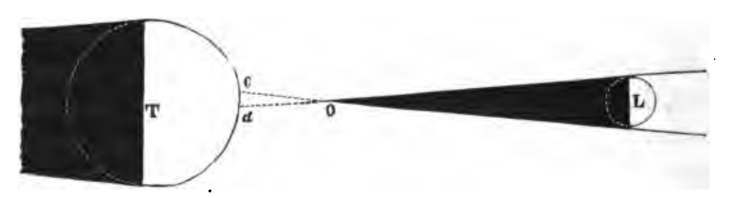


Fig. 171

est momentanément masqué comme par un nuage qui se déplacerait rapidement d'un bord à l'autre de l'hémisphère terrestre éclairé. Si c'est seulement le prolongement du cône d'ombre qui rencontre la terre, l'éclipse est annulaire pour tous les points

successivement atteints par ce prolongement. De part et d'autre de la bande étroite sur laquelle l'éclipse est totale ou annulaire, s'étend d'ailleurs un large espace où l'on observe une éclipse partielle, de plus en plus faible à mesure qu'on s'approche de la surface du cône de pénombre, en dehors duquel tout phénomène disparaît.

Chambre obscure. — Quand la lumière venant d'objets extérieurs convenablement éclairés pénètre dans une chambre obscure par une ouverture étroite, elle donne sur un écran blanc opposé à l'ouverture un tableau renversé de ces objets. Si l'on considère chaque point extérieur comme le sommet d'un cône de rayons circonscrit à l'ouverture et marquant sur l'écran une petite tache lumineuse, on comprend immédiatement et la formation

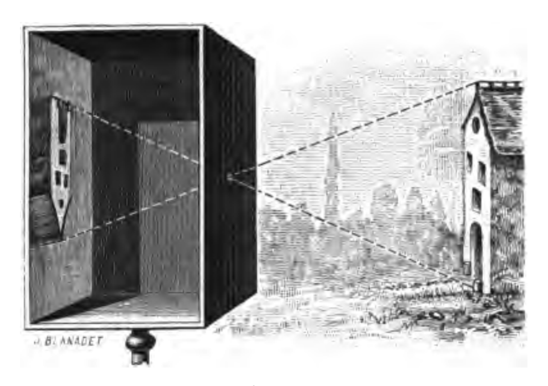


Fig. 172

et les imperfections du tableau. On conçoit aisément que la forme de l'ouverture, supposée toujours très petite, n'a pas d'effet sensible, hormis sur les bords (1).

Très anciennement connue sans doute, la chambre obscure fournit à Léonard de Vinci (2) l'indication exacte du rôle de l'œil dans la

(1) Si dans ce tableau on veut distinguer les cinq qualités d'une image optique, nature, situation, grandeur, clarté et netteté, on dira que l'image est réelle et renversée, que sa grandeur est à celle de l'objet comme leurs distances respectives à l'ouverture, que la clarté est directement proportionnelle à la surface de l'ouverture et inversement proportionnelle aux carrés des distances de l'image et de l'objet à l'ouverture, tandis que la netteté est d'autant plus grande que la surface de l'ouverture est plus petite et la distance de l'objet plus grande.

(2) VINCI (Leonardo de) (1452-1519). *Œuvres manuscrites.*

vision. Porta [1] remplaça l'ouverture étroite par une large lentille, ce qui augmenta à la fois la clarté et la netteté de l'image, comme on le verra plus loin.

Un cas particulier du phénomène précédent est l'apparence du *pinceau solaire transmis par une ouverture étroite*. Quelle que soit

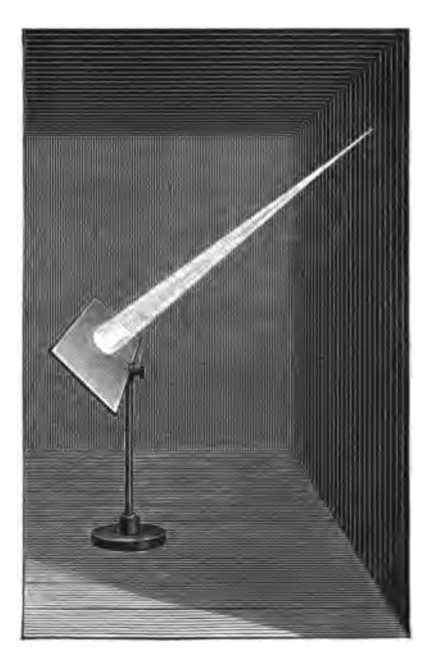


Fig. 173

la forme de cette ouverture, la section du pinceau par un plan perpendiculaire à sa direction est un cercle légèrement estompé sur les bords; si le plan est oblique, la section est une ellipse. Tout le monde sait que la lumière du soleil, tamisée par le feuillage d'un arbre, dessine sur le sol des taches lumineuses circulaires ou elliptiques. Pendant une éclipse de soleil, ces taches se changent en croissants d'autant plus accusés que l'éclipse est plus complète.

([1] PORTA (Giambattista della), *Magia naturalis*, 2e édit., 1589. La première édition de ce livre, écrit par Porta à l'âge de quinze ans, avait paru à Naples en 1553, avait été réimprimée en 1558, reproduite à Anvers en 1564 et traduite dans toutes les langues.

CHAPITRE II

RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE

I. — Loi de la réflexion.

412. Loi de la réflexion. — *Partage de la lumière entre deux milieux.* — Lorsqu'un rayon lumineux se propageant dans un certain milieu vient à en rencontrer un deuxième, un partage s'effectue entre les deux milieux : tandis qu'une portion de la lumière pénètre dans le deuxième milieu où elle suit une route nouvelle (*réfraction*), le reste revient en arrière dans le premier. Ce reste se partage lui-même en deux parties, dont l'importance relative dépend du degré de poli que présente la surface de séparation des deux milieux : si cette surface était parfaitement polie, toute la lumière qui rebrousse chemin suivrait une direction unique et rigoureusement déterminée (*réflexion*) ; une surface absolument dépolie renverrait au contraire la lumière dans toutes les directions (*diffusion*) [1] ; en général, les deux faits se produiront simultanément.

Considérons d'abord la réflexion.

Ce phénomène frappa le premier homme qui vit son image dans une eau tranquille. Mais les miroirs naturels ne lui suffirent pas longtemps : l'Exode mentionne des miroirs artificiels, et l'on en a retrouvé dans les plus anciens tombeaux égyptiens. Ce furent d'abord des miroirs métalliques (bronze ou argent), parfois de l'obsidienne; le verre ne servit que plus tard; et les miroirs étamés sont relativement modernes : l'argenture par procédé chimique est toute récente. De bonne heure aussi, on utilisa la réflexion par les surfaces courbes : aux premiers jours de Rome, nous voyons

[1] C'est par la lumière diffusée à leur surface que nous voyons les objets.

Numa rallumer le feu sacré de Vesta au moyen des rayons du soleil concéntrés par un miroir ardent. La connaissance de ces faits avait nécessairement conduit les anciens philosophes à rechercher le mécanisme de la formation des images dans les miroirs. On trouve en effet dans la *Catoptrique* (κατὰ, dans; ὄπτομαι, voir) d'Euclide (300 av. J.-C.) la loi célèbre (350) :

Loi de la réflexion. — Le rayon incident et le rayon réfléchi sont dans un même plan normal à la surface réfléchissante et font des angles égaux avec la normale au point d'incidence.

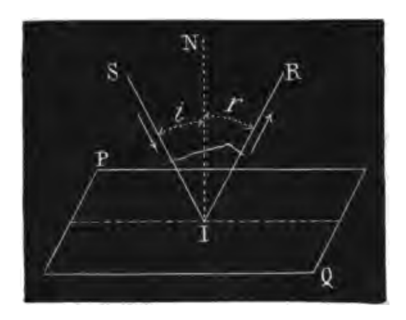


Fig. 174

Le rayon réfléchi IR est contenu dans le *plan d'incidence* défini par le rayon incident SI et la normale IN au point d'incidence; l'*angle d'incidence* SIN est égal à l'*angle de réflexion* RIN.

Remarque. — Héron d'Alexandrie ajouta cette remarque féconde, que la lumière en se réfléchissant suit le chemin le plus court que l'on puisse tracer entre le point de départ et le point d'arrivée en touchant le miroir.

Il est aisé de vérifier qu'en effet, si l'on assujettit la lumière émanée du point S à se rendre au point R par le chemin le plus court en touchant le miroir PQ, que nous supposerons plan [1], elle doit suivre précisément la route assignée par la loi de la réflexion. Soit AB la projection de SR sur le plan PQ. Nous allons montrer d'abord que le chemin le plus court doit être contenu tout entier dans le plan SAB, normal au miroir PQ. Si en effet on suppose

[1] Si la surface réfléchissante n'est pas plane, le théorème est encore vrai d'une manière générale; mais il peut se trouver en défaut dans certains cas très particuliers (LÉVISTAL, *Ann. de l'Éc. norm.*, t. IV, 195; 1868).

que la lumière rencontre le miroir en un point G situé hors de AB, en abaissant de G la perpendiculaire GK sur AB et en menant les droites SK et KR qui se trouveront perpendiculaires à KG, on verra immédiatement que le chemin SGR n'est pas le plus court possible, puisque chacune des obliques SG, GR est plus longue que la perpendiculaire correspondante SK,KR.

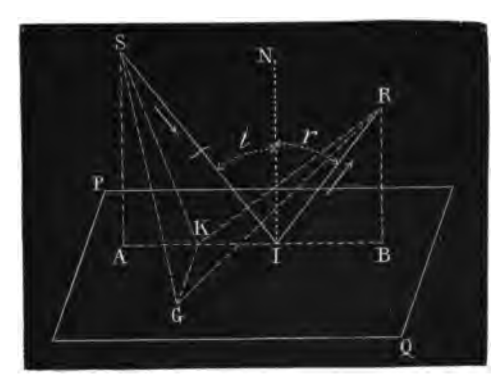


Fig. 175

Cela posé, cherchons sur la ligne AB le point I tel que SI+IR soit minimum. Posons SA$=a$, RB$=b$, AB$=d$ et AI$=x$. Pour que $\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+(d-x)^2}$ soit minimum, il faut que la dérivée de cette expression (qui n'est susceptible d'aucun maximum fini) s'annule, ou que

$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$$

Mais la première fraction représente précisément le sinus de l'angle d'incidence i, et la deuxième le sinus de l'angle de réflexion r; et comme les angles i et r sont nécessairement l'un et l'autre plus petits que 90°, la condition précédente revient à

$$i = r,$$

ce qui est la deuxième partie de la loi.

Vérifications expérimentales. — a) *Appareil de Silberman.* — Dans les cours, on vérifie ordinairement la loi de la réflexion au moyen d'un appareil consistant essentiellement en un miroir horizontal A, fixé au centre du cercle gradué vertical MBNB' sur lequel peuvent

se mouvoir deux alidades S et R. La lumière, amenée par le miroir *m* sur le diaphragme *o*, traverse une petite ouverture ménagée dans ce diaphragme, puis, restreinte au besoin par un deuxième diaphragme reposant sur le miroir, elle forme un pinceau étroit *oc*,

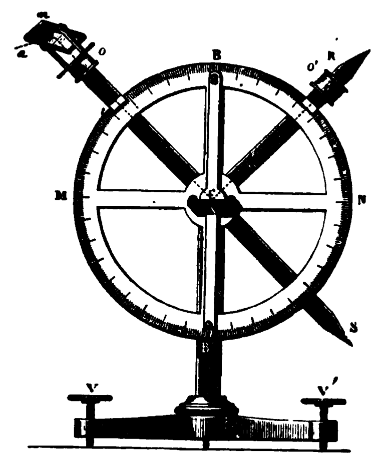


Fig. 176

dirigé suivant la première alidade S; ce faisceau tombe sur le miroir A, s'y réfléchit suivant *co'* et sort par l'ouverture *o'* du diaphragme *d* porté par la deuxième alidade R, si celle-ci fait avec la verticale même angle que la première. La figure représente l'appareil tel que le construisit Silbermann. Dans certains modèles, les deux alidades sont reliées par deux tiges formant un parallélogramme articulé dont un sommet glisse sur la règle *c*B; les deux angles *oc*B et B*co'* étant alors constamment égaux, on observe que, quelle que soit la direction du rayon incident déterminée par l'alidade S, le rayon réfléchi suit toujours l'alidade R. La démonstration est d'ailleurs forcément un peu grossière.

b) *Théodolite*. — On obtient une vérification beaucoup plus satisfaisante en relevant au théodolite la distance zénithale *z* d'une étoile directement d'abord, puis par réflexion sur un bain de mercure.

Le théodolite (θέα, vision; δῆλος, clair; ἴτυς, circonférence (?)) se compose essentiellement d'une lunette G, mobile sur un cercle gradué vertical A, qui peut tourner lui-même autour d'un axe ver-

tical C, muni d'un cercle gradué horizontal E. Un contrepoids D ramène sur l'axe C le centre de gravité du système mobile autour de cet axe; et une lunette H, adaptée au pied de l'instrument, permet d'en vérifier la fixité pendant les expériences.

Pour régler l'appareil, on commence par rendre l'axe C vertical au moyen du niveau F, comme il a été dit à propos du cathéto-

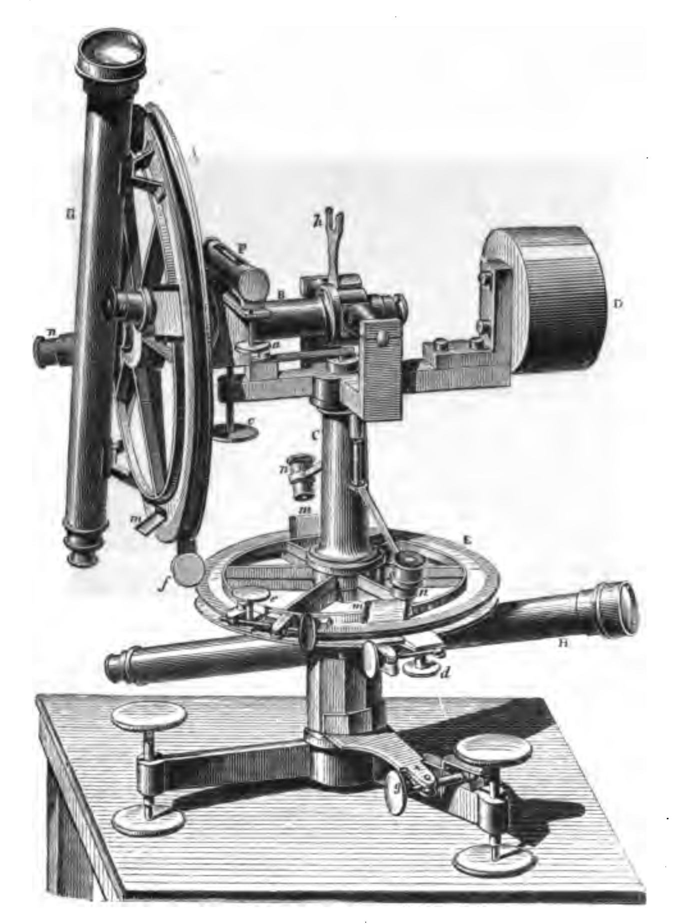


Fig. 177

mètre (112). Ensuite on rend le cercle A vertical : ce cercle étant par construction perpendiculaire à l'axe matériel B qui le supporte, l'opération se réduit à rendre celui-ci horizontal; à cet effet, on

se sert d'un niveau mobile, soutenu par deux fourchettes qui viennent s'appuyer sur deux parties de l'axe B, cylindriques et de même diamètre [1], et l'on procède comme pour rendre horizontal l'axe géométrique de la lunette du cathétomètre.

1° Le théodolite étant bien réglé, on vise l'étoile S avec la lunette supérieure, on fait tourner l'appareil tout entier de 180° autour de son axe vertical [2], on ramène la lunette sur l'étoile par un déplacement égal à $2z$; d'où z.

2° On vise directement l'étoile suivant RS, puis l'image de l'étoile dans le bain de mercure MM'; d'après les lois de la réflexion

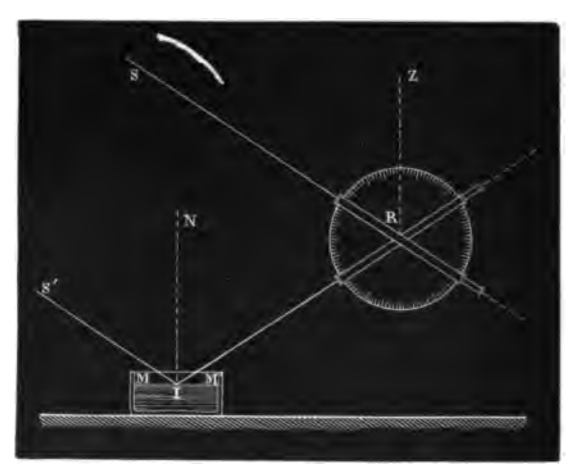


Fig. 178

l'angle NIR étant égal à l'angle S'IN, la lunette a tourné d'un angle $SRI = \pi - 2z$; d'où z.

Les deux procédés donnant des valeurs de z égales entre elles (correction faite du mouvement diurne [3]), la loi sur laquelle on s'est appuyé dans le deuxième cas est par là même démontrée au degré d'exactitude que comportent les observations au théodolite (10″).

[1] Une petite fourche *h* maintient le niveau dans cette position et l'empêche de tomber d'un côté ou de l'autre.

[2] Ce retournement, qui n'a pour but que de suppléer à l'ignorance où l'on se trouve relativement à celui des diamètres du cercle qui est vertical, serait avantageusement remplacé par un pointé sur le nadir, si l'on ne s'astreignait pas, pour la démonstration, à exclure de cette première expérience tout phénomène de réflexion.

[3] La correction sera négligeable pour une étoile assez voisine du pôle.

II. — MIROIRS PLANS.

413. Propriétés des miroirs plans. — *Image d'un point.* — De la loi générale de la réflexion il résulte que tous les rayons émanés d'un point A et arrêtés par le miroir plan MN ont, après réflexion, la même direction que s'ils partaient d'un point A', symétrique de A par rapport au miroir MN.

Par conséquent un œil placé en O, de manière à être frappé par les rayons réfléchis, recevra un cône de rayons ayant pour base l'ouverture PQ de la pupille et pour sommet le point A' : il sera affecté

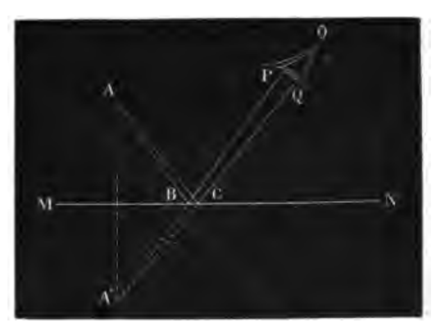


Fig. 179

par ces rayons comme s'ils venaient directement du point A' : il *verra* le point A'. Ce point A' est donc avec raison nommé l'*image* du

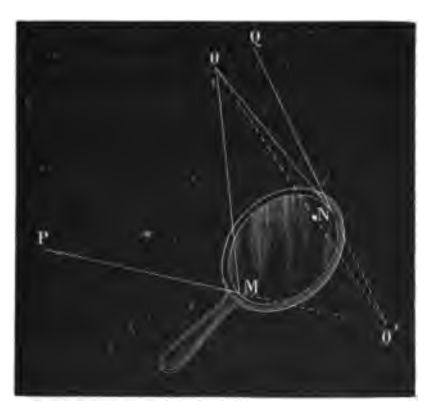


Fig. 180

point A dans le miroir MN; au mot image les physiciens ajoutent ici l'épithète de *virtuelle* pour indiquer que, formée par le con-

cours des prolongements des rayons et non de ces rayons eux-mêmes, l'image n'existe pas réellement.

Les rayons réels sont compris dans le cône APQ, brisé en BC : pour tracer ces rayons il suffit, ayant figuré le cône A'PQ qui découpe sur MN la surface BC, de mener les lignes BA, CA; on a ainsi la marche de la lumière depuis l'objet jusqu'à l'œil.

Le *champ*, c'est-à-dire l'espace comprenant les objets visibles pour l'œil O, est limité par la portion MNPQ du cône O'MN (fig. 180).

Image d'un objet. — Il est facile, d'après ce qui précède, de

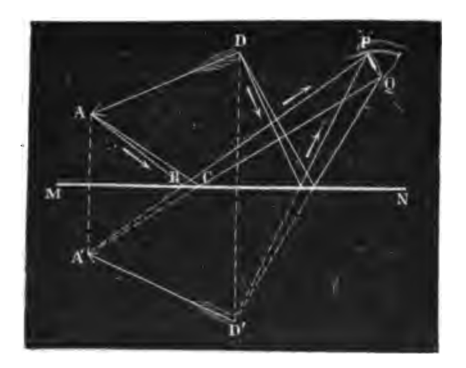


Fig. 181

tracer l'image A'D' de l'objet AD dans le miroir plan MN : image virtuelle, droite, égale à l'objet, et symétrique de celui-ci par rapport au miroir. En raison de cette dernière propriété, l'image n'est généralement pas superposable à l'objet.

La marche des rayons et le champ se déterminent comme plus

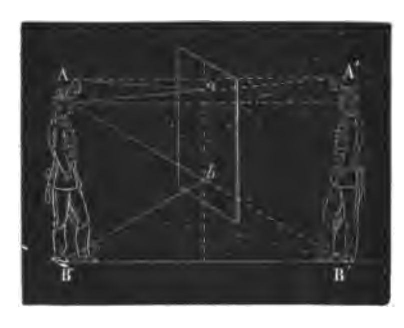


Fig. 182

haut. On en conclura, par exemple, que pour qu'une personne AB

se voie tout entière dans une glace, il suffit que cette glace ait une hauteur *ab*, moitié de celle de la personne AB.

Nous laissons ici de côté l'importante question de l'*intensité*, sur laquelle nous reviendrons plus tard en détail. Dans les miroirs métalliques (parmi lesquels il faut ranger les *glaces* de nos appartements, le tain ou l'argent déposé par derrière constituant la véritable surface réfléchissante), le rayon réfléchi contient toujours une forte proportion de la lumière incidente. Il en est tout autrement avec les substances transparentes : l'intensité du rayon réfléchi, très faible sous l'incidence normale (eau 2 °/₀, verre 4 °/₀), croît rapidement à partir de 45° pour devenir égale à l'unité sous l'incidence rasante.

Usages. — Les usages des miroirs plans sont extrêmement nombreux.

Sans parler de leur emploi continuel, soit à l'intérieur des habitations, soit au dehors comme *réflecteurs* pour éclairer des pièces ne recevant pas directement la lumière du ciel, ou comme *espions* permettant à l'observateur de suivre du coin de son feu les incidents de la rue, nous citerons les *miroirs à* 45°



Fig. 183

au moyen desquels on redresse verticalement un objet horizontal (ou inversement), et nous indiquerons rapidement quelques expériences curieuses qui, bien exécutées, sont d'un effet saisissant.

Effets magiques. — C'est d'abord le *miroir magique*, dans lequel Nostradamus, renouvelant un vieux prodige, montrait encore à Catherine de Médicis des apparitions prophétiques; la figure

ci-contre donne l'explication du phénomène d'après Robertson, le célèbre créateur de la fantasmagorie.

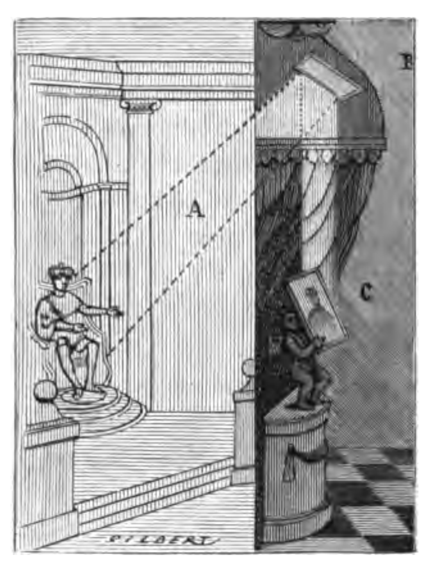


Fig. 184

Au théâtre, les *spectres* s'obtiennent par un moyen analogue, que les figures ci-jointes suffisent à expliquer. Ajoutons, avec Robert Houdin ([1]), que, pour la réussite de l'expérience, la glace sans tain, dans laquelle se forme l'image de l'acteur-spectre, ne doit présenter aucun défaut qui permette aux spectateurs d'en soupçonner l'existence ; la scène doit être faiblement éclairée et par contre l'acteur-spectre doit être inondé de lumière, tandis que le fond sur lequel il se déplace, recouvert de velours noir mat, restera complètement obscur ; enfin il faut que l'acteur-spectre reçoive une inclinaison telle que son image réfléchie soit verticale et qu'il remplace les mouvements naturels par leurs symétriques relativement à la glace : s'il brandit une arme, ce sera de la main gauche pour que la réflexion le représente agissant de la main droite. Ces spectres, utilisés de longue date par les thaumaturges ([2]), ont été introduits au théâtre en 1863 par le directeur de la « Polytechnic Institution », M. Pepper, et souvent employés depuis d'une façon

([1]) Robert Houdin, *Magie et physique amusante* (œuvre posthume). Paris, Calmann Lévy ; 1877.

([2]) Voir De Rochas, *Origines de la science*, 76. Paris, Masson ; 1884.





Fig. 185 et 186

plus ou moins heureuse [1]. Le perfectionnement le plus intéressant est celui des spectres fondants « dissolving spectres » : en éclairant alternativement et progressivement la scène et le sous-sol, on obtient la transformation graduelle du sujet placé sur la scène en l'image de celui qui se trouve au-dessous, et vice versa, et l'on peut ainsi produire les métamorphoses les plus surprenantes.

Le *décapité parlant* est encore un tour du même genre : le personnage, dont on ne voit que la tête, a le corps caché par un système de glaces donnant aux spectateurs l'illusion du vide. Dans la disposition figurée ci-contre, par exemple, les deux côtés de la table qui paraît porter la tête sont fermés par des glaces verticales dans lesquelles se reflètent des tentures agencées de façon que leur image continue exactement le fond de la pièce. En avant, est une barrière empêchant d'approcher trop près.

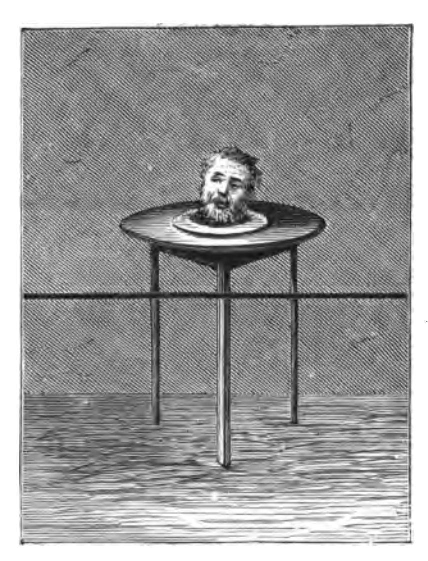


Fig. 187

414. Mesure des angles. — 1° *Mesure d'un angle plan.* — *Méthode de Poggendorf.* — Nous avons vu (117) comment Poggendorf a utilisé pour la mesure des angles la propriété que présente

[1] Dans les théâtres forains, dépourvus de sous-sol, un miroir vertical est placé obliquement à la scène, et l'acteur-spectre se tient dans la première coulisse.

le rayon réfléchi par un miroir tournant de se déplacer d'un angle double de celui que décrit le miroir.

Sextant. — Sur la même propriété repose le sextant, imaginé par Newton [1]. Cet instrument, si bien adapté à la mesure des distances angulaires en mer, porte deux miroirs, l'un, C, fixe,

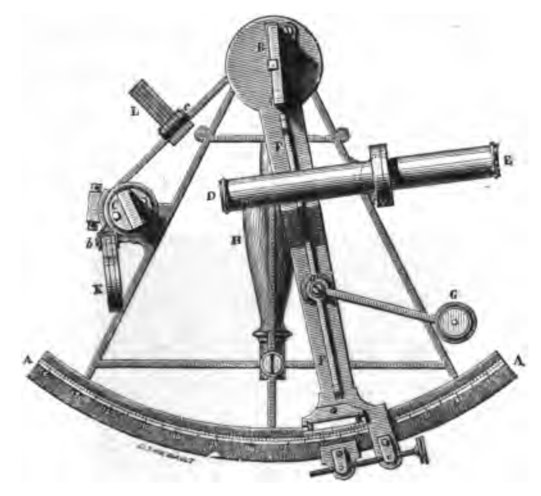


Fig. 188

l'autre, B, mobile autour du centre de l'arc AA : le premier, sur lequel est braquée une lunette fixe, ED, est constitué par une glace étamée dans sa moitié inférieure seulement et transparente dans sa moitié supérieure; le deuxième est commandé par l'alidade FF,

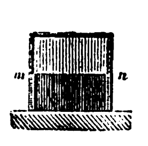


Fig. 189



Fig. 190

dont l'extrémité est munie d'un vernier et d'une loupe G. Pour se servir du sextant, on le prend par la poignée H et on le place devant son œil en l'inclinant plus ou moins de façon à le mettre

(1) NEWTON, *Lettre à Halley*, 1700 (*Phil. Trans.*, 1742).

dans le plan de l'angle à mesurer qui sera, par exemple, l'angle de deux astres. On vise directement l'un des astres à travers la partie supérieure de la glace C, et en agissant sur l'alidade FF, on amène également sous le réticule de la lunette l'image du deuxième astre, réfléchie d'abord sur le miroir B, puis sur la partie inférieure de la glace C. Pour cela, il a fallu faire tourner l'alidade de la moitié de l'angle à mesurer ; cet angle se lit directement sur l'arc AA, divisé à cet effet en demi-degrés qui sont numérotés comme des degrés, le zéro de la graduation correspondant au parallélisme des deux miroirs ([1]).

2° *Mesure d'un angle dièdre.* — La réflexion de la lumière fournit

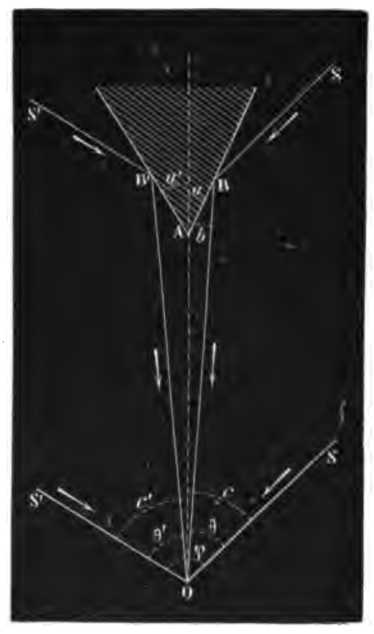


Fig. 191

aussi un procédé précis pour la mesure de l'angle dièdre de deux surfaces planes.

Si les portions de surfaces sur lesquelles on opère sont un peu grandes et éloignées, comme par exemple les deux faces d'un gros

([1]) Nous laissons de côté les verres colorés, K, L, destinés à affaiblir au besoin l'image d'un objet trop lumineux, ainsi que le mécanisme servant à élever ou à abaisser la lunette afin d'augmenter ou de diminuer l'intensité de l'image directe.

prisme à gaz ou à liquide, on emploiera avantageusement le théodolite.

L'instrument étant installé à quelque distance, en O, et réglé, on procède au réglage du prisme, que nous supposerons mobile. A cet effet, on vise dans la face B l'image d'une mire verticale très éloignée S (un paratonnerre ou une arête de construction dont on aura vérifié la verticalité), on agit sur le prisme de manière que cette image coïncide avec le fil vertical du réticule de la lunette ; la face considérée est alors verticale. On rend de même verticale la face B′ au moyen d'une deuxième mire verticale très éloignée S′. On revient à la première face que la dernière manœuvre a dérangée, puis on retourne à la deuxième ; et, en répétant plusieurs fois l'opération, on arrive à rendre exactement verticales les deux faces et par suite leur commune intersection.

On mesure les trois angles $SOB=\theta$, $B'OS'=\theta'$ et $SOS'=\varphi$: ces données déterminent l'angle A du prisme.

On a en effet

$$A=a+a',$$

a et a' étant les angles formés par les faces B et B′ avec la droite OA prolongée.

De même, si l'on désigne par c et c' les angles de OA avec les rayons OS et OS′,

$$\varphi=c+c'.$$

D'ailleurs, il est manifeste que

$$\theta=2b, \qquad \theta'=2b'.$$

Cela posé, les deux triangles ABO, AB′O donnent

$$a=b+c-\theta,$$
$$a'=b'+c'-\theta',$$

et par suite

$$a+a'=b+b'+c+c'-(\theta+\theta'),$$

ou

$$A=\varphi-\frac{\theta+\theta'}{2}.$$

Si l'on consent à déplacer le théodolite, on peut ne faire usage que d'une seule mire extrêmement éloignée S. On met alors le théodolite d'un côté du prisme, on mesure l'angle θ du rayon réfléchi avec le rayon direct; on transporte l'instrument de l'autre côté



Fig. 192

du prisme, on mesure de même l'angle θ'. L'angle du prisme est

$$A = \frac{\theta + \theta'}{2}.$$

Goniomètres.

Goniomètre de Fraunhofer. — Quand le prisme est de dimension ordinaire et que l'arête du dièdre à mesurer existe réellement, on emploie avantageusement le goniomètre (γωνία, angle) de Fraunhofer, lequel n'est qu'un théodolite simplifié par la suppression du limbe vertical et muni au limbe horizontal d'une alidade mobile, qui porte une lunette excentrique pointant vers le centre. En ce point est une plate-forme fixe, munie de vis calantes, sur laquelle se place le prisme.

Pour mesurer l'angle du dièdre proposé, on vise encore sur ses

deux faces l'image d'une mire éloignée : l'angle des deux positions de la lunette est le double de l'angle cherché, comme dans le cas précédent.

L'axe du goniomètre étant vertical, la lunette horizontale et le fil du réticule vertical, on rend l'arête du prisme parallèle à l'axe en procédant comme d'habitude : on vise une mire verticale éloignée successivement dans chacune des deux faces du prisme, et l'on redresse celui-ci, à l'aide des vis V, de manière que l'image coïncide avec le fil du réticule (ou mieux lui soit parallèle, les deux lignes étant très rapprochées). Quand on opère sur l'une des faces, on dérange l'autre, à moins d'agir par rotation autour d'un axe perpendiculaire à cette autre : c'est donc ainsi que l'on devra s'efforcer de procéder.

On fait d'ailleurs coïncider l'arête du prisme avec l'axe de l'ap-

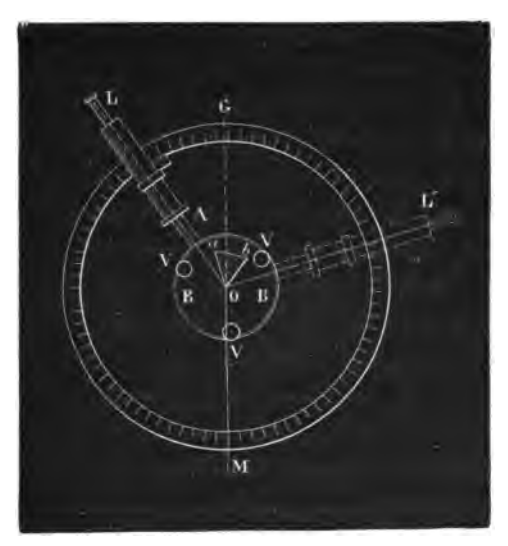


Fig. 193

pareil, en opérant de la manière suivante. On adapte à la lunette un verre permettant de voir nettement le prisme que l'on a déjà, bien entendu, placé aussi exactement qu'on a pu au centre de la plate-forme. On amène l'alidade dans une position telle que l'on voie l'arête du prisme sous le fil vertical du réticule; on fait tourner la lunette sur elle-même de 180°; la superposition est en général détruite; on la rétablit moitié par déplacement de l'alidade

sur le cercle, moitié par déplacement de la lunette sur l'alidade au moyen des vis de réglage disposées à cet effet. On répète l'opération jusqu'à ce qu'elle ne dérange plus la superposition. On fait alors tourner l'alidade de 180° sur le cercle : l'arête ne paraît plus sous le fil, soit parce qu'elle n'est pas dans l'axe de rotation, soit parce que l'axe de la lunette ne rencontre pas cet axe, soit pour les deux causes à la fois. Comme elles sont également probables, on corrige l'écart moitié par glissement du prisme sur la plate-forme, moitié par rotation de l'alidade, puis on recommence jusqu'à réglage parfait. Le prisme étant ainsi centré, le rayon réfléchi suivant l'axe optique de la lunette ne proviendra pour chaque côté que d'une portion de surface très voisine de l'arête : il faudra donc avoir soin dans les mesures ultérieures (déviation) de n'utiliser que ces portions de surface sur lesquelles on vient d'opérer et dont l'angle ne sera pas ordinairement le même que celui des portions éloignées de l'arête. Cela sera toujours facile avec un prisme solide : il n'en serait pas de même avec un prisme à liquide.

Goniomètre de Charles. — Le plus ancien goniomètre (abstraction faite du goniomètre d'application dû à Carangeot et seul employé par Haüy) est le goniomètre de Charles, dans lequel l'angle se mesure par le déplacement du prisme. Si donc l'appareil se compose essentiellement des mêmes pièces que le précédent, la disposition en est inverse : la plate-forme, rendue solidaire de l'alidade, peut tourner avec elle autour du centre, tandis que la lunette est fixée invariablement suivant un rayon du cercle. Le prisme est posé sur de la cire molle, l'arête de l'angle à mesurer aussi exactement que possible au-dessus du centre et parallèle à l'axe. La mesure consiste à lire sur le cercle les deux positions de l'alidade pour lesquelles l'image de la mire, dans l'une, puis dans l'autre face, coïncide avec le fil du réticule de la lunette ; la différence des deux lectures donne le supplément de l'angle cherché. Car, pour que la face Ob se substitue à ao (fig. 193), il faut que le prisme tourne de l'angle $bOb' = 180° - bOa$.

Goniomètre de Babinet. — Babinet [1] a apporté au goniomètre de Charles un perfectionnement notable en remplaçant la mire

[1] BABINET, *C. R.*, VIII, 710; 1839.

lointaine par un *collimateur*, c'est-à-dire par une fente F, placée au foyer principal d'une lentille convergente G ; une telle fente, éclairée par une source quelconque, est en chaque point le sommet d'un cône de rayons que la lentille rend parallèles; elle équivaut donc à une mire située à l'infini. Un centrage rigoureux de l'arête du prisme n'est plus nécessaire; le parallélisme de cette arête et de la mire est la seule condition indispensable; et, une fois réalisée, elle est à l'abri des dérangements que laissent toujours craindre les appareils à mire indépendante. Aujourd'hui, on remplace avantageusement la fente par un réticule. L'appareil se compose alors d'un cercle divisé horizontal, au centre duquel est une plate-forme à vis



Fig. 194

calantes et à surface réfléchissante recevant le prisme sur lequel pointent deux petites lunettes astronomiques, l'une fixe, jouant le rôle de collimateur, l'autre mobile, servant de viseur.

Les fils des deux réticules étant perpendiculaires au plan du limbe, on règle d'abord la lunette viseur en enfonçant plus ou moins l'oculaire de façon à voir nettement le réticule, et en mettant la lunette au point sur l'infini par visée sur un objet très éloigné;

puis, amenant la lunette mobile en face de la lunette fixe, on règle celle-ci de manière que son réticule soit vu nettement dans la première, et que les points de croisement des réticules coïncident. Après quoi, on fixe avec un peu de cire molle le prisme sur la plate-forme, et on s'arrange de sorte que l'image de l'arête dans la plate-forme soit le prolongement de l'arête même : l'arête est alors à très peu près perpendiculaire au limbe. On achève le réglage comme d'habitude, en amenant l'image de la mire dans chaque face à coïncider avec le réticule du viseur placé dans une position convenable dont on ne le dérangera pas. Il n'y a plus alors qu'à lire sur le cercle gradué les deux positions de l'alidade de la plate-forme, pour lesquelles les deux faces du prisme réfléchissent successivement dans le viseur l'image du réticule collimateur. La différence des deux lectures, qui se font avec une grande précision (la même qu'au théodolite), donne le supplément de l'angle cherché [1].

Goniomètre de Wollaston. — Sur le même principe repose le goniomètre de Wollaston, où la lunette est supprimée et remplacée par l'œil de l'observateur visant dans une direction constante pendant une même mesure. Le limbe est vertical [2]; par conséquent l'arête du prisme et la mire doivent être horizontales. La figure 195 représente cet appareil, si précieux pour les mesures cristallographiques, que la petitesse [3] et le défaut de poli des faces rendent particulièrement pénibles. Le cristal C est collé à l'extrémité d'un support articulé S, fixé à l'axe VR. Cet axe tourne à frottement doux dans l'intérieur d'un manchon Q qui traverse le pied P et qui porte d'un côté le tambour T et de l'autre le disque gradué D, mobile devant l'alidade fixe A. Avec le bouton V on fait tourner l'axe VR seulement; mais si l'on agit sur le tambour T on entraîne à la fois le manchon Q et l'axe R. Sur le pied de l'appareil est

[1] Dans certains modèles, la lunette mobile est portée par une alidade munie d'un vernier. On peut alors procéder comme avec un goniomètre de Fraunhofer, en laissant fixe la plate-forme et en déplaçant le viseur de manière à recueillir sous son réticule l'image du réticule collimateur réfléchie dans l'une, puis dans l'autre face du prisme : l'angle formé par les deux positions extrêmes de la lunette est alors le double de l'angle du prisme.

[2] Un limbe horizontal est bien plus commode.

[3] Même si la lumière est suffisante, le collimateur et la lunette n'ont plus aucun avantage quand les faces sont très petites, la diffraction épanouissant le faisceau réfléchi dont les rayons cessent alors d'être parallèles.

installée une glace noire horizontale M, mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan du disque D [1]. Les deux faces dont on veut mesurer l'angle sont placées perpendiculairement au plan du limbe, suivant la méthode ordinaire, que l'on emploiera d'abord sous une forme un peu grossière, mais commode pour obtenir rapidement un réglage approximatif [2] : à cet effet, on met à quelque distance une bougie ou toute autre source de lumière et, plaçant l'œil dans le même plan vertical que le cristal et la bougie,

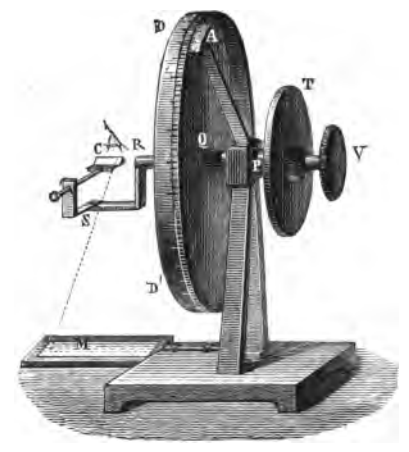


Fig. 195

on dispose le cristal de façon à voir l'une des faces du dièdre vivement éclairée; puis on tourne le bouton V jusqu'à ce que la deuxième face se substitue sensiblement à la première : alors elle doit aussi paraître vivement éclairée; sinon, on en rectifie la position ; on revient à la première face, et quand toutes les deux renvoient une belle lumière, le cristal est en bonne place. On procède alors au réglage définitif : choisissant une mire horizontale suffisamment éloignée (un barreau de fenêtre), on la vise dans le miroir M, et on amène l'image de la même mire sur l'une des deux faces du dièdre à coïncider avec la mire vue dans le miroir; on opère de même sur l'autre face, puis sur la première, et par une série de retouches systématiques on arrive rapidement à

(1) Cette glace, ajoutée à l'appareil primitif qui nécessitait deux mires horizontales, permet de placer le disque D perpendiculairement à la mire.

(2) M. Émile Bertrand en a même récemment tiré un procédé très ingénieux pour mesurer les angles dièdres des cristaux microscopiques.

[illegible] en effet [illegible] face [illegible] la première [illegible] arrange [illegible]. Cela fait, [illegible] pas le cristal [illegible] mais les images de [illegible] des faces [illegible] fait tourner [illegible] jusqu'à ce que la coïncidence se [illegible] : l'angle dont on a tourné le [illegible] est encore le supplément de l'angle cherché. Si l'on a pris une mire assez éloignée, afin de réduire l'influence que peuvent avoir le défaut de centrage du cristal et les petits déplacements de l'œil entre les deux observations (1), l'erreur totale d'une mesure bien faite ne dépassera pas 1 à 2 minutes.

416. Héliostats. — La lumière du soleil offre pour les expériences tous les avantages : économie, intensité, parallélisme (l'angle des rayons extrêmes n'est guère que d'un demi-degré) ; mais la direction des rayons solaires ne reste pas fixe.

Porte-lumière. — Cet inconvénient s'atténue au moyen d'un porte-lumière qui permet de rétablir de temps en temps la direction du faisceau envoyé dans la chambre obscure par un miroir extérieur : pour ramener le faisceau en place, on tourne à la main les boutons qui commandent respectivement les rotations du miroir autour de deux axes rectangulaires.

Si le porte-lumière est utile et souvent suffisant, on ne saurait le comparer avec ces instruments précieux qui maintiennent d'eux-mêmes, aussi longtemps qu'on le désire, les rayons solaires dans une direction constante.

(1) Sur l'importance relative de ces deux causes d'erreur et sur les moyens de les atténuer, voir MALLARD, *Traité de cristallographie*, I, 221. Paris, Dunod ; 1879.

Héliostat de Fahrenheit. — Déjà les membres de l'Académie *del Cimento* avaient été conduits par leurs recherches sur la vitesse de la lumière à construire un instrument de ce genre, et Borelli peut être regardé comme l'inventeur de l'héliostat. Mais la première solution pratique, aussi simple qu'élégante, est due à Fahrenheit.

En 24 heures le soleil nous semble décrire un cercle parallèle à l'équateur et qui se déplace lentement dans le cours d'une année, sa distance à l'équateur (cette distance mesurée sur un méridien se nomme la déclinaison) variant régulièrement d'un solstice où elle est maximum et atteint 23° 27′ à un équinoxe où elle est nulle ; par suite, un rayon solaire aboutissant à la terre, que l'on peut ici

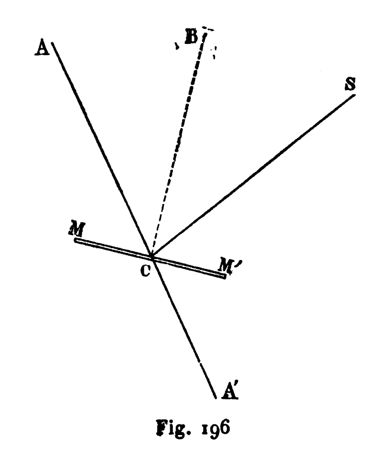


Fig. 196

supposer réduite à son centre, décrit en un jour autour de l'axe du monde un cône dont l'angle au sommet est le complément de la déclinaison d à la date actuelle.

Si donc, à un instant donné, la lumière du soleil arrive en un point C suivant la direction SC, qui fait avec l'axe du monde CA un angle $SCA = 90° - d$, pour envoyer le rayon lumineux dans la direction CA de l'axe du monde, il suffira de placer en C un miroir MM′ perpendiculairement à la bissectrice CB de l'angle SCA ; et, pour maintenir dans cette direction CA le rayon réfléchi, il n'y aura qu'à supporter le miroir MM′ par une tige dirigée suivant CA′ et à faire tourner cette tige sur elle-même de 360° en 24^h au moyen d'un vulgaire mouvement d'horlogerie. La normale au miroir restera constamment dans le plan horaire du soleil (plan passant par

l'axe du monde et le centre du soleil), et comme elle bissèquera constamment l'angle que le rayon solaire fait actuellement avec l'axe du monde, le miroir renverra sans cesse la lumière dans la direction de cet axe. Un deuxième miroir la réfléchira dans telle autre direction fixe que l'on voudra.

L'appareil se conçoit de lui-même : il se compose d'un mouvement d'horlogerie pouvant recevoir une orientation quelconque

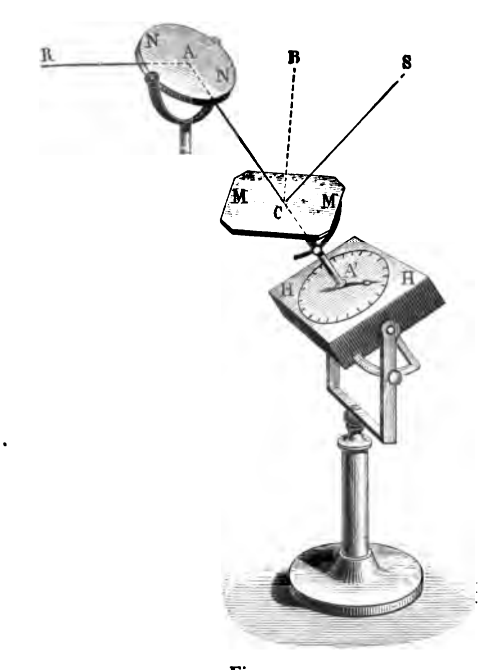


Fig. 197

et faisant tourner en vingt-quatre heures un axe qui porte un miroir mobile autour d'une charnière perpendiculaire à l'axe.

Pour régler l'appareil, il faut d'abord diriger l'axe de l'horloge suivant l'axe du monde : or on sait que la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon est égale à la latitude; on inclinera donc l'axe de l'horloge de façon qu'il fasse avec la verticale un angle égal au complément de la latitude du lieu; puis on dirigera cet axe dans le plan méridien, que l'on peut toujours tracer assez approximativement (ne serait-ce qu'avec une boussole). Si l'horloge est à l'heure, le plan qui passe par l'axe et par la normale au miroir, et qui contient l'aiguille, coïncide alors avec le plan horaire du soleil. Enfin on

amènera la normale au miroir à faire avec l'axe du monde un angle égal à la moitié du complément de la déclinaison (¹). L'horloge marchant, le miroir suivra le soleil; la lumière sera constamment réfléchie suivant l'axe du monde. On disposera aisément le deuxième miroir NN' de façon à la renvoyer dans la direction voulue AR.

La nécessité d'employer un deuxième miroir constitue évidemment un inconvénient, assez faible d'ailleurs en comparaison des difficultés de réglage que présentent d'autres héliostats. En employant, au lieu de miroirs, des prismes à réflexion totale, on peut en effet atténuer beaucoup la perte d'intensité. L'École normale possède un appareil de ce genre, construit par Brünner et présentant une fixité et une perfection remarquables. Monckhoven exécute pour les photographes un modèle de grandes dimensions, simple et solide (²).

Héliostat de S'gravesande. — S'gravesande (³) réussit à renvoyer

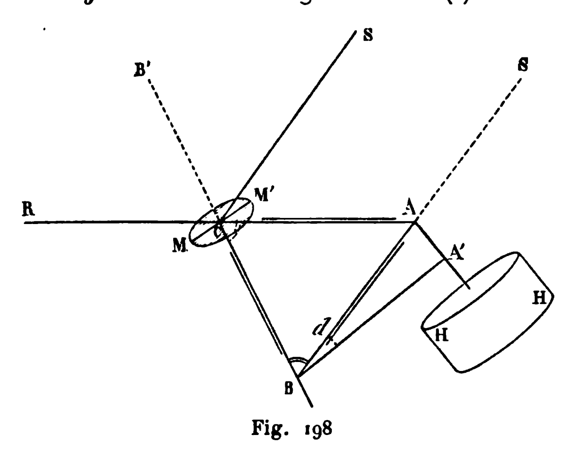


Fig. 198

au moyen d'un seul miroir les rayons solaires dans une direction quelconque, en réalisant un triangle isocèle dont les côtés soient constamment dirigés l'un suivant le rayon incident, l'autre suivant

(¹) On aurait une vérification si l'appareil portait, comme l'héliostat de Silbermann, un diaphragme à trou étroit et un petit écran disposés de telle sorte que les rayons solaires passant par le trou tombassent au milieu de l'écran quand l'appareil serait réglé.

(²) Une solution ingénieuse de la même question est fournie par l'héliostat d'Hartnack et Prazmowski, dans lequel le miroir, dont le plan contient l'axe du monde, est entraîné autour de cet axe avec une vitesse de 1 tour en 48 heures, ce qui maintient le rayon réfléchi immobile (voir *La nature*, 5ᵉ année, 1ᵉʳ semestre, p. 81; 1877).

(³) S'GRAVESANDE, *Physices elementa mathematica*, 715. Lugd. Batav.; 1720.

le rayon réfléchi, et dont la base soit normale au miroir. Une horloge HH étant disposée comme précédemment, de sorte que l'aiguille A'B suive l'ombre de l'axe AA' sur le cadran parallèle à

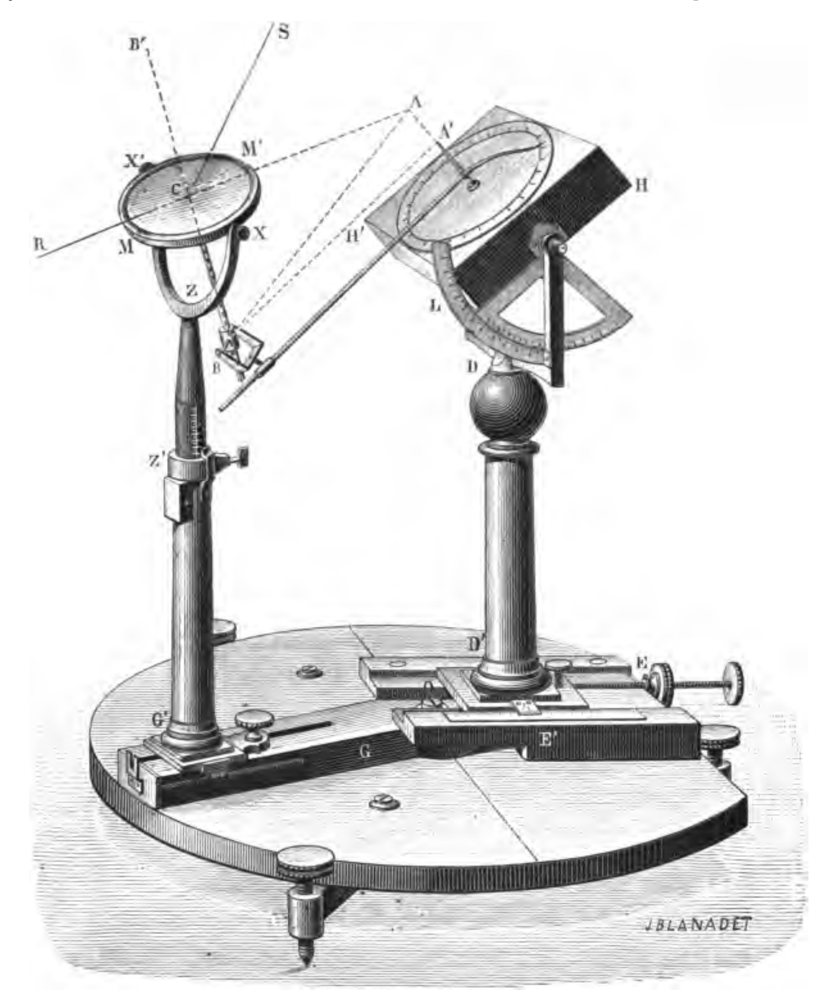


Fig. 199

l'équateur, tandis que le rayon solaire SB décrit son cône diurne autour de l'axe du monde, S'Gravesande réunit le miroir MM' à cette horloge au moyen d'une bague montée sur l'extrémité B de l'aiguille et dans laquelle peut glisser et tourner librement une queue implantée normalement sous le miroir. Celui-ci est supporté

par un pied vertical indépendant, autour duquel il est mobile ainsi qu'autour d'un axe horizontal, de façon à prendre toutes les orientations possibles. En déplaçant le pied et en l'élevant plus ou moins, on amène le point C dans une situation telle que le rayon réfléchi prolongé rencontre l'axe du monde en un point A, équidistant de C et de B. Le triangle ABC coïncidera sans cesse avec le plan d'incidence; en outre, les côtés AB et AC étant de longueur invariable, le triangle restera isocèle (la base variant seule de longueur); par suite, les angles RCB′ et SCB′, respectivement égaux aux angles C et B du triangle, seront constamment égaux : CR sera donc toujours la direction du rayon réfléchi. La construction de l'appareil est simple; mais le réglage en est compliqué [1], au point même que, malgré les efforts de Charles pour le rendre pratique, cet héliostat n'a été employé que bien rarement.

Héliostat de Gambey. — L'héliostat de Gambey présente, comme celui de S'gravesande, un triangle isocèle ACF, dont l'un des

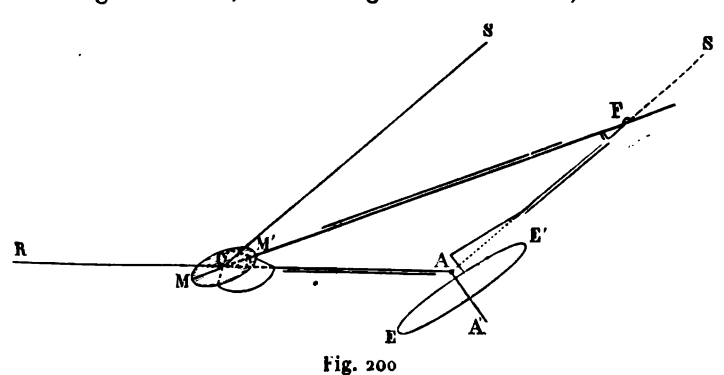


Fig. 200

côtés AF est parallèle à la direction des rayons solaires, l'autre AC parallèle à la direction des rayons réfléchis, et dont la base CF est constituée par la queue, placée ici en prolongement du miroir MM′; mais ce triangle est plus solide, et le glissement du côté mobile AF

[1] D'après ce qui a été dit plus haut, R étant la longueur de l'aiguille A′B, le centre C du miroir doit être élevé au-dessus de l'horizontale passant par le centre de rotation A′ de

$$R\, tg d \sin\lambda,$$

et ce même point C doit être distant de A′ de

$$R\, tg d \cos\lambda + \frac{R}{\cos d}.$$

Il faut calculer ces longueurs et les prendre exactement, ce qui n'est pas facile.

sur la base est plus doux que dans l'appareil précédent. Le côté AF est maintenu dans la direction des rayons solaires par la rotation d'une roue EE′, parallèle à l'équateur, sur laquelle il est fixé en faisant avec son plan un angle égal à la déclinaison. L'emploi des

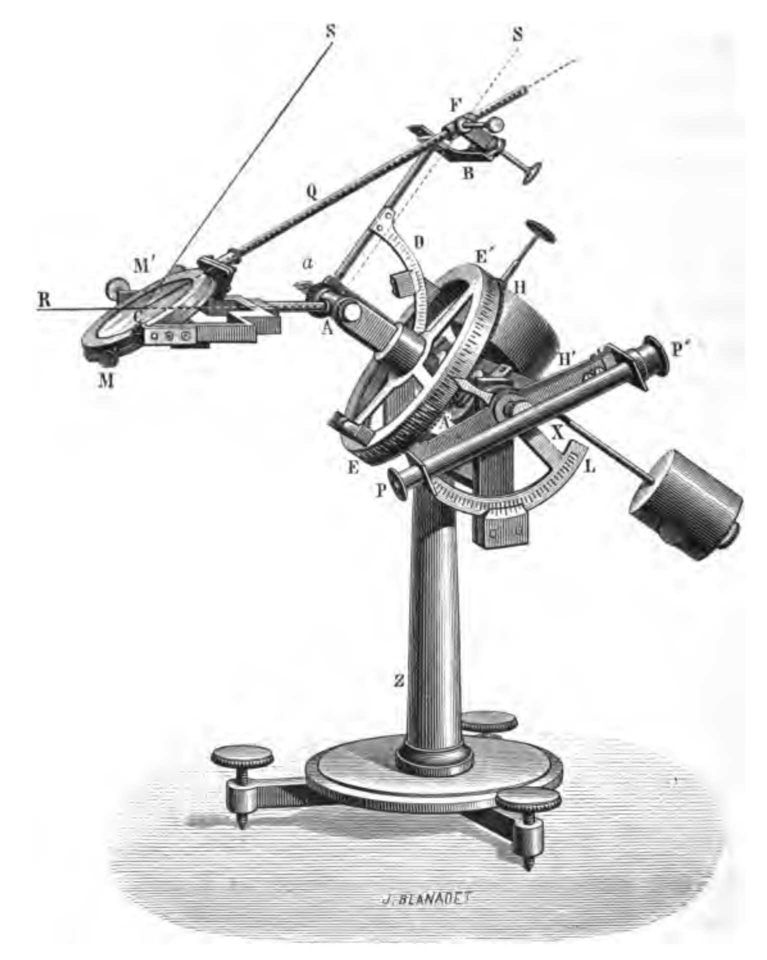


Fig. 201

deux repères de Silbermann (qu'il est aisé d'ajouter à l'appareil) facilitera la mise en place de ce côté et permettra d'en vérifier à chaque instant la position. Le côté AC est formé d'un manchon pouvant tourner autour d'une pièce axiale que l'on installe dans la direction du rayon réfléchi. Enfin la base CF, mobile en C au-

tour d'un axe perpendiculaire sur AC, va passer en F dans une bague disposée à l'extrémité du côté AF. L'appareil fonctionnant, la queue du miroir décrit autour de la tige AC un cône oblique, ayant pour base le cercle tracé parallèlement à l'équateur par la douille F. Les côtés AF et AC restent égaux entre eux et orientés sans cesse l'un suivant le rayon incident, l'autre suivant la direction AR qui sera par conséquent toujours celle du rayon réfléchi.

La figure 201 représente l'instrument. La roue EE', mobile autour de la colonne verticale Z et de l'axe horizontal X, est inclinée sous l'angle voulu à l'aide du cercle de latitude L et amenée dans la direction voulue au moyen de l'alidade à pinnules PP', ou mieux d'une lunette, que l'on braque sur une mire placée dans le méridien. Le mouvement d'horlogerie HH' fait tourner uniformément cette roue de 360° en 24^h autour de l'axe A'A, perpendiculaire à son plan et demeurant immobile. La tige *a*B, mobile autour de l'axe *a*A parallèle au cercle équatorial, peut être inclinée sur ce cercle de l'angle *d*, mesuré sur le cercle de déclinaison D; elle se termine en F par la bague dans laquelle glisse et tourne la queue Q du miroir. Sur l'extrémité de l'axe A se fixe dans telle direction que l'on veut la tige intérieure au manche de la fourche AC, qui porte entre ses branches le miroir MM'. Ainsi disposé, l'appareil se règle facilement, sans calcul, et marche très régulièrement. Mais il est d'un prix élevé. A la vérité, quand il doit fonctionner à poste fixe, des simplifications sont possibles. On évitera même aisément en ce cas un inconvénient commun à tous les héliostats et provenant de ce que l'instrument, exposé directement aux rayons solaires, s'échauffe beaucoup et se dérègle. Rien de plus facile, en effet, que de séparer complètement le mouvement d'horlogerie et de le laisser dans le laboratoire. Une robuste pendule à poids convient alors parfaitement et, par un système de pièces solides commandant le miroir extérieur, permet d'obtenir une régularité parfaite.

Héliostat de Silbermann (1). — Reprenant l'idée de Fahrenheit, maintenir la normale CN au miroir suivant la bissectrice de l'angle formé par le rayon incident SC et le rayon réfléchi CR, Silbermann s'est proposé de construire un appareil peu embarrassant et d'un

(1) SILBERMANN, *C. R.*, XVII, 1319; 1843; et *Ann. de ch. et de phys.*, (3), X, 298; 1844.

prix abordable. Il y a réussi assez bien par le moyen d'un parallélogramme articulé, dont l'un des côtés conserve la direction fixe du rayon réfléchi, tandis que l'autre côté suit constamment le rayon incident. Nous indiquerons avec quelque détail la construction et l'emploi de cet appareil, qui se trouve dans presque tous les cabinets de physique. Il repose en entier sur un plateau PP, soutenu

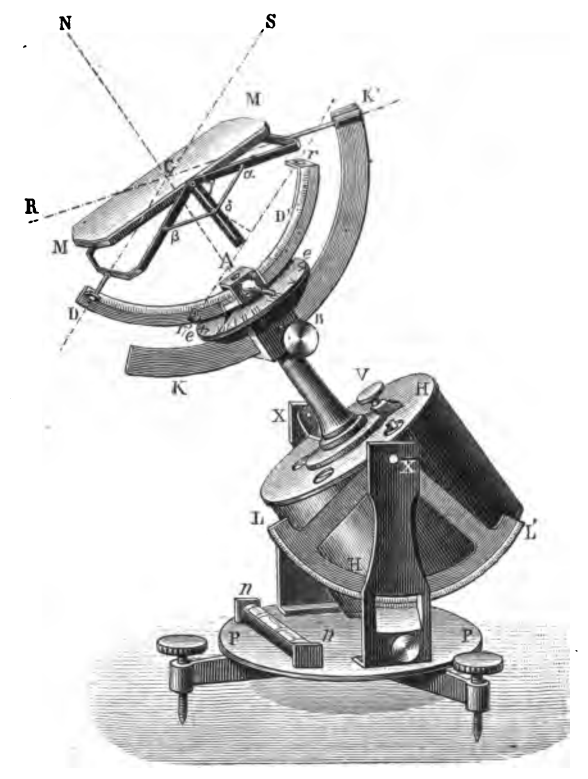


Fig. 202

par un pied à trois vis calantes autour duquel il peut tourner. Le plateau PP peut être rendu exactement horizontal au moyen du niveau n; et alors l'axe XX l'est aussi. En inclinant l'horloge autour de cet axe d'un angle égal au complément de la latitude et en amenant dans le méridien une ligne de foi tracée sur le plateau, on placera l'horloge équatorialement. L'axe de l'horloge sera alors parallèle à la ligne des pôles AN. Cet axe entraîne avec lui une aiguille mobile sur le cadran *ee*, et une boîte cubique A, munie

d'une coulisse dans laquelle peut glisser l'arc de déclinaison DD', ayant pour centre le point C de l'axe de rotation où l'on veut installer le centre du miroir. Vers ce centre C pointe une tige DC, que supporte une douille D, fixée normalement à l'arc DD'. L'aiguille étant à l'heure, si cette tige est orientée dans la direction actuelle des rayons solaires, l'horloge lui fera suivre le soleil. Nous avons déjà signalé les deux repères r et r', qui permettent de donner à la tige CD la direction voulue, sans s'inquiéter de l'heure ni de la déclinaison, et de vérifier à chaque instant son orientation. La deuxième tige, qui doit être dirigée suivant le rayon réfléchi, est disposée d'une façon toute semblable. Autour de l'axe de l'horloge, et séparé de lui par un manchon immobile qui soutient le cadran *ee*, peut tourner un cylindre terminé également par une boîte cubique B, munie d'une coulisse dans laquelle glisse un arc KK' ayant pour centre le point C; à l'extrémité de cet arc est une douille dans laquelle s'engage une tige K'C pointant vers le centre C. Par rotation du manchon et par glissement de l'arc KK', on amène cette tige K'C dans la direction convenable et on l'y fixe à l'aide des vis V et B. Le miroir MM est mobile autour d'un axe situé dans son plan et reposant sur les extrémités croisées de deux fourchettes qui terminent les tiges CD et CK'. C'est sur les branches de ces fourchettes qu'est placé le parallélogramme $\alpha\beta\gamma\delta$ chargé de guider le miroir, au moyen de la goupille δ mobile à frottement doux dans la coulisse normale $\gamma\delta$. En fait, ce système directeur est trop faible et de trop petites dimensions; le mouvement du miroir manque de régularité.

Héliostat de Foucault. — L'héliostat le plus parfait est celui de Foucault. Dans cet appareil, le miroir est à la fois commandé par une queue normale CB et guidé par une queue longitudinale CF, ces deux queues étant combinées de telle façon que l'on ait AB = AC = AF. A cet effet, les trois côtés du triangle rectangle FCB sont matérialisés. Le côté BF est constitué par une tige traversant diamétralement le cercle de déclinaison DD'; ce cercle coulisse dans une boîte cubique A', portée par l'axe d'une horloge équatoriale HH' : le constructeur ayant incliné l'horloge sous l'angle qui correspond à la latitude du lieu où l'appareil doit être utilisé, l'opérateur n'a qu'à placer l'axe dans le méridien. La queue normale CB, terminée en C par un disque sur lequel peut tourner le miroir,

passe dans une bague articulée entre les deux branches d'une fourchette située à l'extrémité B de la tige BF. La queue longitudinale CF présente une fente dans laquelle peut glisser l'autre bout de la tige BF. Le miroir est porté par une colonne verticale ZZ', pouvant tourner sur elle-même (et même s'élever ou s'abaisser pour les cas où l'on ne voudrait pas donner au rayon réfléchi une direction horizontale, comme le suppose la figure);

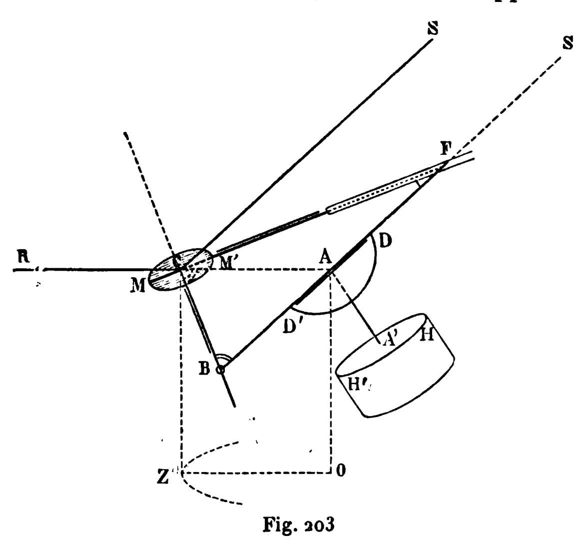


Fig. 203

cette colonne se termine par une fourche supportant un axe horizontal XX qui coupe en C l'axe Z, de sorte que le miroir est mobile en tous sens autour de ce point et peut obéir aisément à l'action de l'horloge, sans cesser d'être solidement soutenu.

Sidérostat. — La fixité remarquable du rayon réfléchi par cet héliostat constatée, Foucault voulut construire un appareil qui donnât d'un astre une image assez stable et assez parfaite pour être observée à une lunette fixe avec autant de profit et bien plus de facilité que ne le serait l'astre lui-même à une lunette mobile. Déjà, en 1845, l'héliostat avait été employé par MM. Fizeau et Foucault pour obtenir la photographie du soleil; et en 1860, M. Laussedat s'en était servi à Batna pour renvoyer dans une lunette horizontale les rayons du soleil pendant une éclipse totale. Mais, pour atteindre un résultat pratique, il fallait un mouvement de rotation absolument uniforme malgré les variations continuelles des résistances

passives, et un miroir parfaitement plan fournissant une image exacte de l'astre. Foucault résolut ce double problème par l'invention de son régulateur à force centrifuge (82) et la création d'une méthode

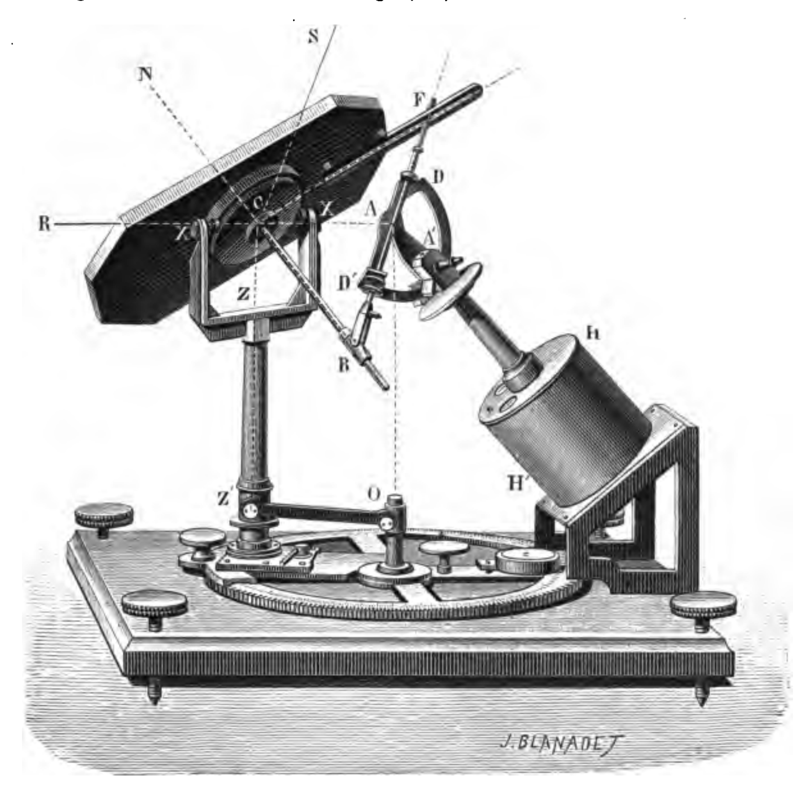


Fig. 204

pour dresser les miroirs de verre (420). La mort l'empêcha de réaliser lui-même son sidérostat, mais M. Wolf [1] le fit construire par Eichens, avec un miroir aplani par M. Martin d'après les procédés de Foucault.

La figure 205, empruntée à l'astronomie de Brünnow [2], représente l'instrument dans lequel on distingue : le miroir et sa monture, l'axe polaire et les pièces qui relient cet axe au miroir, enfin le régulateur. Le miroir, maintenu dans sa monture par un système

(1) Wolf, *C. R.*, LXIX, 1222, et LXXIX, 455 ; 1869-1874.
(2) Brünnow, *Astronomie* (édition française par MM. André et Lucas). Paris, Gauthier-Villars ; 1872.

de taquets et de ressorts destinés à éviter toute déformation, est mobile autour d'un axe horizontal et autour d'un axe vertical grâce à une couronne de galets placée au pied des colonnes qui soutiennent le premier axe. Au centre de la monture, est fixée une queue normale qui passe dans un anneau porté par une fourchette articulée à l'extrémité de l'axe polaire. Cet axe est mis en rotation par un mouvement d'horlogerie à poids et à régulateur isochrone.

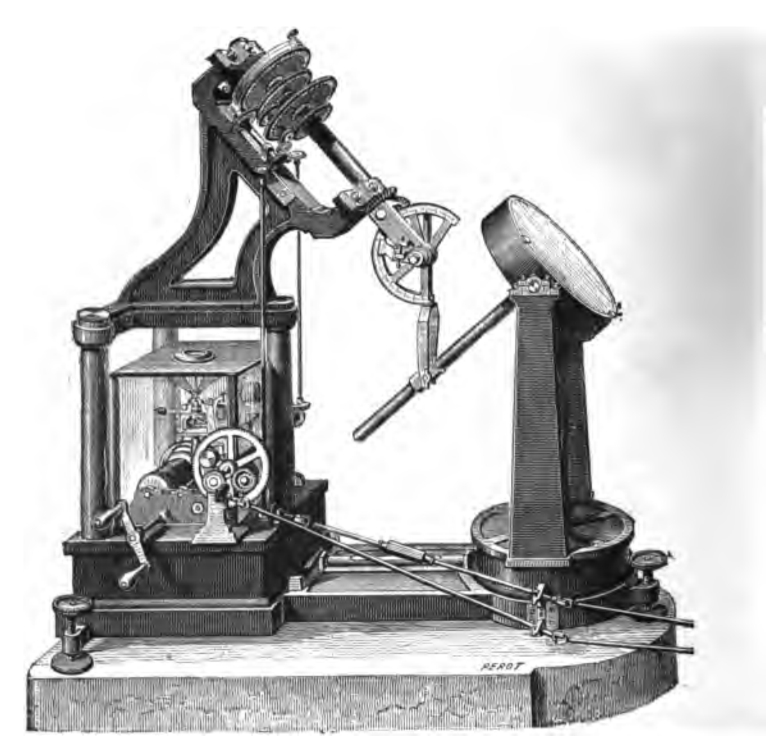


Fig. 205

La queue du miroir sert de base au triangle de S'gravesande, dont les deux côtés égaux sont représentés, l'un par la fourchette (direction du rayon incident), l'autre par la ligne menée de l'extrémité de l'axe polaire au centre du miroir (direction constante du rayon réfléchi).

417. Miroirs parallèles. — Les rayons réfléchis sur un miroir plan ayant même direction que s'ils venaient réellement

de l'image fournie par le miroir, cette image peut être considérée relativement à un deuxième miroir comme un *objet virtuel*, qui provoquera dans ce deuxième miroir une nouvelle image suivant la même règle que si l'objet était réel.

Ce principe rend immédiatement compte de la formation des images multiples dans les miroirs parallèles ou inclinés.

Soient, par exemple, deux miroirs parallèles M et N. Un objet S, placé entre eux, donnera dans le miroir M une première image A_1,

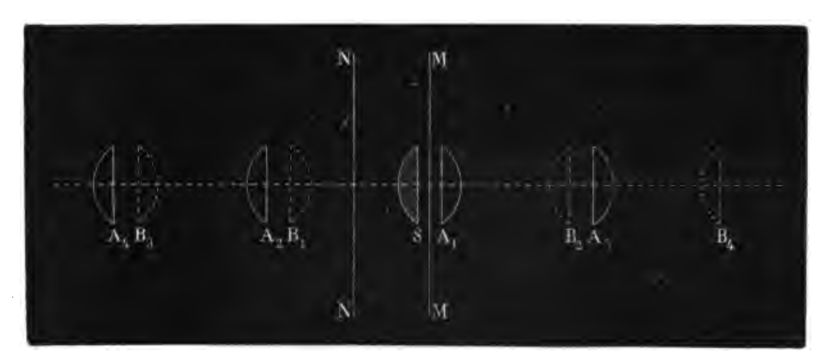


Fig. 206

laquelle formera dans le miroir N une image A_2, qui à son tour sera reproduite dans M suivant A_3, et ainsi de suite. L'image B_1 de S dans le miroir N sera de même l'origine d'une deuxième série d'images B_1, B_2, B_3.

Ces images, virtuelles et droites, sont disposées alternativement de face et de dos dans chaque miroir, en d'autres termes elles sont alternativement symétriques et superposables.

Si l'on appelle a et b les distances de S aux miroirs M et N, les images dans M sont à des distances de S

$$2a, \quad 2a+2b, \quad 4a+2b, \quad 4a+4b, \quad 6a+4b, \quad \ldots,$$

et dans N à des distances de S

$$2b, \quad 2b+2a, \quad 4b+2a, \quad 4b+4a, \quad 6b+4a, \quad \ldots,$$

la distance de deux images consécutives est alternativement $2a$ et $2b$.

On vérifiera toutes ces conditions en se plaçant entre deux glaces qui se font vis-à-vis.

Une seule glace suffit même; car elle présente en réalité deux faces réfléchissantes parallèles : le tain sur lequel s'effectue la réflexion principale, puis la surface de séparation du verre et de l'air, surface sur laquelle une réflexion a lieu également, que la lumière vienne de l'air ou du verre. Cette réflexion, très faible sous les incidences voisines de la normale, passe ordinairement inaperçue; mais, sous les incidences fortement obliques, elle devient assez intense pour être facilement observée.

L'expérience se fait aisément avec une bougie A que l'on approche d'une glace, de façon à recevoir dans l'œil O des rayons très obliques. On voit alors, outre l'image principale a', une série

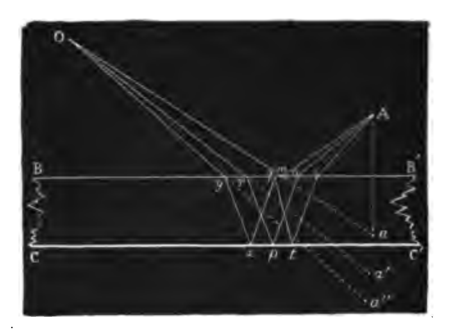


Fig. 207

d'images a, a'',..., dont la figure 207 montre suffisamment la formation : l'image a'', par exemple, provient des rayons tels que $Astqxy$O qui, partis de A, ayant pénétré dans la lame, s'étant réfléchis une première fois sur le tain, puis une deuxième fois sur la surface de séparation du verre et de l'air, puis encore une fois sur le tain, sortent du verre pour arriver en O. L'image a, produite par une réflexion unique à la surface du verre, est seule sur la perpendiculaire menée du point A aux plans BB', CC'; les autres images a', a'',..., formées par des rayons réfractés, tout en restant équidistantes, s'inclinent d'autant plus vers l'œil que l'obliquité de la lumière est plus prononcée.

Les miroirs métalliques, parmi lesquels il faut ranger les miroirs en verre argentés extérieurement, suppriment ces images multiples, qui seraient très gênantes dans les instruments d'optique.

418. Miroirs inclinés. — Considérons maintenant deux miroirs inclinés OM, ON [1]. Un point lumineux L placé à l'intérieur de l'angle MON donnera, comme précédemment, deux séries d'images, qui seront toutes disposées sur une même circonférence de cercle décrite de O comme centre avec OL pour rayon : les unes (seules figurées ici), A_1, A_2, A_3,..., ayant pour point de départ l'image produite directement dans OM; les autres, B_1, B_2, B_3,..., résultant des rayons réfléchis une première fois par ON. Mais ces images ne sont plus en nombre infini; les deux séries sont limitées



Fig. 208

par ce fait qu'un objet, réel ou virtuel, situé derrière un miroir, ne peut pas donner d'image dans ce miroir. Ainsi, sur la figure ci-contre, A_5 se trouvant à la fois derrière les deux miroirs, ne donne plus d'image. En général, chaque série se termine à la première image qui tombe dans l'angle M'ON', opposé par le sommet à l'angle MON des faces réfléchissantes. Cette condition se traduit sans peine en formules à l'aide du théorème suivant :

La distance angulaire de deux images consécutives d'une même série sur un même miroir est égale au double de l'angle des deux miroirs.

(1) Voir Bertin, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XXIX, 257; 1850; et Moutier, *Cours de physique*, I, 648. Paris, Dunod; 1883.

Soient, par exemple, les deux images A_2, A_4. L'angle $A_2A_3A_4$, ayant ses côtés respectivement perpendiculaires à MO et ON, est égal à l'angle MON. L'angle au centre MON a pour mesure l'arc MN, que nous désignerons par θ; l'angle $A_2A_3A_4$, inscrit dans la circonférence O, a pour mesure la moitié de l'arc A_2A_4; donc cet arc A_2A_4 est égal à 2θ.

On a ainsi :

$$\begin{aligned} LA_2 &= 2\theta, & \text{et de même } LB_2 &= 2\theta, \\ A_1A_3 &= 2\theta, & B_1B_3 &= 2\theta, \\ A_2A_4 &= 2\theta, & B_2B_4 &= 2\theta, \\ A_3A_5 &= 2\theta, & B_3B_5 &= 2\theta, \\ &\ldots & &\ldots \end{aligned}$$

Cela posé, prenons alternativement pour origine des arcs les points M et N, et, partant de l'un des deux miroirs, comptons toujours les arcs en marchant vers l'autre. Soient $ML = \alpha$, $NL = \beta$ (α étant supposé plus petit que β), on trouve :

$$\begin{aligned} ML &= \alpha, & \text{et de même } NL &= \beta, \\ NA_1 &= \theta + \alpha, & MB_1 &= \theta + \beta, \\ MA_2 &= 2\theta + \alpha, & NB_2 &= 2\theta + \beta, \\ NA_3 &= 3\theta + \alpha, & MB_3 &= 3\theta + \beta, \\ &\ldots & &\ldots \end{aligned}$$

Chaque série doit se terminer au premier arc supérieur à 180°. Si donc l'on pose

$$k\theta + \alpha > 180, \qquad (1)$$

le plus petit nombre entier k satisfaisant à cette inégalité exprimera le nombre des images A.

De même, le premier nombre entier k', pour lequel on aura

$$k'\theta + \beta > 180, \qquad (2)$$

marquera le nombre des images B.

Pour discuter ces inégalités, nous écrirons

$$360 = N\theta + \gamma,$$

γ étant le reste (plus petit que θ) de la division de 360 par θ.

1° Supposons d'abord $N = 2n$ et $\gamma = 0$; en d'autres termes, supposons la circonférence partagée en un nombre pair $2n$ de parties égales θ.

Alors

$$180 = n\theta,$$

et l'inégalité (1) peut s'écrire

$$k\theta + \alpha > n\theta.$$

Comme α est moindre que θ, le plus petit nombre entier k satisfaisant à cette inégalité est n; ainsi

$$k = n = \frac{N}{2}.$$

On verrait de même que

$$k' = n = \frac{N}{2}.$$

Chaque série se compose donc de $\frac{N}{2}$ images. Mais il faut remarquer que la dernière image de la première série coïncide avec la dernière de la deuxième. En effet, les distances angulaires de ces images à l'un et à l'autre miroir, estimées comme il a été dit plus haut, sont respectivement

$$180 + \alpha \quad \text{et} \quad 180 + \beta;$$

et leur somme, dans laquelle l'arc θ se trouve compté deux fois, est

$$360 + \alpha + \beta = 360 + \theta;$$

la somme de leurs distances à un même point est par conséquent

$$360.$$

Ainsi, les deux arcs se rejoignent exactement. On a donc seulement $N - 1$ images distinctes, ce qui, avec l'objet, fait en tout N images.

2° Si, N étant toujours égal à $2n$, γ est > 0, l'inégalité (1) devient

$$k\theta + \alpha > n\theta + \frac{\gamma}{2}.$$

La première série comprendra donc

$$n + 1 \text{ images, si } \alpha < \frac{\gamma}{2},$$

$$\text{et } n \text{ images, si } \alpha \geqq \frac{\gamma}{2} \text{ [1]}.$$

[1] Nous ne comptons que n images dans le cas de $\alpha = \frac{\gamma}{2}$, la $n+1^{e}$ coïncidant alors avec la n^{e}.

Quant à l'inégalité

$$k'\theta+\beta > n\theta+\frac{\gamma}{2},$$

comme β $\left(\text{même supposé égal à } \alpha \text{ et par conséquent à } \frac{\theta}{2}\right)$ est nécessairement plus grand que $\frac{\gamma}{2}$, elle est toujours satisfaite par $k=n$.

Donc, en comptant toujours l'objet, on a,

$$\text{avec } \alpha < \frac{\gamma}{2}, \qquad N+2 \text{ images,}$$

$$\text{avec } \alpha \geqq \frac{\gamma}{2}, \qquad N+1 \text{ images.}$$

3° Si θ est compris dans la circonférence un nombre impair de fois, c'est-à-dire si $N=2n+1$ et $\gamma=0$ (cas que l'on déduit du précédent en y supposant $\gamma=\theta$), la première série se compose de $n+1$ images, ce qui fait en tout $N+1$ images (¹).

4° Enfin, si $N=2n+1$ et $\gamma > 0$, l'inégalité (1) donne

$$k\theta+\alpha > n\theta+\frac{\theta}{2}+\frac{\gamma}{2},$$

et comme α est $\leqq \frac{\theta}{2}$, k doit être toujours égal à $n+1$.

Pour l'inégalité (2)

$$k'\theta+\beta > n\theta+\frac{\theta}{2}+\frac{\gamma}{2},$$

deux cas peuvent se présenter

$$\beta \geqq \frac{\theta}{2}+\frac{\gamma}{2}, \quad \text{alors } k'=n;$$

$$\text{ou } \beta < \frac{\theta}{2}+\frac{\gamma}{2}, \quad \text{alors } k'=n+1.$$

Dans la première hypothèse, le nombre total des images sera $N+1$; et dans la deuxième, $N+2$.

Toutes ces images sont nécessairement virtuelles, droites et égales à l'objet. Mais nous avons à distinguer, comme précédemment, les images superposables à l'objet (par simple rotation du rayon mené en un point déterminé de l'image) et les images

(¹) Si $\alpha=\beta$, la $n+1^e$ image de la première série et la n^e de la deuxième coïncident, ce qui réduit le nombre des images distinctes à N.

symétriques de l'objet. Chacun des miroirs donne les deux sortes d'images : images symétriques, résultant d'un nombre impair de réflexions dont la première s'effectue sur le miroir considéré ; images superposables, provenant d'un nombre pair de réflexions dont la première s'effectue sur l'autre miroir. Ainsi, dans le miroir OM, les images symétriques sont A_1, A_3, A_5,..., et les images superposables B_2, B_4, B_6,...

En se reportant au théorème fondamental, on voit aisément que les distances angulaires de ces images au miroir OM, distances comptées dans le sens MA_1, sont

pour les premières, α, $2\theta+\alpha$, $4\theta+\alpha$, $6\theta+\alpha$, ...
pour les deuxièmes, $2\theta-\alpha$, $4\theta-\alpha$, $6\theta-\alpha$, ...

Caléidoscope. — Le caléidoscope (καλὸς, beau ; εἶδος, forme ; σκοπέω, je regarde) met en jeu d'une manière curieuse les pro-



Fig. 209

priétés des miroirs inclinés. Ce petit appareil, dû à Brewster [1], se compose de deux glaces, longues et étroites, inclinées à 60° et

[1] BREWSTER, *Gilbert's Annalen*, LIX, 317 ; 1818. Le même principe avait déjà été appliqué par BRADLEY, *New improvements of planting and gardening*. London ; 1710.

logées dans un tube cylindrique dont l'axe est parallèle à l'arête du dièdre formé par les deux miroirs. L'œil placé à l'une des extrémités du cylindre regarde par un trou étroit les petits objets (fragments de verres colorés, morceaux de dentelle, barbes de plumes, etc.) mis à l'autre extrémité et leurs images dans les deux miroirs. D'après la disposition de l'appareil, les rayons réfléchis vers l'œil ont rencontré sous une incidence presque rasante la surface des glaces; la face postérieure est noircie; par conséquent les images sont assez intenses. On voit donc un dessin étoilé, dont la plus légère secousse modifie l'aspect d'une façon imprévue, souvent bizarre, parfois singulièrement gracieuse, et où les dessinateurs ont trouvé plus d'une inspiration. On peut remplacer l'angle de 60° par tout autre angle compris un nombre pair de fois dans la circonférence. Mais cette catégorie d'angles ($N = 2n$) convient seule; alors seulement la figure est nette et régulière (1).

Caisses catoptriques. — Les caisses catoptriques contiennent un certain nombre de miroirs disposés régulièrement et qui multiplient les objets enfermés à l'intérieur en les disséminant sur un espace considérable.

Des glaces ainsi aménagées dans une salle de fête brillamment éclairée offriront un spectacle vraiment féerique.

II. — MIROIRS SPHÉRIQUES

413. Propriétés des miroirs sphériques. — *Réflexion sur une surface courbe.* — La réflexion sur chaque élément d'une surface courbe s'effectuant suivant la loi fondamentale, un faisceau de rayons incidents donne naissance à un système de rayons réfléchis géométriquement déterminés.

Définitions. — Parmi les miroirs courbes, les plus simples et en même temps les plus importants sont les miroirs sphériques. Ils ont habituellement la forme d'une calotte sphérique polie à l'intérieur ou à l'extérieur; dans le premier cas le miroir est dit

(1) Ainsi, dans le kaléidoscope, [illegible] on considère un objet d'une certaine étendue, [illegible] images de chaque série empiètent l'une sur l'autre [illegible] la première série, ou ne reproduit [illegible] même série.

concave; dans le deuxième, *convexe*. On appelle *axe principal* la droite indéfinie, menée par le *pôle* ou *sommet* O et le *centre* de courbure C du miroir. L'angle MCN des rayons extrêmes, CM, CN,

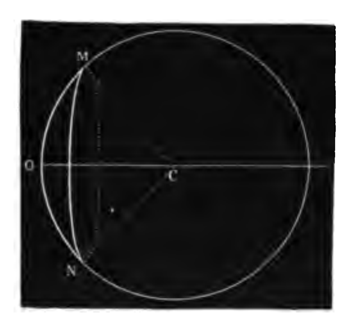


Fig. 210

d'une section méridienne quelconque se nomme l'*ouverture* du miroir : dans la pratique, cet angle est toujours petit.

Image d'un point. — Formule ordinaire. — Nous commencerons par étudier les miroirs concaves, et nous en considérerons d'abord l'effet sur les rayons émanant d'un point P situé sur l'axe principal. Soit PI l'un de ces rayons; menons la normale CI au point d'incidence et traçons de l'autre côté de CI, dans le plan PIC, la ligne IP′ faisant avec CI un angle $r=i$; IP′ sera la direction du rayon réfléchi. D'après une propriété connue de la bissectrice, le triangle PIP′ donne

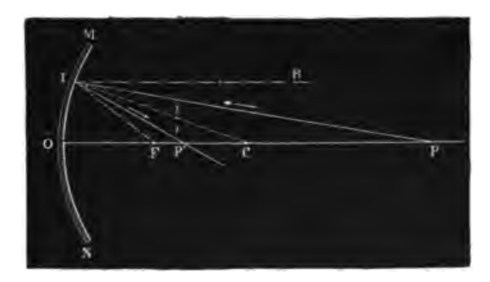


Fig. 211

$$\frac{CP'}{CP}=\frac{IP'}{IP}.$$

Mais, si le miroir a une ouverture très petite, IP′ diffère peu de

OP′, IP de OP, et l'on peut écrire avec une grande approximation (¹)

$$\frac{CP'}{CP}=\frac{OP'}{OP},$$

ou, en posant $OP=p$, $OP'=p'$, et $OC=R$,

$$\frac{R-p'}{p-R}=\frac{p'}{p},$$

ou

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R}.$$

Cette équation étant indépendante du point I, on en conclut que tous les rayons émanés de P et réfléchis par le miroir MM′ vont sensiblement se réunir en un point unique P′. Il y a donc en P′ une véritable image de P, image que, vu la concentration de la chaleur comme de la lumière au point P′, on appelle généralement le *foyer*, et plus explicitement le foyer *conjugué* de P, à cause de la symétrie de l'équation en p et en p'.

Si $p=\infty$, autrement dit, si les rayons incidents sont parallèles à l'axe, $p'=\frac{R}{2}$: les rayons réfléchis vont tous sensiblement passer en un point F, situé au milieu de la distance OC. C'est le *foyer principal*, et la longueur $OF=\frac{R}{2}$ est la *longueur focale principale* (²) : nous la désignerons par f, et l'équation précédente s'écrira

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

(¹) Soit T le point où la tangente en M rencontre l'axe principal; l'équation exacte est

$$\frac{CP'}{CP}=\frac{TP'}{TP},$$

ou, si l'on pose $OT=\varepsilon$

$$\frac{R-p'}{p-R}=\frac{p'+\varepsilon}{p+\varepsilon},$$

ou

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R}+\frac{\varepsilon}{pp'R}(p+p'-2R).$$

(²) Roger Bacon le premier a donné la place exacte du foyer d'un miroir concave dans son livre, dédié à Clément IV, *Opus majus*; 1267.

Cette équation établie pour une situation particulière des points P, P′ et C, convient dans tous les cas, à condition que les distances p, p' et R ou f soient comptées à partir du sommet O, positivement vers le milieu où se meut la lumière (en avant du miroir), négativement en sens contraire.

Les divers cas de la réflexion sur les miroirs concaves se déduisent aisément de l'équation précédente, qu'il est commode pour la discussion de mettre sous la forme

$$p' = \frac{pf}{p-f}, \qquad \text{ou} \qquad p' = \frac{f}{1 - \dfrac{f}{p}}.$$

On obtient ainsi les résultats contenus dans le tableau suivant :

$p = \infty$	$p' = f$	foyer réel.
$p > 2f$	$f < p' < 2f$	foyer réel.
$p = 2f$	$p' = 2f$	foyer réel.
$2f > p > f$	$2f < p'$	foyer réel.
$p = f$	$p' = \infty$	foyer réel.
$f > p > 0$	$p' < 0$	foyer virtuel.
$p = 0$	$p' = 0$	foyer virtuel.
$0 > p$	$0 < p' < f$	foyer réel.

Dans le dernier cas, les rayons incidents convergeant vers un point situé derrière le miroir peuvent être considérés comme émanant d'un point lumineux virtuel. La figure 212, tracée dans l'hy-

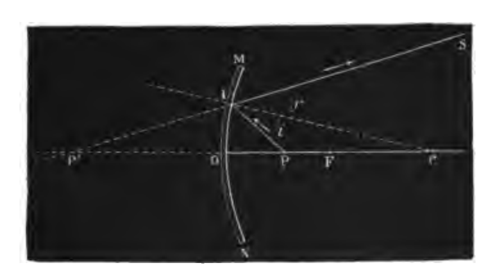


Fig. 212

pothèse inverse (point lumineux réel entre le foyer et le sommet, image virtuelle), convient également ici, le point lumineux étant supposé en P′ et l'image en P.

Si le miroir est convexe, R doit être compté négativement. Po-

sons $R = -\bar{R}$, de façon à mettre le signe en évidence ; nous aurons

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{2}{\bar{R}},$$

ou, en désignant par $-\bar{f}$ la distance du foyer principal (virtuel) au miroir,

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{1}{\bar{f}}.$$

La discussion de cette formule, que l'on peut écrire

$$p'=-\frac{p\bar{f}}{p+\bar{f}}, \qquad \text{ou} \qquad p'=-\frac{\bar{f}}{1+\frac{\bar{f}}{p}},$$

conduit immédiatement aux résultats consignés dans le tableau suivant :

$p=\infty$	$p'=-\bar{f}$	foyer virtuel.
$p>0$	$-\bar{f}<p'<0$	
$p=0$	$p'=0$	
$0>p>-\bar{f}$	$0<p'$	foyer réel.
$p=-\bar{f}$	$p'=\infty$	
$-\bar{f}>p>-2\bar{f}$	$p'<-2\bar{f}$	foyer virtuel.
$p=-2\bar{f}$	$p'=-2\bar{f}$	
$-2\bar{f}>p$	$-2\bar{f}<p'<-\bar{f}$	

La réflexion sur un miroir convexe ne donne de foyer réel que

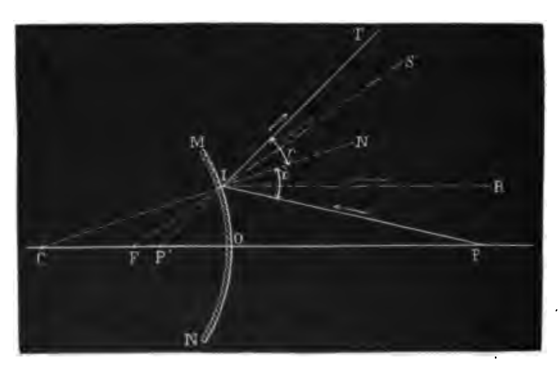


Fig. 213

dans le cas où les rayons incidents convergent vers un point lumineux virtuel, situé entre le sommet O et le foyer principal F.

Autre forme. — La formule générale

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f},$$

indiquant que les quatre points P, C, P', O constituent une division harmonique, peut se mettre sous une autre forme.

Traçons le cercle de diamètre OC, et construisons la polaire AB du point P; cette polaire passe en P', conjugué de P par rapport à OC (ce qui donne une construction très simple de P' [1]). On a donc,

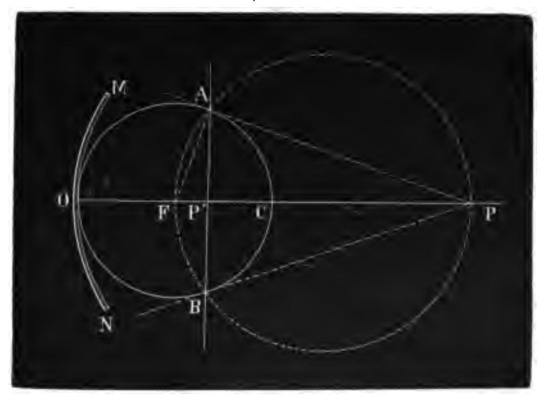


Fig. 214

en désignant par ϖ et ϖ' les distances FP et FP' du point lumineux et de son image au foyer principal,

$$\varpi\varpi' = f^2,$$

relation que l'on peut d'ailleurs obtenir par un simple changement de coordonnées. Si l'on prend pour origine le point F, l'équation

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

devient en effet, les différentes grandeurs étant affectées de signes convenables, ainsi qu'il a été dit plus haut,

$$\frac{1}{\varpi + f} + \frac{1}{\varpi' + f} = \frac{1}{f},$$

ou

$$\varpi\varpi' = f^2.$$

Cette équation, due à Newton [2], est générale. Elle montre que la source et l'image sont toujours d'un même côté du foyer principal. En la discutant, on retrouverait les résultats énoncés plus haut; mais elle se prête surtout à une interprétation géométrique.

(1) Voir LEBOURG, *Journal de physique*, VI, 305; 1877.

(2) NEWTON, *Opticks*, lib. I. London; 1704.

comme représentant une hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes. Traçons cette hyperbole en prenant pour origine le foyer F et pour coordonnées les ϖ et les ϖ'. Quand le miroir est concave, C_1 représente le centre et C le sommet : alors la branche MM′ correspond au cas où le point lumineux et le foyer sont tous les deux réels, la branche NN′ au cas où l'un est réel (celui dont la

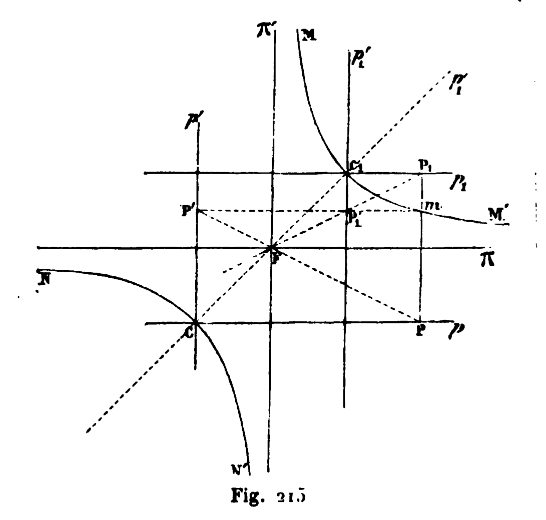


Fig. 215

coordonnée en valeur absolue est plus grande que f), l'autre virtuel. Quand le miroir est convexe, le rôle des points C et C_1 est changé : la branche NN′ correspond au cas où le point lumineux et le foyer sont tous les deux virtuels, la branche MM′ au cas où l'un est réel (celui qui est défini comme plus haut), l'autre virtuel.

Puisque l'on peut passer de l'une des équations à l'autre par un simple changement de coordonnées, il suffit d'effectuer ce changement sur la figure 215 pour avoir la représentation graphique de l'équation

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}:$$

les nouveaux axes seront Cp, Cp'. Dans le cas du miroir convexe, si l'on met en évidence le signe de f, en écrivant

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{1}{f},$$

l'hyperbole se trouve rapportée aux axes C_1p_1, $C_1p'_1$.

La discussion des courbes avec ces nouveaux axes est facile. Elle peut encore être simplifiée au moyen de la remarque suivante, due à Lissajous [1], qui en a tiré une construction très simple des foyers conjugués :

La droite PP′ qui joint les projections d'un point m de l'hyperbole sur les axes Cp, Cp', passe par le point F.

Si, en effet, on désigne par x et y les coordonnées courantes et par p et p' l'abscisse et l'ordonnée du point m, l'équation de la droite PP′ est

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{p'}=1,$$

équation vérifiée par $x=y=f$.

En conséquence, si l'on prend pour axes des coordonnées l'axe principal Cx d'un miroir concave et la perpendiculaire Cy à cet axe par le sommet C, et si l'on construit le point F ($x=y=f$), pour

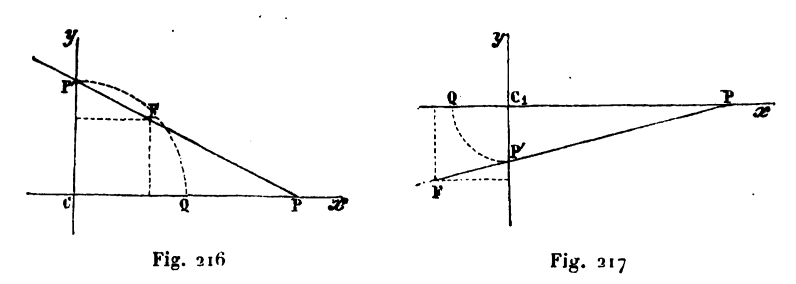


Fig. 216 Fig. 217

avoir la longueur p' conjuguée d'une longueur donnée p, il suffira de joindre le point P ($x=p$) au point F : la droite FP coupera l'axe des y en P′ ($y=p'$) ; et pour mettre en place le foyer conjugué de P, on n'aura qu'à rabattre le point P′ en Q sur l'axe principal Cx, ce rabattement étant fait à droite si P′ est au-dessus de Cx, à gauche s'il est au-dessous.

La figure 217 montre la même construction effectuée pour un miroir convexe dont le foyer principal F se trouve derrière le miroir : Q est le conjugué de P.

Points en dehors de l'axe principal. — Jusqu'ici nous n'avons considéré que des points situés sur l'axe principal. Les résultats

(1) LISSAJOUS, *Leçons inédites professées au lycée Saint-Louis.*

obtenus conviennent à tout point Q peu écarté de cet axe [1] (c'est-à-dire vu du sommet du miroir dans une direction peu différente de l'axe) : un miroir sphérique donne encore de ce point une image Q′, située sur le diamètre ou *axe secondaire* CQ. Soient, en effet, QI un rayon incident, IQ′ le rayon réfléchi qui rencontre

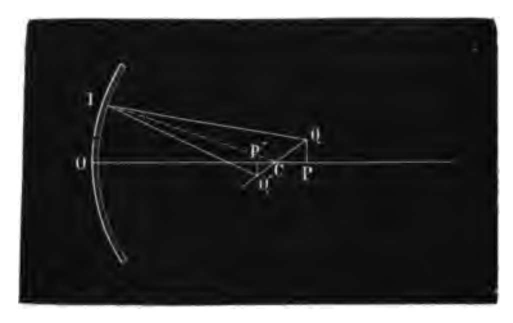


Fig. 218

en Q′ l'axe QC; on a, d'après la propriété déjà rappelée de la bissectrice,

$$\frac{CQ'}{CQ} = \frac{IQ'}{IQ}.$$

Abaissons de Q et Q′ les perpendiculaires QP et Q′P sur l'axe principal; le premier rapport pourra se remplacer par $\frac{CP'}{CP}$. Quant

(1) Lorsque l'on considère un point un peu éloigné du centre C, la condition d'être peu écarté de l'axe principal équivaut à celle d'être *situé sur un axe secondaire peu incliné sur l'axe principal*; et la proposition est alors évidente, le



Fig. 219

miroir se comportant manifestement à l'égard d'un axe secondaire comme à l'égard de l'axe principal, tant que l'ouverture rapportée au nouvel axe reste assez petite.

au deuxième, il est sensiblement égal à $\frac{OP'}{OP}$. On a donc, avec une approximation du même ordre que précédemment,

$$\frac{CP'}{CP}=\frac{OP'}{OP};$$

ce qui est précisément la relation établie plus haut. Cette relation étant indépendante de I, on en conclut que la position du point Q' sur l'axe secondaire QC est indépendante du rayon considéré; Q' est donc l'image de Q, comme P' est celle de P.

Image d'une droite. — Formule du grossissement. — Puissance. — Il en résulte que l'image de la droite PQ, normale à l'axe principal et petite (c'est-à-dire de faible grandeur angulaire), est la petite droite P'Q' ([1]), normale au même axe, définie quant à sa situation par l'équation

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f},$$

et quant à sa grandeur par la formule

$$\frac{-I}{O}=\frac{p'}{p},$$

O désignant l'objet et I l'image prise positivement quand elle est droite et négativement lorsqu'elle est renversée ([2]). On a en effet

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{CP'}{CP}=\frac{OP'}{OP},$$

c'est-à-dire

$$\frac{-I}{O}=\frac{p'}{p},$$

([1]) L'image d'une droite indéfinie dans un miroir sphérique de petite ouverture est une conique, dont un foyer est le point C et dont l'axe focal est la perpendiculaire abaissée de C sur la droite. Soient d la longueur de cette perpendiculaire, ω l'angle que fait le rayon vecteur ρ avec le prolongement de cette ligne, l'équation de la conique est

$$\rho=\frac{f}{1+\frac{f}{d}\cos\omega}$$

([2]) L'image est droite ou renversée selon que les points conjugués sont d'un même côté ou de côtés différents du centre.

ou

$$\frac{-\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{f}{p-f}=\frac{p'-f}{f}=\frac{2f-p'}{p-2f} \text{ (1)},$$

ou, avec la notation de Newton,

$$\frac{-\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{f}{\varpi}=\frac{\varpi'}{f};$$

et cette relation est également générale, avec les conventions adoptées.

On déterminera aisément dans chaque cas l'image d'une droite de faible grandeur angulaire située normalement à l'axe principal (2).

Nous supposerons d'abord que le miroir est concave.

L'objet étant extrêmement éloigné, l'image qui se forme dans le *plan focal principal* (plan mené par le foyer principal normalement à l'axe) est réelle, renversée et très petite $\left(-\mathrm{I}=\frac{\mathrm{O}}{p}f\right)$. Elle n'a de dimensions visibles que si l'objet a lui-même un diamètre apparent sensible : l'image du soleil, dont le diamètre apparent $\frac{\mathrm{O}}{p}=0{,}009$, est un disque de diamètre $0{,}009f$. La concentration des rayons sera d'autant plus énergique que la distance focale sera plus petite. En conséquence l'inverse de la distance focale s'appelle la *puissance* du miroir

$$\mathrm{P}=\frac{1}{f}.$$

L'objet se rapprochant, l'image, toujours réelle et renversée, s'éloigne et s'allonge; quand l'objet arrive au centre, l'image, aussi au centre, est égale à l'objet; puis, grandissant sans cesse tandis qu'elle s'enfuit, elle devient infinie à l'infini, lorsque l'objet atteint le foyer.

L'objet continuant à se rapprocher du miroir, l'image, marchant toujours en sens inverse, passe derrière le miroir. Virtuelle

(1) La figure 219 donne immédiatement cette relation $\frac{-\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{2f-p'}{p-2f}$.

(2) L'image d'une petite droite et par suite d'un petit objet plan perpendiculaire à l'axe principal est semblable à l'objet; dans tout autre cas il y a déformation.

et droite, d'abord infiniment grande et infiniment éloignée, elle se rapproche et décroît jusqu'à devenir égale à l'objet quand elle se superpose à lui, au sommet.

Enfin, l'objet se faisant virtuel, l'image, redevenue réelle, est plus petite que l'objet.

Les figures ci-jointes, relatives aux deux cas différents que peuvent

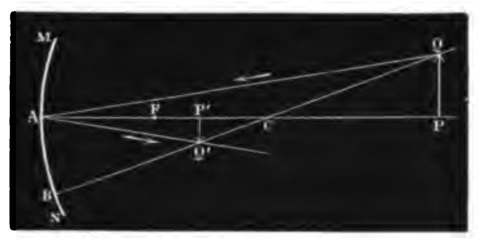


Fig. 220

présenter les miroirs concaves, montrent les rapports de situation,

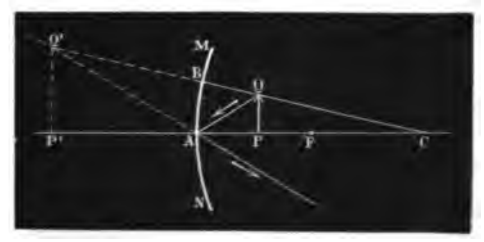


Fig. 221

de grandeur et de direction qui existent entre l'image et l'objet (¹).

Dans un miroir convexe, un objet réel donne toujours une image



Fig. 222

virtuelle, droite et plus petite que l'objet, située entre le foyer et le

(¹) Les angles en A étant égaux, les triangles rectangles PQA et P'Q'A mettent en évidence la relation établie plus haut $\frac{-I}{O}=\frac{p'}{p}$.

sommet du miroir. Par contre, un objet virtuel, placé entre le miroir et le foyer, fournit une image réelle, droite, plus grande que l'objet, et grandissant à mesure qu'elle va depuis le miroir jusqu'à l'infini. L'objet virtuel s'éloignant derrière le miroir au delà du foyer, l'image se forme également derrière le miroir, virtuelle, renversée, d'abord plus grande que l'objet, puis égale à celui-ci quand ils sont l'un et l'autre au centre, puis plus petite quand l'objet vient occuper au delà du centre les positions qui étaient tout à l'heure celles de l'image.

Construction géométrique. — Dans les figures précédentes, le foyer conjugué d'un point, pris hors de l'axe principal, a été déterminé par l'intersection de l'axe secondaire relatif à ce point et d'un rayon réfléchi que nous avons tracé faisant avec la normale au point d'incidence un angle égal à celui que faisait avec cette même normale le rayon incident. En choisissant convenablement ce dernier, on peut éviter toute considération d'angles.

Prenons pour rayon incident le rayon AI, parallèle à l'axe prin-

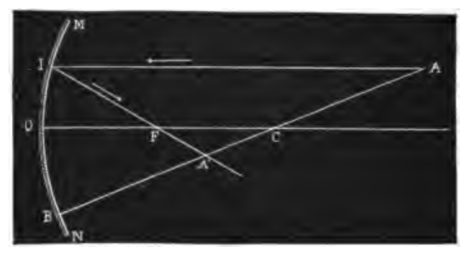


Fig. 223

cipal : le rayon réfléchi passera par le foyer F et viendra couper l'axe secondaire au point cherché A′.

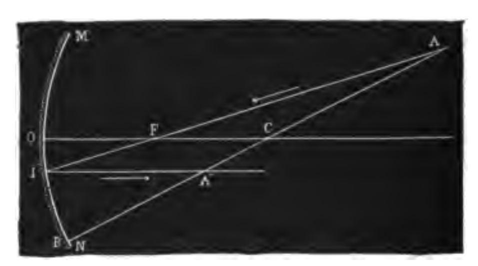


Fig. 224

Inversement, traçons le rayon AF passant par le foyer : ce rayon

se réfléchit parallèlement à l'axe principal et rencontre l'axe secondaire AC en A'.

De là un double moyen (le premier est le plus employé ([1])) pour mettre en place le foyer conjugué d'un point, et par suite l'image d'une droite.

La figure 225 indique la construction de l'image A'B' d'une droite AB, et fait voir comment, la droite AB se rapprochant du

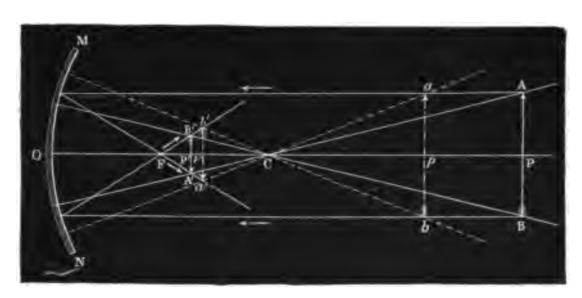


Fig. 225

centre de courbure en *ab*, l'image marche vers le même point en *a'b'* et grandit.

Il est d'ailleurs manifeste que ce procédé permet de retrouver tous les résultats énumérés plus haut.

Vérifications expérimentales. — La vérification expérimentale est facile. On reçoit sur un écran l'image réelle qu'un miroir concave donne d'un objet lumineux (une bougie, une lampe à incandescence) ou convenablement éclairé, situé au delà du foyer (fig. 226). On peut même voir directement l'*image aérienne* si les rayons réfléchis viennent frapper l'œil au delà de leur point de concours.

Une jolie expérience à ce sujet est celle du *bouquet renversé*. Sous un socle creux et noirci portant un vase vide, un bouquet est suspendu par la tige. Ce système étant installé devant un miroir concave, dans le plan central, l'observateur placé au delà du socle voit le bouquet se dresser au-dessus du vase avec une apparence surprenante de réalité.

([1]) Si le rayon mené par le point A parallèlement à l'axe principal ne rencontre pas le miroir, on remplacera l'axe principal par l'axe secondaire parallèle à un rayon quelconque rencontrant le miroir : la seule condition est de prendre pour foyer le point de cet axe situé dans le plan focal principal.

Le même artifice permet de construire le foyer conjugué d'un point situé sur l'axe principal comme hors de cet axe.

Si l'on met un objet au foyer même d'un miroir concave, l'image, étant à l'infini en même temps qu'elle est infiniment grande, reste visible sous un angle fini, soit à l'œil nu accommodé pour l'infini, soit au moyen d'une lunette astronomique ajus-

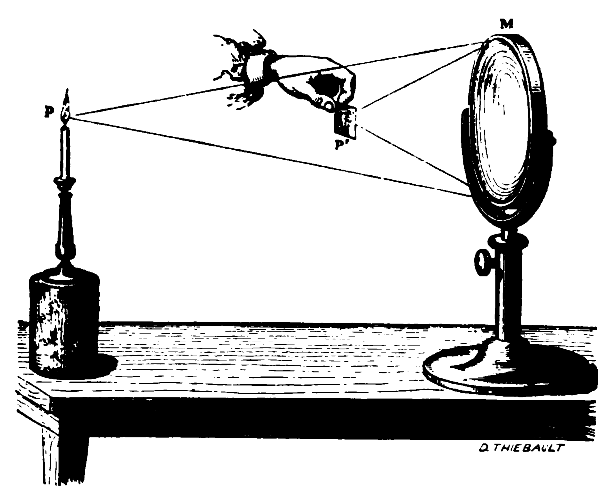


Fig. 226

tée pour voir nettement à l'infini, et recevant à une distance quelconque les rayons réfléchis par le miroir.

Nous n'avons pas à rappeler l'emploi des miroirs concaves comme *miroirs à barbe :* l'image virtuelle et droite qu'ils fournissent d'un observateur placé entre le foyer et le miroir est nécessairement un peu déformée, le nez qui fait saillie étant moins grossi que les joues.

L'effet contraire se produit dans les miroirs convexes. Lorsqu'on approche le doigt d'une *boule panoramique*, il apparaît comme une massue renflée à son extrémité.

Tout objet convexe suffisamment poli reflète la lumière extérieure suivant une image étroite et brillante qui accuse le relief de l'objet.

Mesure de la distance focale d'un miroir sphérique (¹). — a) *Miroir concave.* — Le moyen le plus simple pour déterminer la distance focale principale d'un miroir concave est de l'exposer droit

(¹) Il n'est question ici que des procédés optiques, plus commodes que les procédés mécaniques (114 et 118) qui ne devront cependant pas être négligés.

aux rayons solaires et de chercher avec un verre dépoli l'image du soleil. La distance de cette petite image au miroir est égale à f. Mais le procédé ne comporte pas grande précision.

On obtiendra au contraire un résultat très précis en mesurant soigneusement les distances p et p' du miroir à un objet plan situé au delà du foyer et à l'image de cet objet, et en appliquant à ce couple de mesures (que l'on répétera en variant la distance p) la formule fondamentale

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

Comme objet, on prendra soit un réticule, soit le bord d'un trou ou d'une fente, vivement éclairé, et pour trouver la place exacte de l'image, on se servira d'un microscope que l'on déplacera jusqu'à ce qu'on voie l'image le plus distinctement possible : celle-ci sera alors à une distance de l'objectif que l'on déterminera en cherchant où il faut mettre un test-objet quelconque pour le voir nettement dans le microscope.

b) *Miroir convexe.* — On peut également exposer le miroir aux rayons solaires; mais comme le foyer n'est pas réel, il faudra recourir à l'un ou à l'autre des deux procédés suivants :

1° Disposer devant le miroir un écran percé de deux petits trous A, A',

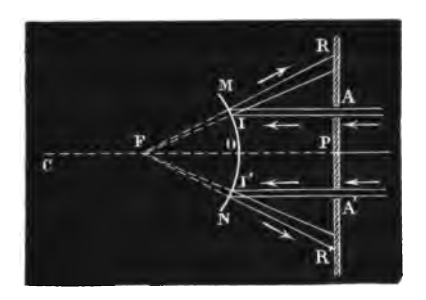


Fig. 227

et s'arranger de manière que les taches R, R', formées par les rayons réfléchis, soient écartées de $RR'=2AA'$: alors $OP=OF=f$.

2° Recevoir d'abord les rayons solaires sur un large miroir concave M'N', de distance focale connue f', et placer le miroir MN de façon que l'image réelle S de l'objet virtuel F' tombe entre les som-

mets O et O' : on mesure $OS = a$ et $OO' = d$, et l'on calcule $\bar{f}$ par l'équation

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{\bar{f} - d} = -\frac{1}{\bar{f}}.$$

En employant un objet virtuel bien défini et en visant l'image

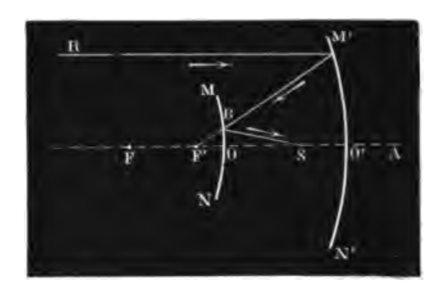


Fig. 228

de cet objet avec un microscope (par un trou pratiqué en O'), on donnera à cette méthode toute la précision désirable.

On pourra aussi, plus simplement, viser au moyen d'une lunette astronomique l'image virtuelle d'un objet réel situé en avant du miroir à une distance $p > 0$: on déterminera le plan de visée comme dans le cas précédent, en cherchant où il faut placer un objet témoin (une page d'imprimerie) pour la voir nettement : on aura ainsi p', et par suite $\bar{f}$.

Aberrations. — Nous avons supposé jusqu'ici l'ouverture du miroir assez petite pour que les rayons réfléchis près des bords (rayons marginaux) convergent au même point que les rayons voisins du sommet (rayons centraux). Mais cette condition n'est généralement pas satisfaite ; il se produit des *aberrations* : on nomme *aberration longitudinale* la distance du foyer des rayons marginaux au foyer des rayons centraux, et *aberration latérale* le rayon de la section faite dans le cône des rayons marginaux par le plan focal central. La grandeur de ces aberrations dépend de la position du point lumineux. Nous considérerons seulement le cas où le point lumineux est à l'infini ; elles s'appellent alors *aberrations principales* : F étant le foyer des rayons centraux, F_1 le foyer des rayons marginaux, et FH la perpendiculaire à FF_1 menée par le point F jusqu'à sa rencontre avec le rayon marginal MF_1, $CF_1 - CF$ est l'*aberration*

longitudinale principale λ, et FH l'*aberration latérale principale* ρ.

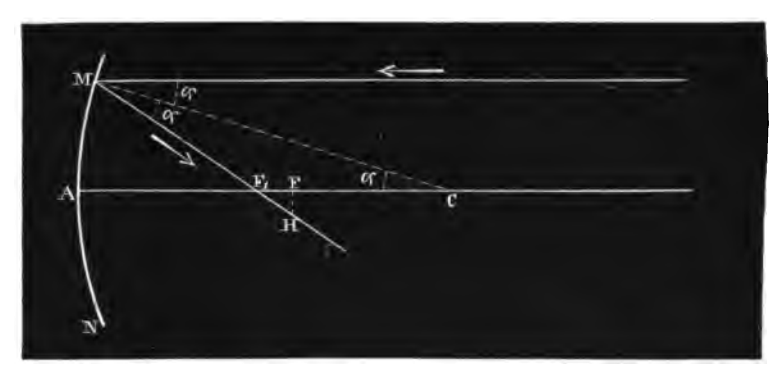


Fig. 229

Si l'on observe que le triangle CF_1M est isocèle et que l'angle FF_1H est égal à l'ouverture 2α du miroir, on a immédiatement

$$\lambda = f\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) \quad \text{et} \quad \rho = \lambda \operatorname{tg} 2\alpha.$$

D'ordinaire α est assez petit pour que les termes du quatrième ordre soient négligeables; on prendra alors les valeurs approchées

$$\lambda = \frac{1}{2} f\alpha^2 \quad \text{et} \quad \rho = f\alpha^3,$$

ou, si l'on préfère introduire les rayons de courbure $CM = R$ et d'ouverture $AM = r$,

$$\lambda = \frac{r^2}{4R} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{r^3}{2R^2}.$$

L'aberration latérale, celle qui est la plus importante à considérer, diminue très vite avec l'ouverture. Toutefois, dans le cas de $R = 200^{\text{cm}}$ et de $r = 5^{\text{cm}}$, on a encore $\rho > 0^{\text{cm}},0015$. Il semblerait donc impossible d'obtenir au moyen d'un télescope des images nettes et susceptibles d'un grossissement énergique, si l'on ne remarquait que les rayons se serrent vers le centre du cercle d'aberration, de sorte que la partie efficace de ce cercle se réduit à une très petite surface.

La concentration des rayons au foyer même résulte immédiatement de la considération de la caustique [1].

[1] Cette considération est due au mathématicien TSCHIRNAUS (*Acta eruditorum*, 364; 1682). DE LA HIRE (*Mémoires de l'ancienne Académie des sciences*, IX, 448; 1690) étudia la caustique engendrée par la réflexion d'un faisceau de rayons

Caustiques. — On appelle *caustique par réflexion* le lieu des intersections successives des rayons réfléchis par un miroir qu'éclaire un point lumineux. Malus a montré que ce lieu est une surface à deux nappes. Dans le cas d'un miroir sphérique, l'une des nappes se réduit au diamètre passant par le point lumineux; l'autre est une surface de révolution ayant pour méridien la courbe que forme dans l'un des plans méridiens du miroir le lieu des intersections successives des rayons réfléchis. Cherchons ce lieu. A cet effet, traçons deux rayons incidents infiniment voisins PI et PI′; les rayons réfléchis correspondants, IR et IR′, se coupent suivant Q qui est un point du lieu, α, α' et ω étant les angles

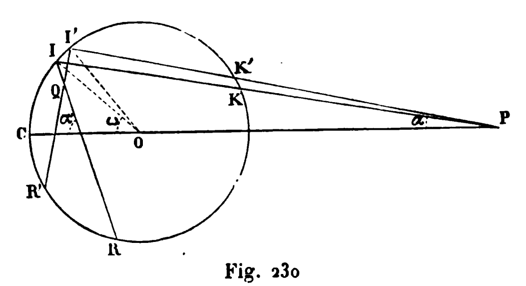


Fig. 230

que font respectivement avec l'axe PC le rayon incident PI, le rayon réfléchi IR et la normale OI au point d'incidence, la loi fondamentale de la réflexion fournit aussitôt la relation, tout à fait générale,

$$\alpha + \alpha' = 2\omega,$$

et par suite

$$d\alpha + d\alpha' = 2d\omega,$$

ou, si l'on mesure ces angles par les arcs comptés sur le cercle OI,

$$RR' - KK' = 2II'.$$

parallèles dans un miroir sphérique. Jean Bernouilli (*Opera*, I, 52; 1692) et Lhopital (*Analyse des infiniment petits;* 1696) s'occupèrent des caustiques, sur lesquelles Smith (*Cours d'optique*, traduction Pézénas, I, 30; 1767) chercha à déterminer l'éclairement, et dont Petit (*Correspondance sur l'École polytechnique*, publiée par Hachette, II, 353; 1812) donna le tracé par points. Le sujet fut repris et élargi par Malus (*Traité d'optique*, dans les *Mémoires présentés à l'Institut des sciences par divers savants*, II, 214; 1811); Dupin (*Ann. de chim. et de phys.*, (2), V, 85; 1817); Quételet (*Nouv. Mém. de l'Acad. de Bruxelles*, III, 15 et IV, 79; 1822); Sturm (*Ann. de Gergonne*, XV, 205; 1824); Gergonne (*Ann. de Gergonne*, passim; 1823-26); Timmermans (*Correspondance mathématique et physique des Pays-Bas*, I, 336; 1826), et Levistal (*Annales scientifiques de l'École normale*, (1), IV, 195; 1867).

Posons $IP = l$, $IQ = l'$ et $IR = IK = 4a$.

Les triangles semblables QII′ et QRR′ donnent

$$\frac{RR'}{II'} = \frac{4a - l'}{l'},$$

et les triangles semblables PII′ et PK′K

$$\frac{KK'}{II'} = \frac{l - 4a}{l}.$$

De ces trois relations on tire

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{a},$$

équation toute semblable à la formule des miroirs et qui se construit aisément.

Quand le point lumineux est à l'infini, $l = \infty$, l'équation se réduit à

$$l' = a,$$

c'est-à-dire $IQ = \frac{IR}{4}$. Le point Q de la courbe situé sur le rayon réfléchi IR est donc le pied de la perpendiculaire HQ abaissée de H, milieu de OI, sur ce rayon IR. En d'autres termes, le point Q

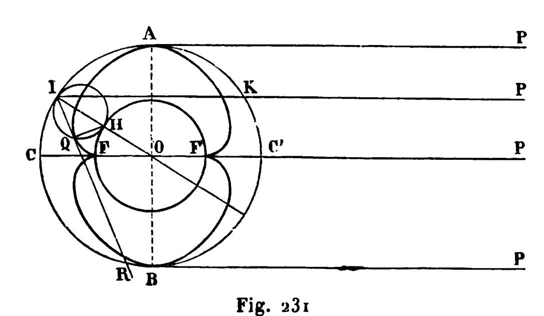


Fig. 231

se trouve à la rencontre de IR avec le cercle décrit sur IH comme diamètre, cercle tangent en I et en H aux cercles de rayons OI et OH. Comme d'ailleurs les deux angles égaux HIQ et HOC ont respectivement pour mesure $\frac{arc\,QH}{IH}$ et $\frac{arc\,FH}{OH}$, on a $arc\,QH = arc\,FH$.

Le lieu du point Q est donc l'épicycloïde décrite par le cercle IH

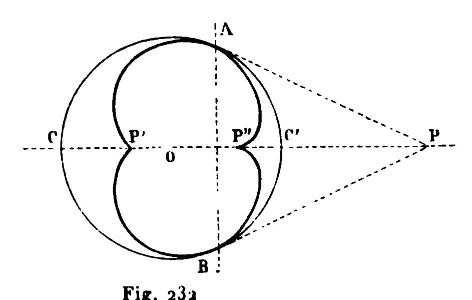


Fig. 232

de rayon $\frac{R}{4}$ roulant sur le cercle OH de rayon $\frac{R}{2}$. La partie AFB de

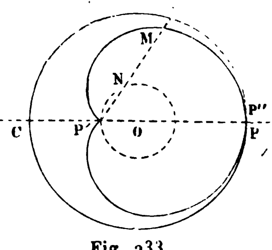


Fig. 233

la courbe est l'enveloppe des rayons réfléchis par le miroir con-

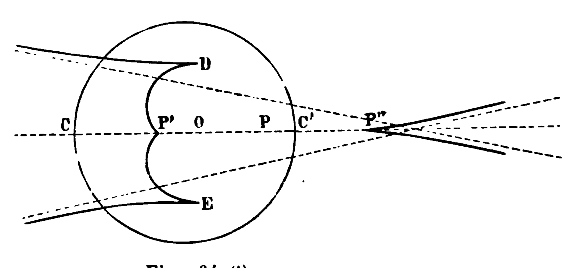


Fig. 234 (¹)

cave ACB, la partie AFB correspond virtuellement aux rayons réfléchis par le miroir convexe AC'B, les rayons incidents étant P,P.

(¹) Les asymptotes rencontrent l'axe en un point dont la distance au centre est $\frac{3lR^2}{4l^2-R^2}$ et sous un angle $\frac{V}{2}$ défini par la relation $\operatorname{tg}\frac{V}{2}=\frac{2\sqrt{(R^2-l^2)(4l^2-R^2)}}{8l^2+R^2}$. L'abscisse du rebroussement D,E, est $\frac{l(R^2-2l^2)}{R^2}$, et la tangente au rebroussement coupe l'axe au point $\frac{lR^2}{2l^2-R^2}$.

Les foyers principaux F,F′ sont à l'intersection de la deuxième nappe de la caustique avec la première.

On voit très facilement la courbe AFB en exposant presque tangentiellement aux rayons solaires soit un anneau métallique bien poli placé sur une feuille de papier, soit le bord d'un verre plein

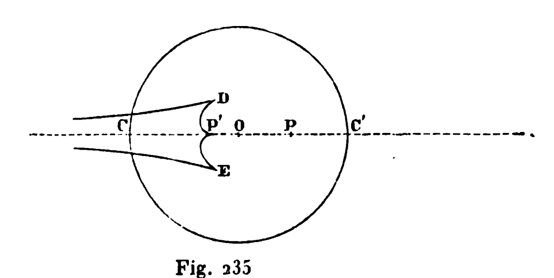


Fig. 235

d'un liquide foncé, ou encore en recevant la lumière sur un cylindre de fer-blanc ; et l'on constate que le point F est particulièrement brillant.

Le point P se rapprochant progressivement, la courbe se modifie et se déplace, comme le montrent les figures ci-jointes (1),

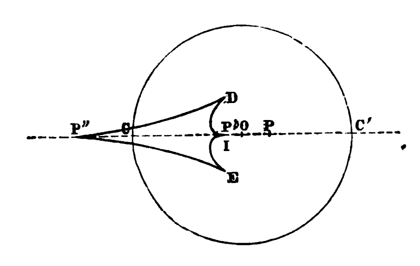


Fig. 236

jusqu'à ce que tout se réduise à un point lorsque le point lumineux arrive au centre.

Un miroir est dit *aplanétique* (ἀ privatif, πλάνη erreur) quand il

(1) Noter le cas où le point lumineux est sur le cercle, en P (fig. 233) : la caustique est un limaçon de Pascal, que l'on tracera en construisant le cercle OP′ de rayon $\frac{R}{3}$ et en prolongeant les rayons vecteurs P′N d'une longueur $= \frac{2R}{3}$. C'est aussi l'épicycloïde engendrée par un cercle de rayon $\frac{R}{3}$ roulant extérieurement sur le cercle OP′.

donne d'un point une image réduite à un point. Un miroir sphérique est aplanétique pour son centre seulement [1].

Insuffisance des considérations précédentes. — Nous ne pousserons pas plus loin l'étude géométrique des miroirs sphériques, parce que tout utile qu'elle est dans les limites où nous l'avons restreinte, elle se trouve entachée d'un vice originel qui se trahit dès qu'on la serre de près. Ainsi, de fait, comme nous l'apprendra la théorie des ondes, l'image d'un point dans un miroir aplanétique est, non pas un point, mais un cercle brillant d'un éclat assez uniforme, entouré d'anneaux colorés d'intensités rapidement décroissantes.

Nous ferons cependant encore remarquer que la forme de la caustique rend compte de la déformation des images vues oblique-



Fig. 237

ment dans les miroirs sphériques. Car l'œil placé en U voit l'image du point A entre les points A' et α appartenant respectivement aux

[1] Une surface aplanétique est évidemment de révolution autour de la ligne joignant le point lumineux à son image. Comme d'ailleurs la normale à la courbe méridienne doit bisséquer l'angle des rayons vecteurs menés aux deux points, cette courbe est nécessairement une conique tournant autour de son axe focal. La surface d'un miroir aplanétique est donc un ellipsoïde de révolution (concave si le point lumineux et son foyer sont tous les deux réels, convexe s'ils sont tous les deux virtuels), un paraboloïde de révolution (quand l'un des deux points est à l'infini), ou enfin un hyperboloïde de révolution à deux nappes (si l'un des points est réel et l'autre virtuel). Comme cas particuliers se présentent la sphère et le plan : celui-ci est toujours aplanétique, quelle que soit la position du point lumineux.

deux nappes de la caustique de A. L'image ainsi vue ne se confond pas avec celle que l'on recevrait sur un écran.

420. Miroirs paraboliques. — D'après la propriété bien connue de la parabole, il est manifeste qu'un miroir parabolique donnera dans le plan focal une image particulièrement nette d'un objet éloigné, de petites dimensions angulaires, situé sur l'axe. La construction d'un miroir exactement parabolique est donc très importante pour les astronomes. Déjà, en 1777, un opticien anglais, Mudge, avait perfectionné beaucoup les miroirs sphériques en les creusant légèrement vers le sommet, de façon à augmenter la courbure dans cette région et à rapprocher le foyer des rayons centraux de celui des rayons marginaux. La netteté croissante des images était le seul guide dans cette opération, que pratiquèrent lord Ross, Lassell et d'autres astronomes; encore risquait-on fort de dépasser le but. On ne pouvait d'ailleurs juger de la netteté qu'en mettant chaque fois le miroir en place dans le télescope.

Procédé de Foucault (¹). — Foucault a réalisé un grand progrès en dirigeant le travail par une série d'épreuves qui, sans exiger le montage du miroir, permettent de marcher sûrement vers la forme géométrique. En outre, il remplaça le métal des miroirs, lourd, cassant et altérable à l'air, par le verre argenté, dont la couche métallique, déposée chimiquement sur une épaisseur minime, peut être renouvelée quand on veut, sans qu'il soit nécessaire de procéder à un nouveau polissage, c'est-à-dire à un nouveau travail complet du miroir.

Car le dressage porte sur des quantités très faibles. La portion utile du paraboloïde de révolution que l'on se propose d'obtenir diffère extrêmement peu d'une calotte sphérique. Soient en effet (fig. 238) OB la parabole

$$y^2 = 4f(2f + x),$$

et OA le cercle tangent au sommet

$$x^2 + y^2 = 4f^2.$$

Le rayon CA différant à peine de la normale à la parabole en B,

(¹) FOUCAULT, C. R., XLIV, 339; XLVII, 205 et 958; XLIX, 85; LIV, 1; 1857-62; et *Annales de l'Observatoire de Paris*, V, 197; 1859.

l'épaisseur e de matière à enlever sur le bord est très sensiblement CB — CA; on a donc

$$e=\sqrt{\left(\frac{y^2}{4f}-2f\right)^2+y^2}-2f$$
$$=2f\left(\frac{y^4}{128f^4}-\frac{y^8}{32768f^8}+\dots\right).$$

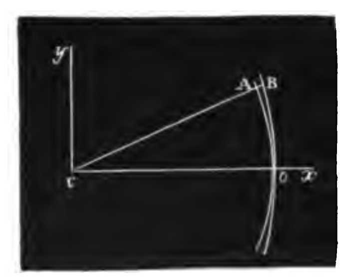


Fig. 238

Dans le grand miroir de lord Ross, où $f=54$ pieds anglais ($16^m,46$) et $y=3$ pieds ($0^m,91$), e vaut à peine $2^\mu,5$. Ainsi, dans le plus énorme miroir, la quantité de matière à enlever pour le rendre parabolique est de l'ordre de celles qui se détachent au polissage.

On cherchera donc d'abord à obtenir rigoureusement la forme sphérique. Soit AB un miroir sphérique vérifié au sphéromètre,

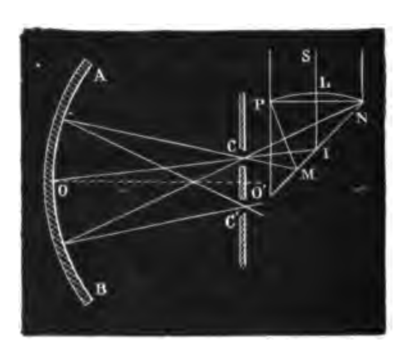


Fig. 239

tel que les fournit aisément l'industrie. Dans le plan central on dispose un écran percé de deux trous C et C', symétriquement situés à très petite distance du centre O'. Un miroir sphérique, étant

rigoureusement aplanétique pour son centre, le sera encore très approximativement pour les trous C et C'. Si donc, au moyen de la lentille L et du prisme à réflexion totale MNP, on dirige sur le petit trou C la lumière venant d'une source S de façon à réaliser en C un point lumineux, l'œil (armé d'une loupe) verra en C' une tache blanche, entourée d'anneaux qui seront parfaitement réguliers quand la surface sera de révolution autour de l'axe OO'. S'il y a une déformation, elle indique un défaut de symétrie que l'on corrigera en usant convenablement le verre par frottement sur sa matrice.

Cette première condition satisfaite, on disposera en MN un petit réseau à mailles rectangulaires, que l'on éclairera comme précédemment, et dont on examinera l'image à l'aide d'un microscope placé en regard de M'N' et portant en avant de son objectif un dia-

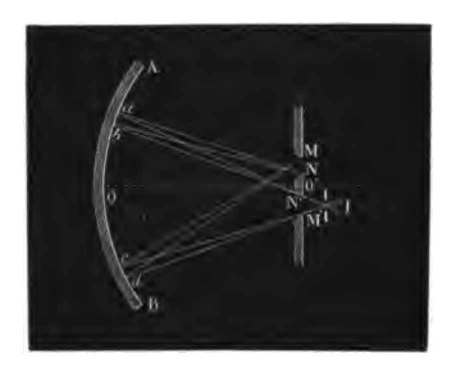


Fig. 240

phragme percé d'un très petit trou I, de sorte que l'image de la partie M du réseau proviendra des rayons réfléchis sur la portion *cd* du miroir, tandis que l'image de la partie N sera due aux rayons réfléchis sur la petite portion *ab*. Grâce à cette localisation des rayons réfléchis, les défauts que présenteront certaines parties de l'image indiqueront immédiatement les défauts des portions correspondantes de la surface. Si le miroir était parfait, l'image serait identique à l'objet (fig. 241). Si le miroir est défectueux, l'image sera déformée (fig. 242), les mailles étant agrandies là où le rayon de courbure est trop grand, et rétrécies là où il est trop petit ; et la grandeur de ces déformations montrera si le miroir doit encore être

reporté sur sa matrice, ou s'il peut être corrigé par la *méthode des retouches locales*, véritable trait de génie de Foucault.



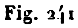

Fig. 241



Fig. 242

Changeant le mode d'épreuve, on met le point lumineux au centre O'; les rayons réfléchis viennent former au même point une image que l'on cache avec un écran DO' : l'œil placé derrière cet écran ne doit donc recevoir aucun rayon réfléchi; il doit voir la surface du miroir uniformément éclairée par cette lumière dif-

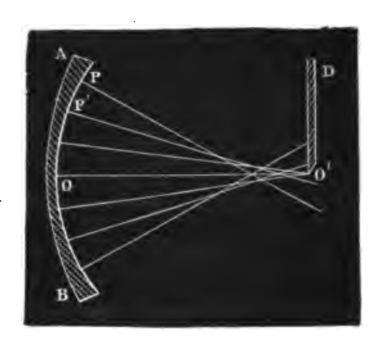


Fig. 243

fuse que laisse subsister le plus beau poli. Mais si certains points PP' font saillie, les rayons réfléchis en ces points viendront couper l'axe entre O et O' et passant au-dessous de l'écran arriveront à l'œil: la région PP' paraîtra éclairée. Au contraire, une portion en retrait semblera obscure. Après cette épreuve, Foucault prenait en main un polissoir recouvert de rouge d'Angleterre et frottait les parties qui lui avaient paru brillantes; puis il soumettait le miroir à un nouvel examen optique; et il continuait ses retouches jusqu'à ce que l'é-

clairement se montrât uniforme. Le miroir était alors sphérique.

De la sphère on passe à l'ellipsoïde en modifiant progressivement la surface, du centre vers les bords, de manière que, la lumière étant à l'un des foyers, l'œil placé derrière l'écran à l'autre foyer voie la surface uniformément éclairée. En écartant graduellement les

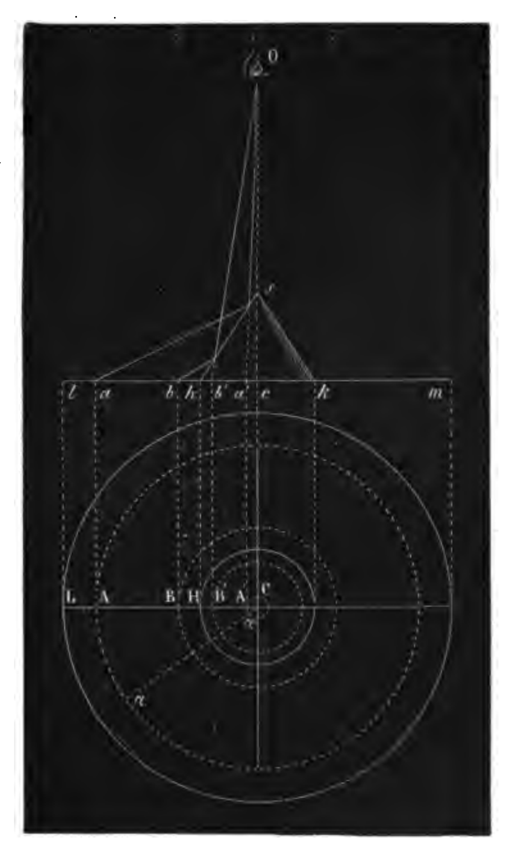


Fig. 244

foyers, on allonge de plus en plus l'ellipsoïde; et quand la distance focale a atteint une vingtaine de mètres, on est bien près du paraboloïde. Pour y arriver, on remplace le point lumineux par un collimateur qui envoie sur le miroir un faisceau de rayons parallèles et, guidé toujours par la même règle, on enlève sur les bords la petite quantité de matière dont l'ablation est commandée par la forme à réaliser.

Le miroir est alors prêt à être mis en place dans le télescope.

421. Miroirs cylindriques et coniques. — Les miroirs cylindriques ou coniques produisent des effets curieux dont on se rendra facilement compte à l'aide des principes posés plus haut. Il n'y a pas de cabinet de physique qui ne possède un de ces miroirs, associé à des *anamorphoses* (ἀνὰ indiquant transposition, μορφή, forme) : on appelle ainsi des dessins d'apparences bizarres, bien que construits d'après des règles déterminées [1], et qui donnent dans ces miroirs des images régulières. La figure 244 fait voir comment les rayons partis des points *a*, *b* de l'anamorphose sont vus en *a'b'* par l'œil placé en un point O au-dessus du miroir conique *shk*. Un dessin étant tracé dans le cercle CH, on en obtiendra l'anamorphose dans la couronne HL par une épure très simple, tous les points situés sur le cercle A' ayant leur anamorphose sur le cercle A dont le rayon se déduit de celui de A' par la loi fondamentale de la réflexion, comme le montre la partie supérieure de la figure, et l'anamorphose de α' se trouvant nécessairement sur le rayon $C\alpha'$.

[1] STEVIN, *Magia universalis*. Herbipolis (Wurtzbourg); 1657.

CHAPITRE III

RÉFRACTION

I. — LOI DE LA RÉFRACTION.

422. Loi de la réfraction. — *Énoncé de Descartes.* — Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu transparent dans un autre, il éprouve en général un brisement ou *réfraction*. Appelons toujours *plan d'incidence* le plan SIN déterminé par le rayon incident SI et la normale en I à la surface de séparation des deux mi-

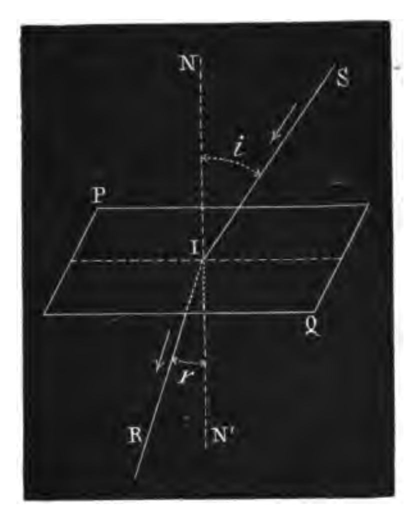


Fig. 245

lieux, *angle d'incidence* l'angle SIN du rayon incident SI avec la normale IN, et, de même, *angle de réfraction* l'angle NIR du rayon réfracté IR avec la normale IN au point d'incidence. Si le

nouveau milieu dans lequel se propage la lumière est isotrope, *le rayon réfracté reste compris dans le plan d'incidence ; et le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction est un nombre constant;* de sorte que, si nous désignons par n ce nombre constant, qui se nomme l'*indice de réfraction* du deuxième milieu par rapport au premier, nous avons

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Cette loi a été donnée pour la première fois par Descartes dans sa *Dioptrique* (διά à travers, ὄπτομαι voir), parue à Leyde en 1637 en même temps que le *Discours de la méthode*, les *Météores* et la *Géométrie* [1].

Règle de Fermat. — Fermat a montré que le chemin suivi

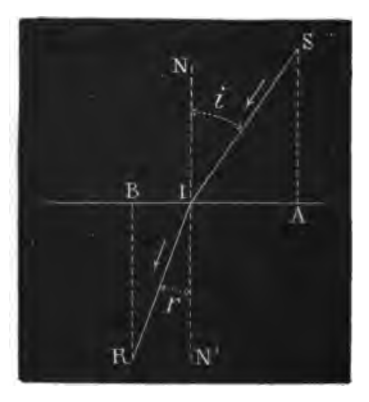


Fig. 246

par la lumière dans la réfraction, comme dans la réflexion, est

[1] Au lendemain de la mort de Descartes, Isaac Voss et Huygens l'accusèrent d'avoir connu la loi par un manuscrit, qui n'a jamais été publié, dans lequel Snell, de Leyde, l'aurait énoncée, moins clairement, plusieurs années auparavant. Cette accusation, sans preuve aucune, fut accueillie et grossie par les ennemis de Descartes : le plagiat était certain (POGGENDORFF, *Histoire de la physique*, traduction Bibart et de la Quesnerie, p. 189). Cependant M. Kramer a tenté récemment de rétablir les faits (KRAMER, *Zeitschrift für Math. u. Phys.*, XXVII, Supplément; 1882); mais sa critique très impartiale montre seulement combien l'histoire de la science devient difficile quand on abandonne la règle d'attribuer une découverte à celui qui l'a publiée le premier. Voss prétend que Snell a trouvé la loi en 1621 ; mais ce ne serait qu'en 1634 que

celui qu'elle peut parcourir dans le temps le plus court possible (1).

Soient, en effet, deux points S et R situés dans deux milieux différents, où la lumière se meut avec les vitesses respectives v et v'. En reprenant le raisonnement fait plus haut (413), on reconnaît aisément que le chemin de plus courte arrivée est formé de deux droites SI et IR, comprises dans le plan normal à la surface plane de séparation MN (2), et que le temps employé à parcourir ces droites

$$\frac{SI}{v}+\frac{IR}{v'}$$

est minimum si

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v}{v'},$$

c'est-à-dire si, conformément à la loi de Descartes, les sinus des angles d'incidence et de réfraction sont dans un rapport constant, lequel ne serait autre que le rapport des vitesses de la lumière dans les deux milieux successifs.

Valeur théorique de l'indice. — La théorie des ondes nous conduira, en effet, à cette valeur remarquable de l'indice de réfraction

$$n=\frac{v}{v'}.$$

On en conclut que l'*indice absolu*, c'est-à-dire l'indice N par rapport au vide, où la vitesse de la lumière est V, est égal à l'indice n relatif à l'air multiplié par l'indice absolu de l'air $\nu=1,000292$. On a, en effet, v et v' désignant encore les vitesses dans l'air et dans le milieu,

$$N=\frac{V}{v'}, \qquad n=\frac{v}{v'}, \qquad \nu=\frac{V}{v},$$

d'où

$$N=n\nu.$$

le professeur Honorius l'aurait divulguée. D'autre part, Descartes était certainement en possession de la loi plus de dix années avant la publication de son livre; car en 1627 il s'occupait de questions de dioptrique qui la supposent. Pour lequel donc opter de ces deux savants, qui sans doute sont arrivés au but à peu près à la même époque, chacun de son côté?

(1) FERMAT, *Litteræ ad P. Mersennum contra Dioptricam Cartesianam*. Paris; 1667.

(2) Même remarque que pour la réflexion si la surface est courbe.

Par suite

$$n = \frac{N}{\nu}.$$

En général, l'indice d'un milieu 2 par rapport à un milieu 1 est égal au rapport des indices absolus de ces deux milieux, ou encore au rapport des indices de ces deux milieux relativement à un même troisième. On a

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Cette théorie a inspiré à Huygens (¹) une construction géomé trique pour mettre en place le rayon réfracté correspondant à un rayon incident proposé.

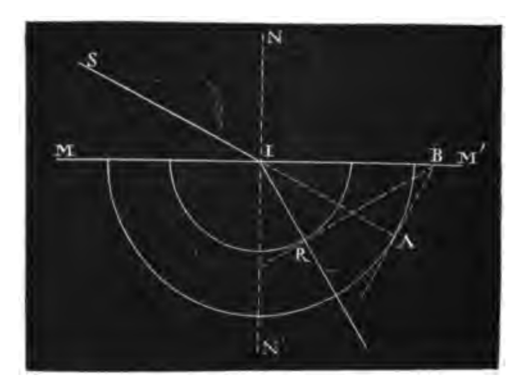


Fig. 247

Soit SI un rayon tombant sur le plan MM' qui forme la séparation de deux milieux isotropes, l'air et l'eau, par exemple. Du point I comme centre, traçons dans le plan d'incidence SIN deux cercles, l'un A de rayon 1, l'autre R de rayon $\frac{1}{n}$, n étant l'indice de l'eau par rapport à l'air (²). Prolongeons le rayon incident SI jusqu'à sa rencontre en A avec le cercle de rayon 1, et menons la tangente en A à ce cercle : elle coupe en B la surface MM'; par le point B, menons la tangente BR au cercle de rayon $\frac{1}{n}$; IR est le rayon réfracté.

(¹) HUYGENS, *Traité de la lumière*. Leide; 1690.

(²) Ces deux cercles représentent pour Huygens les traces marquées à un même instant sur le plan de la figure par l'onde incidente et l'onde réfractée.

En effet, les triangles IBA et IBR, dont les angles en B sont respectivement égaux aux angles i et N'IR, donnent

$$\sin i = \frac{1}{\text{IB}}, \qquad \sin \text{N'IR} = \frac{\frac{1}{n}}{\text{IB}},$$

d'où

$$\sin i = n \sin \text{N'IR};$$

donc

$$\text{N'IR} = r.$$

Vérifications expérimentales. — a) *Ptolémée.* — Le brisement des rayons à la surface de séparation de deux milieux frappa les plus anciens observateurs. Ptolémée, mort en 147 à Alexandrie, rapporte dans son « Optique[1] » l'expérience de la pièce de monnaie que les bords d'un vase empêchent d'apercevoir et qui devient visible quand le vase est plein d'eau. Il relate ensuite les mesures d'angles qu'il a prises sur la lumière passant de l'air dans l'eau, de l'air dans le verre (ou du verre dans l'air), et du verre dans l'eau. Le procédé qu'il employait sert encore aujourd'hui à démontrer dans les cours la loi de Descartes.

Pour mesurer, par exemple, les angles d'incidence et de réfraction au passage de l'air dans l'eau, il plongeait dans l'eau la moitié inférieure d'un cercle gradué, dont le centre était marqué par une petite boule colorée, et sur la circonférence duquel on plaçait deux autres petites boules, l'une dans l'air, l'autre dans l'eau, de manière que l'œil vît les trois boules en ligne droite.

Puis il remettait dans l'air la moitié inférieure du cercle, et la couvrait avec un demi-cylindre de verre. Un pinceau lumineux, dirigé suivant un rayon du cercle, rencontrant normalement la surface courbe du cylindre et la franchissant par conséquent sans déviation, n'était brisé qu'en traversant le plan de séparation du verre et de l'air. On avait donc ainsi une seule réfraction, que l'on étudiait comme précédemment.

Enfin, on plaçait la face plane du bloc de verre sur la surface

(1) Delambre a donné dans la *Connaissance des temps* pour 1816 une analyse détaillée de ce livre remarquable, qui était connu jusqu'alors par des citations seulement, et dont on venait de trouver des manuscrits latins traduits de l'arabe.

de l'eau, et l'on mesurait les angles d'incidence dans le verre et de réfraction dans l'eau.

Il était d'ailleurs manifeste, au cours de toutes ces expériences, que le rayon réfracté restait dans le plan d'incidence.

Alhazen, mort au Caire en 1038 (¹), dont l'Optique est la première



Fig. 248

à citer après celle de Ptolémée, reprit ces mesures avec un instrument plus parfait (fig. 248), mais sans apporter à la science de nouveaux résultats.

La figure 249 représente l'appareil construit de nos jours par Silbermann. C'est un vase cylindrique en verre, que l'on remplit d'eau jusqu'au diamètre horizontal, et qui ne fait encore subir à la lumière qu'un seul brisement. Deux alidades, dirigées respectivement suivant le rayon incident et suivant le rayon réfracté (²), contenu dans le plan d'incidence, marquent les angles sur le cercle, ou leurs sinus sur la règle HH', amenée successivement en regard des extrémités S' et R. Les rayons peuvent être rendus visibles de loin par des poussières en suspension dans les deux milieux ou mieux à l'aide de fumée dans l'air et de sulfate de quinine (dissous au moyen d'acide sulfurique) dans l'eau.

b) *Képler*. — Képler opérait par un procédé ingénieux qui ne

(¹) Sur la vie et les travaux d'Alhazen, consulter E. WIEDEMANN, *Pogg. Ann.*, CLIX, 656 et *Wied. Ann.* I, 480 et VII, 680; 1876-79.

(²) Pour assurer cette direction on placera sur le liquide un papier noir percé d'un petit trou en face du centre.

met également en jeu qu'une réfraction. Derrière un écran opaque MNPQ, il disposait un parallélipipède de verre PQSTUVXY de

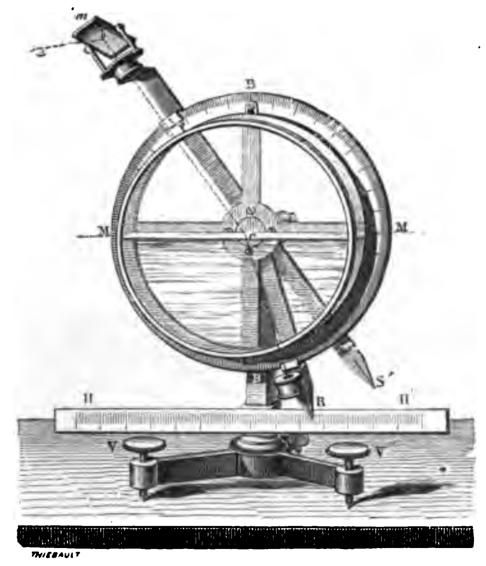


Fig. 249

même hauteur, reposant sur une planchette NY montée à angle droit avec l'écran et blanchie. L'appareil était exposé au soleil de

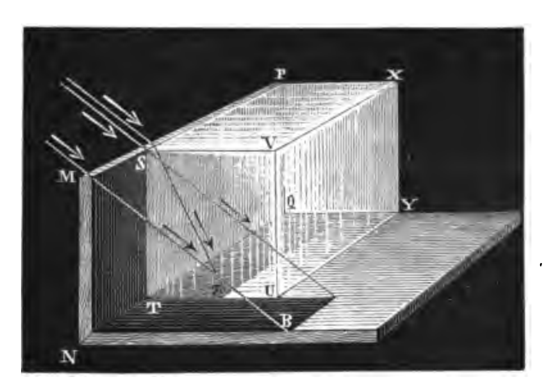


Fig. 250

façon que, les rayons tombant perpendiculairement sur le bord MP de l'écran, deux ombres se dessinaient sur la planchette : l'une TB, due aux rayons ayant continué leur trajet dans l'air ; l'autre QZ, produite par la lumière transmise dans le verre. La longueur

de ces ombres, jointe à la hauteur de l'écran, définissait les angles i et r; et en opérant à différentes heures du jour on pouvait suivre le phénomène dans des limites assez étendues. Képler ne trouva cependant pas ainsi la loi exacte; mais il reconnut que, pour les petits angles, on a

$$i = nr.$$

c) *Descartes.* — Descartes recevait sur un prisme de verre BAC, normalement à la face AB, un faisceau délié, qui, se brisant à la sortie, venait marquer sur le plan PQ une tache lumineuse VR. Des don-

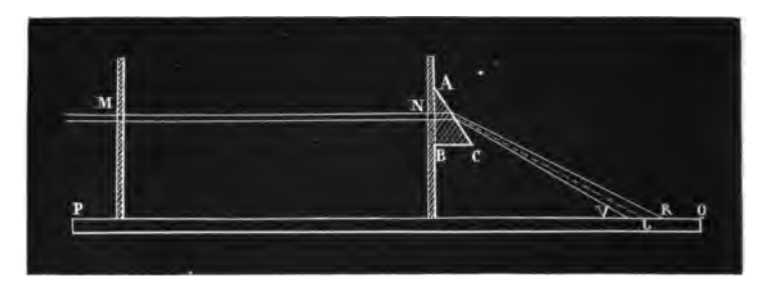


Fig. 251

nées de l'expérience il déduisait aisément l'angle d'incidence et l'angle de réfraction, qu'il faisait varier en changeant l'angle du prisme.

d) *Newton.* — Nous citerons encore le procédé de Newton, que la figure 252 fait suffisamment comprendre. On incline l'appareil de façon que la lumière, déviée à son entrée dans le prisme liquide APQ, sorte normalement à la face PQ : l'angle de réfraction, égal à MOC, se lit immédiatement sur le quart de cercle MN. On aura de même l'angle d'incidence en répétant l'observation après avoir supprimé le liquide.

Mais ce ne sont là que des méthodes grossières, qu'il serait d'ailleurs inutile de chercher à rendre plus précises. Lors de son passage d'un milieu dans un autre, la lumière est, non seulement déviée, mais séparée en différentes couleurs s'échelonnant depuis le rouge jusqu'au violet. Ce phénomène, que l'on appelle *dispersion*, sera étudié plus loin en détail, et l'on verra alors comment chacun des rayons colorés suit exactement la loi de Descartes avec un indice déterminé.

Principe du retour inverse des rayons. — Toutes les expériences

confirment aussi le principe du retour inverse des rayons ([1]), principe général que nous avons déjà rencontré dans les phénomènes de réflexion et qui peut s'énoncer ainsi :

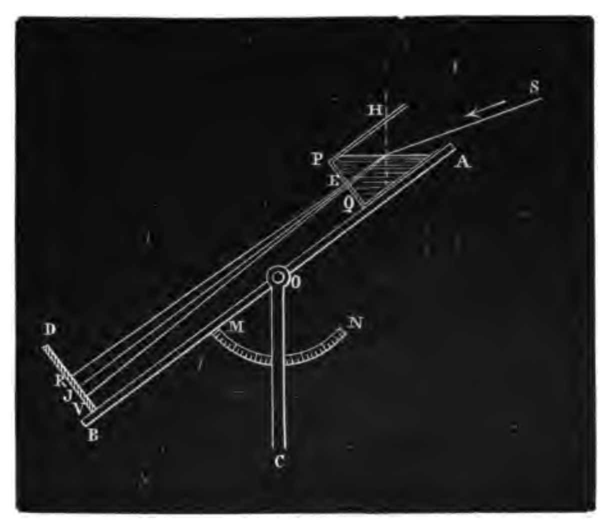


Fig. 252

Le chemin suivi par la lumière reste le même dans quelque sens qu'elle se propage.

Pour le moment, nous en conclurons ce fait, que les appareils indiqués plus haut pourraient encore montrer :

Si n est l'indice de réfraction d'un corps A par rapport à un corps B, $\frac{1}{n}$ est l'indice de B par rapport à A.

C'est une conséquence immédiate du principe précédent. Car, si la lumière revient sur ses pas, r est l'angle d'incidence, i l'angle de réfraction, et l'on a

$$\sin r = \frac{1}{n} \sin i.$$

Conséquences de la loi de la réfraction. — Étudions maintenant les conséquences de la loi de Descartes

$$\sin i = n \sin r.$$

Supposons d'abord $n > 1$. Dans ce cas, qui se présente par exemple quand la lumière passe de l'air dans l'eau $\left(n = \frac{4}{3}\right)$ ou dans

([1]) Ptolémée avait constaté la réciprocité des rayons incident et réfracté.

le verre $\left(n=\frac{3}{2}\right)$, le deuxième milieu est dit *plus réfringent* que le premier.

Alors, sin r étant toujours plus petit que sin i, comme i et r sont tous les deux moindres que 90°, l'angle r est toujours plus petit que

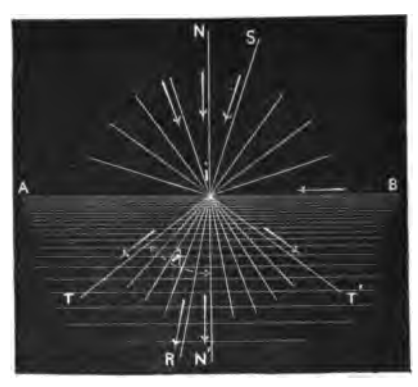


Fig. 253

l'angle i : le rayon réfracté se rapproche de la normale à la surface de séparation des deux milieux.

Quand l'incidence augmente, l'angle r croît moins vite que l'angle i; car

$$dr = di\frac{\cos i}{n\cos r};$$

on a supposé $n > 1$, et par suite $\cos r > \cos i$; on a donc $dr < di$. Par suite, la déviation $D = i - r$ augmente avec i [1].

Quand $i = 90°$, l'angle r atteint une valeur limite λ, telle que

$$\sin\lambda = \frac{1}{n}.$$

L'angle limite mesure à très peu près 48° dans l'eau, et 42° dans le verre.

[1] On a d'ailleurs

$$\sin D = \sin i\cos r - \sin r\cos i,$$
$$= \sin i\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}} - \frac{\sin i}{n}\sqrt{1-\sin^2 i}$$
$$= \frac{\sin i}{n}\left(\sqrt{n^2-\sin^2 i} - \sqrt{1-\sin^2 i}\right),$$

expression nulle pour $i = 0$ et qui pour $i = 90°$ atteint sa plus grande valeur $\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}$.

Dans le cas de $n < 1$, en renversant les propositions qui précèdent, nous voyons que r est toujours plus grand que i, croît plus vite que i et atteint la valeur 90° pour $i = \lambda$. Au delà, il n'y a plus de rayon émergent; toute la lumière passe dans le rayon réfléchi in-

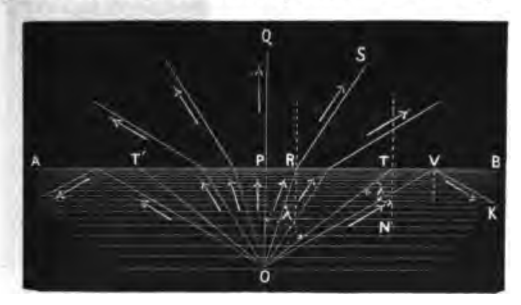


Fig. 254

térieurement, qui n'a pas cessé d'accompagner le rayon réfracté extérieurement: il y a *réflexion totale*, comme l'a reconnu Képler.

Réflexion totale. — On peut aisément constater le fait en faisant

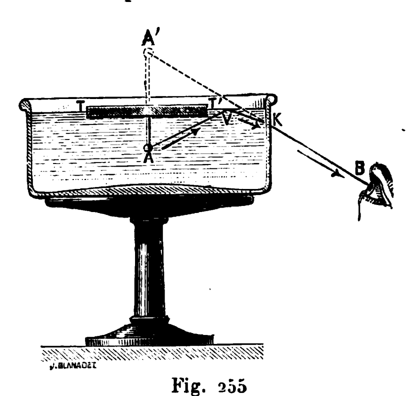


Fig. 255

flotter sur l'eau un liège TT' ayant 3 centimètres de rayon, sous lequel est piquée une épingle A, longue de 2 centimètres. Dans ces conditions, aucun rayon lumineux parti de l'épingle ne peut arriver à l'œil placé au-dessus du liquide. Mais si l'on abaisse l'œil en B, on voit une image A' de l'épileng, symétrique de A et un peu allongée par la réfraction en K à la sortie du vase.

On vérifie que la réflexion est totale à l'aide du petit appareil figuré ci-contre et qui se compose d'un parallélipipède de verre ABCD, surmonté d'un prisme de même substance *abc*. A

travers cet appareil on regarde une feuille de papier blanc disposée en face d'une fenêtre (de préférence une fenêtre au nord) et renvoyant par toute sa surface une lumière bien égale. On ne constate

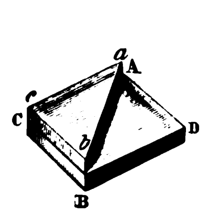


Fig. 256



Fig. 257

aucune différence entre les intensités des deux faisceaux, SR et *sr*, dont l'un, simplement transmis par le parallélipipède a subi deux

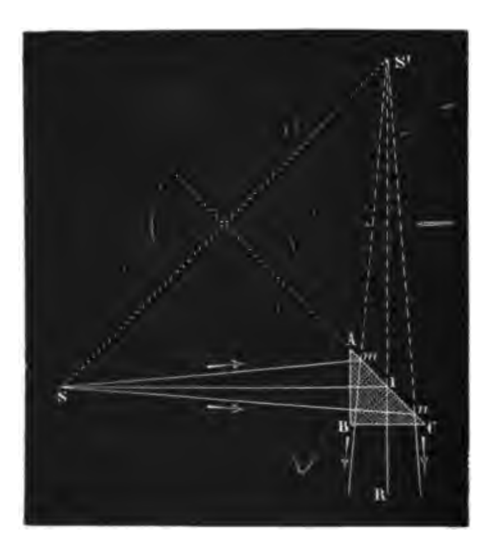


Fig. 258

réfractions, à l'entrée en I et à la sortie en I', tandis que l'autre faisceau, ayant traversé le prisme, a éprouvé en plus une réflexion ρ, qui s'est par conséquent produite sans perte sensible.

Prisme à réflexion totale. — L'angle limite pour le verre ordinaire, d'indice 1,5, étant, comme nous l'avons dit, voisin de 42°, un prisme ayant pour base un triangle rectangle isocèle réfléchira en totalité les rayons qui tomberont normalement, ou à peu près normalement, sur l'une de ses faces ([1]). Pour renvoyer à angle droit un faisceau de rayons sensiblement parallèles, un prisme à réflexion totale est supérieur à un miroir argenté par derrière et engendrant deux images, ou argenté par devant et alors facilement altérable.

Fontaines lumineuses. — Une curieuse application du phéno-



Fig. 259

mène de la réflexion totale est l'éclairement de la veine liquide par un faisceau de lumière lancé dans le jet ([2]). La lumière reste emprisonnée dans le liquide dont elle ne peut sortir et l'illumine sur toute sa longueur. Colladon ([3]) a disposé pour cette expérience l'appareil figuré ci-contre, qui sert au théâtre à faire la fontaine de *Faust* : l'eau est changée en vin par l'interposition d'un verre rouge.

On peut substituer à la veine une baguette de verre courbée

([1]) Il n'y a pas à s'occuper des réfractions à l'entrée et à la sortie d'un rayon oblique S*m*, les deux déviations se compensant exactement, de sorte que le rayon S'*m* a finalement la même direction que s'il était simplement réfléchi sur le miroir AC.

([2]) Babinet, *C. R.*, XV, 802; 1842.

([3]) Colladon, *C. R.*, XV, 800; 1842.

d'une manière quelconque. Les *fontaines lumineuses* sont construites sur le même principe ([1]).

II. — LAMES.

423. Réfraction à travers une surface plane. — *Pas d'image proprement dite.* — La réfraction à travers une surface plane ne donne généralement pas de véritable image.

Les rayons émanés d'un point lumineux situé dans l'eau ne forment plus dans l'air un faisceau convergeant en un point unique. Ces rayons peuvent, en effet, se grouper de deux manières différentes :

1° Les rayons qui font dans l'eau un même angle avec la normale

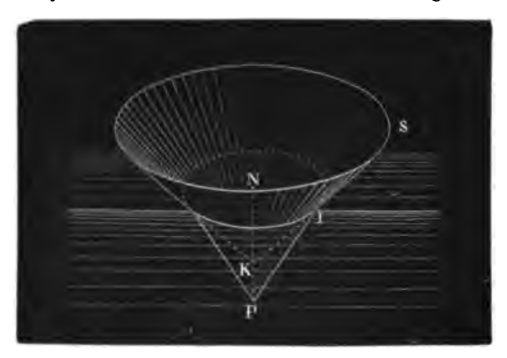


Fig. 260

PN et qui dans l'air constitueront évidemment aussi un cône KI, dont l'angle au sommet i sera lié à l'angle au sommet r du cône PI par la relation

$$\sin i = n \sin r;$$

on en conclut

$$KI = PI \cdot \frac{1}{n}.$$

On a d'ailleurs

$$KN = PN \frac{\cot i}{\cot r} = PN \cdot \frac{1}{n} \frac{\cos i}{\cos r}.$$

2° Les rayons situés dans un même plan normal : deux rayons infiniment voisins PI, PI′ donneront dans l'air les deux rayons IS, I′S′, dont les prolongements se couperont en un point Q; et l'on aura, en considérant les arcs de cercle infiniment petits

([1]) Voir *La Nature*, 17e année, 1er semestre, p. 401; 1889.

QI.di et PI.dr comme les projections de II′ sur les directions respectivement perpendiculaires à PI et QI,

$$QI\,di = II'\cos i,$$
$$PI\,dr = II'\cos r,$$

et par suite

$$QI = PI\frac{\cos i}{\cos r}\frac{dr}{di} = PI\cdot\frac{1}{n}\cdot\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r}.$$

D'autre part, on a

$$QM = PN\frac{IQ}{IP}\frac{\cos i}{\cos r} = PN\cdot\frac{1}{n}\cdot\frac{\cos^3 i}{\cos^3 r}.$$

En conséquence, l'œil placé au-dessus de l'eau recevra par l'ouverture de la pupille un pinceau de rayons qui, pouvant se répartir

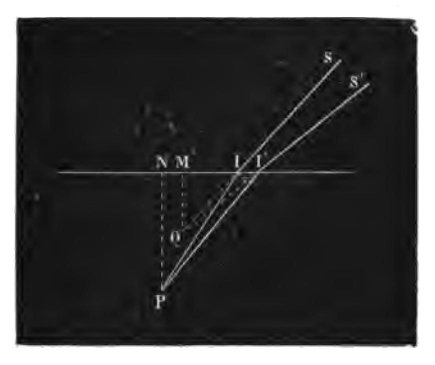


Fig. 261

sur des cônes peu différents de NPI, rencontreront une petite portion de la droite PN, et qui, étant en outre situés dans des plans peu inclinés sur le plan NPI, s'appuieront tous sur une deuxième petite droite perpendiculaire au plan moyen de réfraction. Ce pinceau étroit s'étrangle donc suivant deux petites droites rectangulaires, conformément au théorème de Sturm (431), mais sans présenter nulle part une véritable image du point P, sauf dans le cas où, l'œil étant placé sur la normale PN, les deux droites se coupent et par conséquent tous les rayons se rencontrent à une distance de la surface

$$\frac{d}{n},$$

d étant la distance PN.

Ainsi, l'image d'un objet plongé dans l'eau sera mal définie, à moins qu'il n'ait la forme d'une droite orientée suivant l'une ou l'autre des deux directions indiquées plus haut, et encore l'image d'une telle droite sera-t-elle peu nette à ses extrémités.

Le plan n'est donc pas une surface réfringente aplanétique.

Caustique par réfraction. — Un autre résultat du double groupement des rayons est la forme de la surface caustique, enveloppe des rayons réfractés.

Le premier groupement donne une première nappe de cette

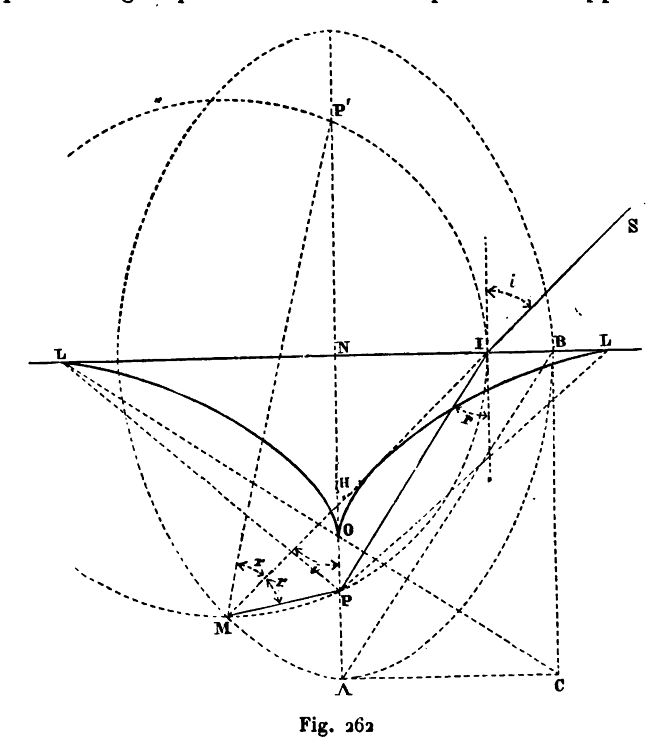


Fig. 262

surface, formée par la portion PN de la normale à la surface dirimante.

Au deuxième groupement correspond une deuxième nappe, laquelle est une surface de révolution dont la courbe méridienne peut être déterminée de la manière suivante :

Soit P' le point symétrique de P. Le rayon réfracté SI provenant du rayon PI rencontre en M la circonférence menée par les trois

points P, P′, I, et bissèque l'angle PMP′ (les arcs PI et P′I sont égaux) ; par suite

$$\frac{PM}{PH}=\frac{P'M}{P'H}=\frac{PM+P'M}{PP'}.$$

D'ailleurs, le triangle PMH donne

$$\frac{PM}{PH}=\frac{\sin i}{\sin r}=n.$$

On a donc

$$PM+P'M=nPP'.$$

Ainsi, le lieu du point M est une ellipse, dont P et P′ sont les foyers, dont le grand axe égale nPP′, et à laquelle le rayon réfracté est normal en M. Donc l'enveloppe des rayons SM est la développée OL de cette ellipse.

424. Réfraction à travers une lame à faces parallèles. — *Pas de déviation.* — De la proposition énoncée plus haut, à sa-

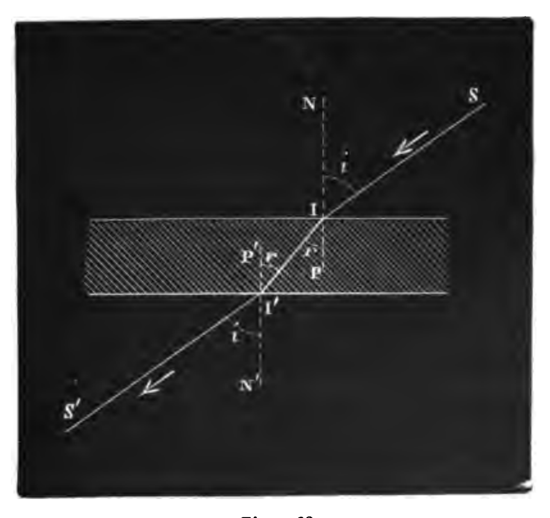


Fig. 263

voir que l'indice de réfraction de l'air relativement à un milieu donné, est l'inverse de l'indice de ce milieu par rapport à l'air, il résulte que le rayon I′S′, émergeant d'une lame à faces parallèles plongée dans l'air, est parallèle au rayon incident SI.

Effectivement, si l'on interpose une lame de verre à faces parallèles devant l'objectif d'une lunette astronomique visant une étoile ou le réticule d'un collimateur, l'image n'éprouve aucune déviation.

Cette expérience, étant susceptible d'une grande exactitude, fournit une démonstration rigoureuse du principe du retour inverse des rayons.

Moyen de reconnaître le parallélisme des deux faces d'une lame. — Inversement, le principe étant admis, la même expérience permet de reconnaître si une glace est à faces parallèles.

Toutefois, pour constater ce parallélisme, il vaut mieux opérer par réflexion. On vise l'image du réticule d'un collimateur dans la glace soutenue par les pointes de trois vis formant trépied : cette image doit rester immobile quand on fait tourner la lame sur elle-même autour de l'axe du trépied [1].

Moyen de reconnaître la planéité d'une surface. — Quant à la planéité même des faces, on la vérifie d'abord par l'aspect de la surface éclairée au moyen d'un large faisceau de lumière parallèle, puis par comparaison avec un type [2], à l'aide des franges d'interférence, suivant la méthode de M. Fizeau, comme il sera dit en son lieu.

Déplacement. — Si une lame à faces parallèles ne dévie pas le rayon SI, elle le déplace parallèlement à lui-même de

$$e \sin i\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}}\right),$$

e étant l'épaisseur de la lame.

Rapprochement. — Un point lumineux regardé normalement à travers cette lame paraîtra rapproché de

$$e\left(1-\frac{1}{n}\right).$$

(1) Un appareil pour cet examen a été construit par M. LAURENT (*Journal de physique*, (2), II, 511 ; 1883).

(2) Ce type s'obtient par l'emploi de la même méthode : en comparant trois plateaux deux à deux, on détermine la courbure de chacune des trois surfaces LAURENT, *loc. cit.*).

Soit, en effet, d la distance du point à la première face de la lame, la réfraction à l'entrée dans le verre produit une image située à la distance nd de la première face. Cette image, agissant comme objet virtuel, donne, au retour des rayons dans l'air, une nouvelle image située à une distance de la deuxième face égale à $(nd+e)\frac{1}{n}=d+\frac{e}{n}$, et par conséquent à une distance $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$ du point lumineux.

Un prisme à réflexion totale, étant la moitié d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e, rapproche l'image de la même quantité $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$.

L'image fournie par une glace étamée, dans une direction à peu près normale, est celle qu'offrirait le tain avancé vers l'objet de $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$. D'où un moyen facile d'estimer l'épaisseur d'une glace. On applique une pointe contre la glace et on évalue à l'œil la distance de la pointe à son image : n étant sensiblement égal à $\frac{3}{2}$, l'épaisseur de la glace est les $\frac{3}{4}$ de cette distance.

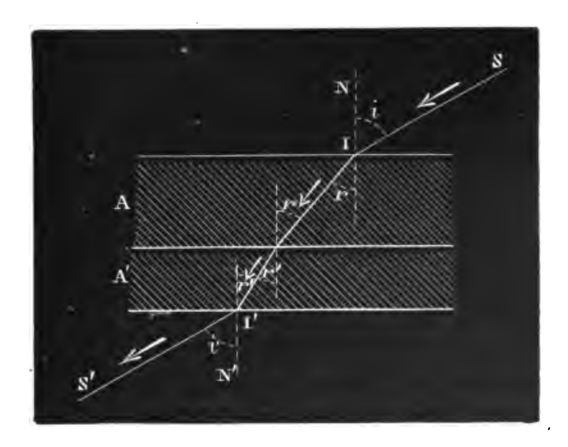


Fig. 264

425. Réfraction à travers deux ou plusieurs lames parallèles. — Lorsque la lumière traverse deux lames parallèles

A et A', dont les indices par rapport à l'air sont n et n', on a, l'indice de A' par rapport à A étant $\frac{n'}{n}$ (22),

$$\sin i = n \sin r,$$

$$\sin r = \frac{n'}{n} \sin r',$$

$$\sin i' = n' \sin r',$$

d'où

$$\sin i' = \sin i,$$

et par suite

$$i' = i,$$

conclusion que l'expérience vérifie, quel que soit le nombre des lames.

Réfraction atmosphérique. — L'atmosphère terrestre est composée de couches concentriques de densité décroissante à partir du



Fig. 265

sol. Un rayon lumineux venant d'un astre E éprouvera donc une série de déviations qui le rapprocheront graduellement de la normale, de sorte que l'astre, qui sera vu dans la direction du dernier élément A de la trajectoire lumineuse *abc*..., paraîtra relevé au-dessus de l'horizon en E'.

En admettant une constitution spéciale de l'atmosphère (28), et en s'aidant de l'observation, on a pu établir une formule et dresser des tables qui permettent de corriger l'effet de la réfraction avec

une exactitude suffisante pour les points qui ne sont pas trop rapprochés de l'horizon.

III. — Prisme.

426. Réfraction à travers un prisme. — *Définitions.* — En optique, un *prisme* est un milieu réfringent, limité par deux faces planes inclinées l'une sur l'autre d'un certain angle que l'on appelle l'*angle* du prisme. La droite suivant laquelle elles se coupent est l'*arête* ; à cette arête est opposée une troisième face qui est la *base* du prisme. Une section perpendiculaire à l'arête est dite *section principale.*

Formules. — Considérons un rayon se propageant dans une section principale : il entre en I et sort en I′, dévié vers la base. Si

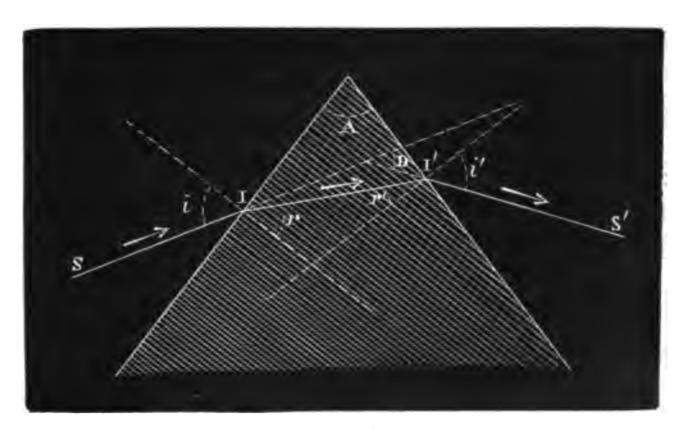


Fig. 266

nous appelons toujours i et i' les angles dans l'air, r et r' les angles dans le milieu réfringent, et si nous désignons par A l'angle du prisme et par D la *déviation* totale, somme des déviations $(i-r)$ à l'entrée et $(i'-r')$ à la sortie, nous avons les quatre équations

$$\left.\begin{aligned} D &= i+i'-(r+r'), \\ A &= r+r', \\ \sin i &= n \sin r, \\ \sin i' &= n \sin r', \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

d'où, en éliminant r, i' et r', on tirera une relation entre D, n, A et i :

la déviation D peut donc être regardée comme une fonction des trois quantités n, A et i.

Influence de l'indice. — L'expérience montre en effet que, toutes choses égales d'ailleurs, la déviation dépend de l'indice de la substance. Si l'on envoie un même faisceau de lumière sur plusieurs prismes de même angle, mais de matières différentes, accolés de façon à figurer un prisme unique (*polyprisme*), et qui reçoivent par conséquent tous la lumière sous le même angle, on constate que chaque prisme produit une déviation particulière, d'autant plus considérable que l'indice est plus élevé.



Fig. 267

Influence de l'angle. — L'influence de l'angle se met aisément en évidence à l'aide du *prisme à angle variable*, représenté ci-contre : c'est, comme l'on voit, une sorte d'auge, formée par deux plaques métalliques verticales fixes et deux lames de verre susceptibles de recevoir différentes inclinaisons : ces lames constituent les faces d'entrée et de sortie d'un prisme creux, dans lequel on mettra de l'eau ou tout autre liquide réfringent. Avec un liquide déterminé, l'incidence restant constante, la déviation augmente quand on fait croître l'angle du prisme depuis zéro jusqu'à la valeur pour laquelle se manifeste la réflexion totale.

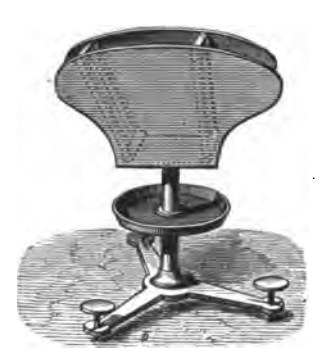


Fig. 268

Cherchons la valeur de l'angle A correspondant à l'apparition de ce dernier phénomène.

Condition d'émergence. — Pour qu'un rayon RI, tombant sur un prisme de substance plus réfringente que le milieu ambiant, donne

naissance à un rayon émergent I'R', il faut que le rayon intérieur II' soit compris dans le cône MIM' d'axe IP normal à AC et d'angle λ. D'autre part, le rayon II' est nécessairement dans le cône DID', d'axe IN normal à AB et d'angle λ, cône qui comprend tous les rayons réfractés provenant des rayons qui peuvent tomber en I. Donc la condition d'émergence est que le rayon II' soit dans la partie commune aux deux cônes, qui doivent d'abord se couper pour que quelque rayon puisse sortir.

En nous bornant aux rayons situés dans la section principale pas-

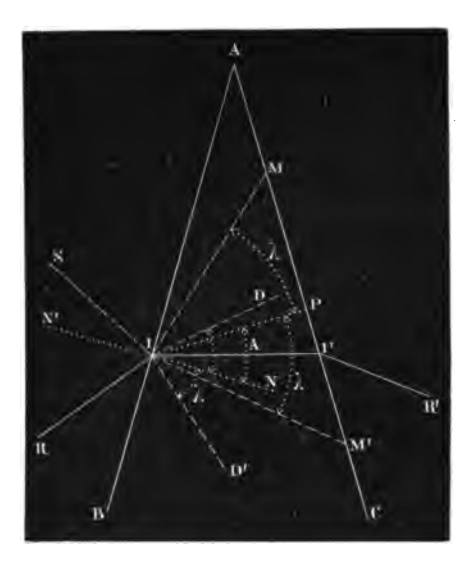


Fig. 269

sant par I, nous dirons que le rayon intérieur doit être contenu dans l'angle M'ID. Mais cet angle est égal à M'IP + PID, c'est-à-dire à $\lambda + (\lambda - A)$,

$$M'ID = 2\lambda - A.$$

Si $A > 2\lambda$, il n'y aura pas d'émergence possible. Ainsi, un prisme de verre ($\lambda = 42^\circ$) d'angle supérieur à 84° ne laissera sortir aucun rayon par sa seconde face, qui réfléchira totalement.

Si $A < 2\lambda$, le prisme livre passage aux rayons compris à l'incidence entre BI, qui donne naissance à ID, et SI, qui donne naissance à IM'. Les rayons incidents situés dans l'angle $BIS = \alpha$ passent, ceux qui sont situés dans l'angle $AIS = \pi - \alpha$ sont arrêtés et

renvoyés par réflexion totale. Or la direction SI, qui limite avec IB l'*angle de passage* α, fait avec la normale N'I un angle i_1 défini par la relation

$$\sin i_1 = n \sin(\lambda - A).$$

On a donc

$A = 0$	$i_1 = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$	tous les rayons sont transmis.
$A < \lambda$	$i_1 < \frac{\pi}{2}$	$\alpha < \pi$	l'angle de passage est obtus.
$A = \lambda$	$i_1 = 0$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	— — droit.
$A > \lambda$	$i_1 < 0$	$\alpha < \frac{\pi}{2}$	— — aigu.
$A = 2\lambda$	$i_1 = -\frac{\pi}{2}$	$\alpha = 0$	aucun rayon ne passe.

Influence de l'incidence. Déviation minimum. — Enfin, en faisant tourner à l'aide d'un bouton *b* un prisme P autour d'un axe parallèle à son arête, on constate que la déviation dépend de l'incidence. Si le rayon incident, d'abord couché sur BI (fig. 269), marche vers l'arête jusqu'en SI, la déviation diminue, passe par un minimum pour lequel la trajectoire de la lumière est symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A, puis elle croît jusqu'à ce que l'émergence cesse de se produire.

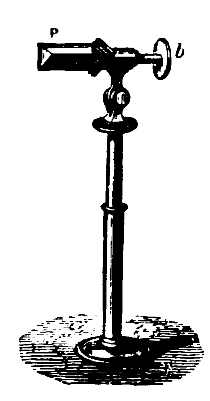


Fig. 270

Ce fait est d'accord avec les équations (1). Quand i diminue, r diminue d'après la relation $\sin i = n \sin r$, par suite r' augmente puisque $r + r' = A$, et par conséquent i' augmente aussi. On ne voit donc pas immédiatement comment la déviation $D = i + i' - A$ varie. Mais, à cause de la symétrie des équations en i et i', symétrie conforme au principe du retour inverse des rayons, la déviation prend des valeurs égales pour deux valeurs différentes de i de part et d'autre de l'angle I défini par la condition $i = i'$; donc elle présente pour I un maximum ou un minimum. On verra aisément que c'est un minimum en comparant la déviation pour $i = I$ à la déviation correspondant à une autre incidence, par exemple $i = 0$.

On peut d'ailleurs appliquer la méthode ordinaire de recherche des maxima et des minima. Partant de l'expression de la déviation, telle qu'elle résulte des deux premières équations (1),

$$D = i + i' - A,$$

on prendra la dérivée de cette expression par rapport à i,

$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di},$$

ou, en remplaçant $\frac{di'}{di}$ par sa valeur déduite de la différentiation des trois dernières équations ([1]),

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i}{\cos i'}\frac{\cos r'}{\cos r};$$

et l'on égalera cette dérivée à zéro; ce qui donnera

$$\cos i \cos r' = \cos i' \cos r,$$

ou

$$\sqrt{1 - \sin^2 i}\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i'}{n^2}} = \sqrt{1 - \sin^2 i'}\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}},$$

ou

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\sin^2 i = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\sin^2 i',$$

ou, n^2 étant différent de 1,

$$\sin^2 i = \sin^2 i',$$

ou enfin, puisque les angles i et i' sont tous les deux aigus,

$$i = i'.$$

Ainsi D est maximum ou minimum pour

$$i = i',$$

condition qui entraîne

$$r = r' = \frac{A}{2}.$$

([1]) Cette différentiation donne

$$dr + dr' = 0$$
$$\cos i\, di = n \cos r\, dr$$
$$\cos i'\, di' = n \cos r'\, dr'.$$

Mais pour $i=i'$, la dérivée seconde de D est positive, comme on le reconnaîtra facilement; donc la déviation est alors minimum [1].

La valeur de ce minimum est

$$d=2i-A;$$

et cette expression, jointe à

$$\left.\begin{aligned} 2r&=A, \\ \sin i&=n\sin r, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

montre que la déviation minimum est une quantité définie pour un prisme donné, n et A étant alors déterminés [2].

Foyer du prisme. — Si l'on regarde un point lumineux P à travers un prisme, dans le voisinage de l'arête, généralement on ne voit pas ce point d'une façon nette.

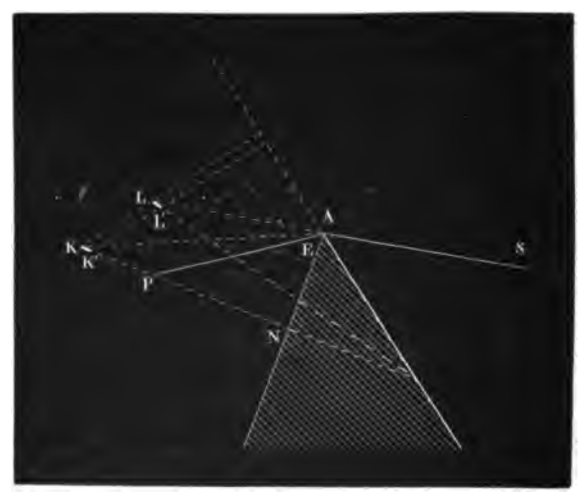


Fig. 271

En effet, les rayons [3] qui arrivent à l'œil, même armé d'une petite lunette, forment un pinceau étroit dont les droites peuvent se grou-

(1) Elle serait maximum dans le cas de $n<1$.

(2) Tant qu'il y a émergence et par conséquent déviation, le minimum se manifeste. Le rayon intérieur correspondant au minimum bissèque en effet l'angle NIP (fig. 269) et par suite l'angle DIM' (les angles PID et NIM' étant égaux tous les deux à $\lambda-A$), il est donc toujours compris dans l'angle DIM', si petit que soit cet angle.

(3) Ces rayons sont toujours supposés d'indice n unique et déterminé.

per de deux manières, comme nous l'avons déjà indiqué pour la réfraction à travers une seule surface plane.

1° On peut les distribuer sur des éléments plans parallèles à l'arête. Les rayons situés dans l'élément plan qui se projette sur la section principale suivant PA, font tous sensiblement même angle avec la normale PN; la première réfraction les amène dans des directions qui vont toutes rencontrer PN en un même point K, tel que

$$AK = AP.n.$$

A chacun des éléments de surface, qui s'étagent de PA en PE à l'intérieur du pinceau proposé, correspond ainsi un petit triangle dont le sommet est placé sur la droite focale KK', et dont la base étroite se projette entre A et E.

Si nous considérons maintenant ces triangles comme appartenant à des cônes ayant leur axe perpendiculaire sur la deuxième face du prisme, dans le voisinage de l'arête (¹), nous voyons que chaque point de la droite KK' donne, après la deuxième réfraction, un point d'une nouvelle droite LL' définie par la relation

$$AL = AK.\frac{1}{n} = AP.$$

Les rayons qui pénètrent dans l'œil à leur sortie du prisme vont donc, par leurs prolongements, rencontrer tous une première droite focale LL', perpendiculaire à l'arête et située à la même distance de celle-ci que le point lumineux (²).

2° On peut répartir les rayons en petits faisceaux perpendiculaires à l'arête, tels que PAE (fig. 272) (³). Nous savons qu'un faisceau de cette nature, après avoir traversé la première face, converge virtuellement vers un point Q dont la distance à cette face est

$$QA = PA.n\frac{\cos^2 r}{\cos^2 i}.$$

(¹) Le pinceau est supposé assez étroit pour que l'on puisse faire abstraction de la distance des différents points E à l'arête, ainsi que de l'épaisseur du prisme.

(²) Cette droite différera très peu de LL', image de KK' en lumière parallèle.

(³) Ces faisceaux sont situés, soit dans la section principale menée par le point P (c'est le faisceau PAE), soit dans des plans peu inclinés sur cette section principale.

De même, les prolongements des rayons émergents concourront en un point R, distant de la deuxième face de

$$RA = QA.\frac{1}{n}\frac{\cos^2 i'}{\cos^2 r'},$$

c'est-à-dire de

$$RA = PA.\frac{\cos^2 i'}{\cos^2 i}\frac{\cos^2 r}{\cos^2 r'};$$

et ce point R sera la trace d'une deuxième droite focale parallèle à l'arête et située à une distance de celle-ci variable avec l'incidence.

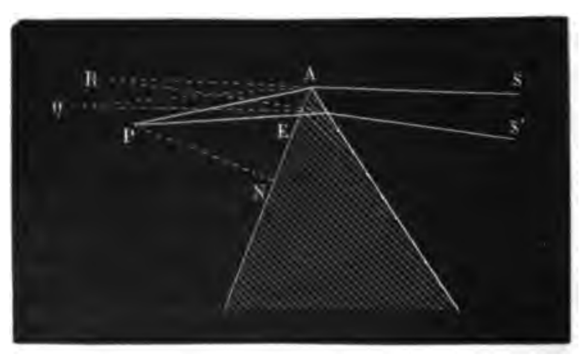


Fig. 272

Les deux droites focales ne se couperont donc pas en général : les rayons ne convergeront pas vers un foyer unique ; le pinceau se rétrécira simplement dans la région comprise entre les deux droites, et l'œil ne verra qu'une tache lumineuse de forme et de situation indécises. Mais si $i = i'$ et par suite $r = r'$, les deux droites se coupent : alors, c'est-à-dire dans le cas de la déviation minimum, il y a un véritable foyer situé à la même distance de l'arête que le point lumineux.

Réfraction dans une direction oblique à la section principale (1). — La marche de la lumière en dehors de la section principale est définie par les deux théorèmes suivants :

1° *Le rayon émergent fait avec la section principale le même angle que le rayon incident.*

(1) Voir Cornu, *Annales de l'École normale*, (2), I, 231 ; 1872.

La proposition est en quelque sorte évidente si l'on applique la construction d'Huygens (442) à un point I de l'arête. En effet, au point où le rayon incident prolongé perce la sphère de rayon 1 menons le plan tangent à la sphère; ce plan coupe la face d'entrée suivant une droite qui rencontre l'arête en un point K. Par cette droite menons à la sphère de rayon $\frac{1}{n}$ un plan tangent qui définit le rayon réfracté et qui coupe la deuxième face suivant une droite passant en K et par laquelle nous mènerons un plan tangent à la sphère de rayon 1 pour avoir le rayon émergent. Le rayon incident et le rayon réfracté sont donc définis par deux plans tangents à la même sphère de rayon 1 et passant tous les deux par le même point K, par suite également inclinés sur l'arête qui joint le centre I de la sphère au point K. L'angle θ de ces plans avec l'arête est l'angle des rayons avec la section principale.

2° *Les projections des rayons sur la section principale obéissent à la loi de Descartes, le rapport des sinus étant égal non à l'indice n mais à la quantité* $\sqrt{n^2+(n^2-1)\operatorname{tg}^2\theta}$.

KK′ étant l'arête du prisme, soient SI le rayon incident, IR le

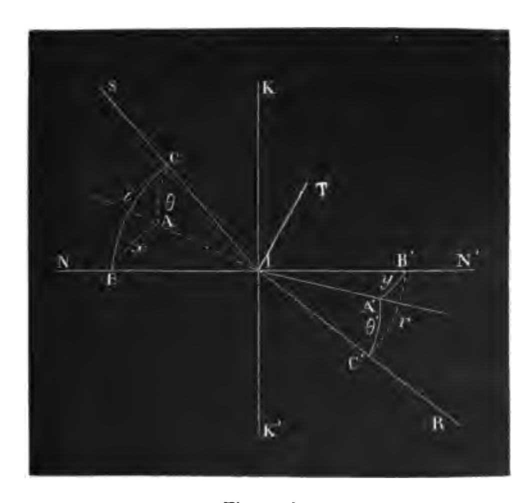


Fig. 273

rayon réfracté intérieurement, IN la normale en I à la face d'entrée : ces trois droites sont contenues dans un même plan qui fait un angle Θ avec la section principale du prisme et dont la trace sur la

face d'entrée est TT′. Les rayons SI et IR se projettent sur la section principale en AI et IA′; et si nous décrivons de I comme centre une sphère de rayon égal à l'unité, nous avons en ABC, A′B′C′ deux triangles sphériques rectangles dans lesquels BC et B′C′ sont les angles d'incidence et de réfraction i et r; AC et A′C′ sont les angles θ et θ' du rayon incident et du rayon réfracté avec la section principale; AB et A′B′ sont les angles x et y que les projections IA et IA′ des mêmes rayons sur la section principale font avec la normale IN; enfin $B = B' = \Theta$.

La relation $\sin b = \sin a \sin B$ donne par conséquent

$$\sin\theta = \sin i \sin\Theta,$$
$$\sin\theta' = \sin r \sin\Theta,$$

d'où

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = n.$$

De même

$$\sin x = \sin i \sin X,$$
$$\sin y = \sin r \sin Y,$$

et par suite

$$\frac{\sin x}{\sin y} = n\frac{\sin X}{\sin Y}.$$

Mais de la relation $\cos B = \cos b \sin C$ on déduit

$$\sin X = \frac{\cos\Theta}{\cos\theta},$$

$$\sin Y = \frac{\cos\Theta}{\cos\theta'},$$

et par conséquent

$$\frac{\sin X}{\sin Y} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta'} = \frac{1}{\cos\theta}\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}\sin^2\theta}.$$

On a donc

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{1}{\cos\theta}\sqrt{n^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - \sin^2\theta},$$
$$= \sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\,\mathrm{tg}^2\theta}.$$

IV. — Lentilles.

427. Réfraction à travers une surface sphérique de faible ouverture. — Les lentilles étant habituellement limitées par des calottes sphériques de faible ouverture, nous étudierons la réfraction de la lumière par une petite calotte sphérique MN, séparant deux milieux d'indices absolus n_1 et n_2. Supposons d'abord le point lumineux P_1 placé sur l'axe OA de la calotte sphérique, dont O est le centre de courbure et A le pôle ou sommet. Prenons pour plan de la figure une *section* méridienne ou *principale* quelconque.

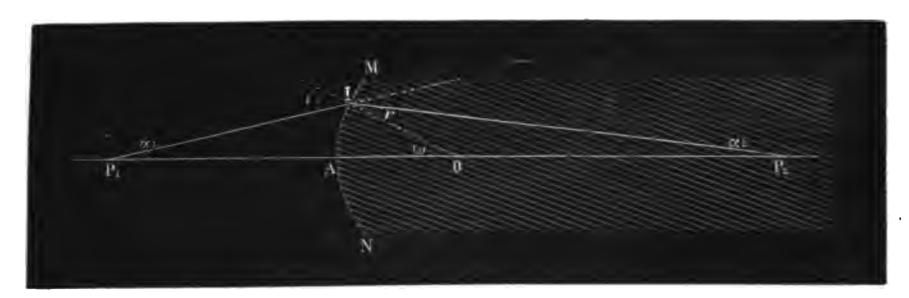


Fig. 274

Un rayon incident, tel que P_1I, donnera naissance à un rayon réfracté IP_2; et puisque, par hypothèse, les angles ω, α_1, α_2, i et r sont petits, nous pourrons les confondre soit avec leur sinus, soit avec leur tangente. Nous prendrons donc la formule de Képler

$$n_1 i = n_2 r;$$

et, comme $i = \omega + \alpha_1$ et $r = \omega - \alpha_2$, en posant $AP_1 = p_1$, $AP_2 = p_2$, $AO = R$ et $AI = h$, nous aurons

$$i = \frac{h}{R} + \frac{h}{p_1},$$

$$r = \frac{h}{R} - \frac{h}{p_2};$$

d'où nous tirerons

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \qquad (1)$$

relation indépendante de h : tous les rayons émanés de P_1 vont donc après leur passage à travers la surface MN concourir en un même point P_2.

Cette relation établie dans un cas particulier (MN convexe du côté de P_1 et $n_2 > n_1$) s'appliquera dans tous les cas si *nous convenons de compter positivement les distances p_1 et p_2 à partir du pôle A vers leurs milieux respectifs* [1] : p_1 sera positif quand la lumière émanera d'un point lumineux situé dans le premier milieu; p_2 sera positif lorsque la lumière convergera vers un point situé dans le deuxième milieu [2]. Quant au signe de R, il est dès lors défini, le point O étant à lui-même sa propre image. Ainsi, dans le cas considéré, si le point lumineux est en O, $p_1 = -R$, l'image est aussi en O, $p_2 = R$; par suite, le premier membre est $\frac{n_2 - n_1}{R}$; pour que le second membre soit égal au premier, R doit donc être compté positivement [3].

L'équation (1) est tout à fait semblable à celle que nous avons établie pour les miroirs sphériques [4] et elle se discuterait de même. Nous noterons seulement les valeurs correspondant à

[1] Nous nous conformons ainsi au principe du retour inverse des rayons.

[2] En d'autres termes, chacune de ces grandeurs sera positive ou négative suivant que le point correspondant sera réel ou virtuel.

[3] Dans le cas où la calotte sphérique tourne sa concavité vers le point lumineux réel situé dans le premier milieu, n_2 étant toujours supposé plus grand que n_1, le point de concours des rayons réfractés est virtuel et situé dans le premier milieu, p_2 est donc négatif : désignons-le par $-\overline{p}_2$, en appelant $\overline{p}_2$ la valeur absolue de la distance AP_2. Le premier membre de l'équation sera donc $\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{\overline{p}_2}$. Si P_1 est en O, $p_2 = R$, $\overline{p}_2 = R$, le premier membre devient $\frac{n_1 - n_2}{R}$; R doit donc être compté négativement dans la formule (1). Par conséquent, $\overline{R}$ étant la valeur absolue du rayon, on aura

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{\overline{p}_2} = -\frac{n_2 - n_1}{\overline{R}}. \qquad (1)'$$

[4] Quand la surface de séparation des deux milieux est plane, $R = \infty$,

$$p_2 = -\frac{n_2}{n_1} p_1 :$$

l'image du point réel P_1 est virtuelle et à une distance de la surface égale en valeur absolue à $\frac{n_2}{n_1} p_1$ (cf. 423).

$p_1 = \infty$ et $p_2 = \infty$: dans le premier cas, les rayons incidents sont parallèles et vont après réfraction converger en un point que l'on appelle le *deuxième foyer principal* et dont la distance au point A (comptée positivement vers le deuxième milieu) est

$$f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1};$$

dans le deuxième cas, les rayons émergents étant parallèles, les rayons incidents émanent d'un point que l'on appelle le *premier foyer principal* et dont la distance au point A (comptée positivement vers le premier milieu) est

$$f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \text{ (1)}.$$

On remarquera que

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

et que

$$f_2 - f_1 = R.$$

Si l'on introduit ces distances focales, la formule (1) devient

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1, \qquad (2)$$

et elle s'étend à tous les cas, avec la convention faite précédemment sur les signes.

La même forme de relation subsiste si le centre O est pris pour origine. Soient en effet f'_1, p'_1, f'_2, p'_2, les distances comptées à partir de ce point, on a

$$f_1 = f'_1 - R, \qquad p_1 = p'_1 - R, \qquad f_2 = f'_2 + R, \qquad p_2 = p'_2 + R,$$

et par suite

$$\frac{f'_1 - R}{p'_1 - R} + \frac{f'_2 + R}{p'_2 + R} = 1,$$

(1) Dans le cas où R est négatif, f_1 et f_2 sont négatifs : les deux foyers sont virtuels; le deuxième foyer est situé dans le premier milieu à une distance de la surface égale à $\frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$, le premier foyer est situé dans le deuxième milieu à une distance de la surface égale à $\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$.

ou, comme on le voit aisément en remarquant que $f'_1 - f'_2 = R$,

$$\frac{f'_1}{p'_1} + \frac{f'_2}{p'_2} = 1.$$

Le point O, comme le point A, est à lui-même son propre conjugué. La forme (2) persiste si les distances f et p d'une part, f' et p' d'autre part, sont comptées à partir de deux points conjugués quelconques, Q_1 et Q_2, tels par conséquent que $\frac{f_1}{q_1} + \frac{f_2}{q_2} = 1$. Si en effet on appelle f''_1 et p''_1 les distances comptées à partir de Q_1 positivement dans le sens d'où vient la lumière dans le premier milieu et de même f''_2 et p''_2 les distances comptées à partir de Q_2 positivement dans le sens où va la lumière dans le deuxième milieu, on a

$$f_1 = f''_1 + q_1, \qquad p_1 = p''_1 + q_1, \qquad f_2 = f''_2 + q_2, \qquad p_2 = p''_2 + q_2;$$

et, en substituant dans la relation (2), on trouve facilement

$$\frac{f''_1}{p''_1} + \frac{f''_2}{p''_2} = 1.$$

Si l'on prend pour origine les deux foyers F_1 et F_2, et si l'on désigne par ϖ_1 la distance F_1P_1 comptée positivement du côté d'où vient la lumière et par ϖ_2 la distance F_2P_2 comptée positivement du côté où va la lumière,

$$p_1 = \varpi_1 + f_1, \qquad p_2 = \varpi_2 + f_2,$$

et l'on a la formule de Newton

$$\varpi_1\varpi = f_1 f_2. \qquad (3)$$

L'analogie avec les miroirs sphériques est frappante. Les formules que nous venons d'établir s'appliquent aux miroirs si l'on y fait $n_1 = 1$ et $n_2 = -1$; en effet *la réflexion peut être considérée comme une réfraction avec l'indice* -1.

Des raisonnements tout à fait analogues à ceux que nous avons faits à propos des miroirs montreront que les mêmes formules conviennent aux points peu écartés de l'axe, et que par suite l'image d'une petite droite perpendiculaire à l'axe est elle-même une petite droite perpendiculaire à l'axe.

On déterminera aisément cette image en construisant le conjugué Q_2 d'un point Q_1 pris hors de l'axe, par l'intersection de l'axe secondaire OQ_1 relatif à ce point (cet axe secondaire n'est autre que le rayon de la sphère OA passant par ce point) avec le rayon réfracté provenant soit du rayon incident Q_1B parallèle à l'axe, soit du rayon incident Q_1C passant par le premier foyer F_1.

Si donc l'objet est plan, l'image sera semblable à l'objet et semblablement placée, le point O étant le centre de similitude. On voit

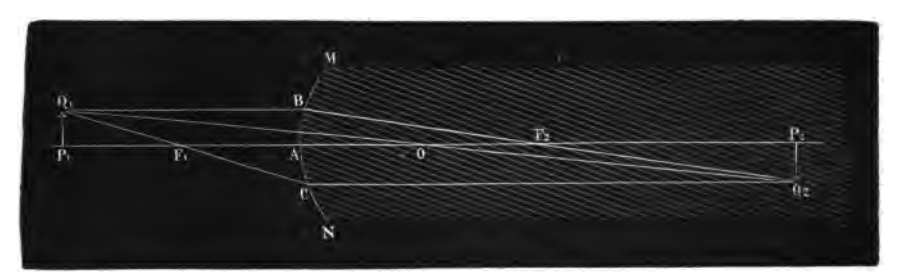


Fig. 275

immédiatement sur la figure que $-I$ étant l'image P_2Q_2 de l'objet O figuré ici par P_1Q_1, on a

$$\frac{-I}{-I+O}=\frac{f_1}{p_1},$$

$$\frac{O}{-I+O}=\frac{f_2}{p_2},$$

d'où

$$\frac{-I}{O}=\frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{f_1}{f_2}\ (^1); \qquad (4)$$

et aussi

$$\frac{-I}{O}=\frac{f_1}{\varpi_1}=\frac{\varpi_2}{f_2}\ (^2). \qquad (5)$$

(1) Des deux relations qui précèdent on tirerait, si on ne l'avait précédemment établie, la formule (2)

$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1.$$

(2) De cette dernière égalité on conclurait la formule (3)

$$\varpi_1\varpi_2=f_1f_2.$$

En désignant par α_1 et $-\alpha_2$ (fig. 273) les angles qui mesurent la *divergence* extrême des rayons incidents et celle des rayons réfractés (ces derniers fuyant au-dessous de l'axe, l'angle α_2 doit être pris avec le signe $-$), on a, au degré d'approximation auquel nous nous sommes arrêté, $p_1\alpha_1 = -p_2\alpha_2$; et si dans l'avant-dernière formule on remplace $\frac{p_2}{p_1}$ par $-\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ et $\frac{f_1}{f_2}$ par $\frac{n_1}{n_2}$, il vient

$$n_1 O\alpha_1 = n_2 I\alpha_2 \text{ [1]}. \qquad (6)$$

Toutes ces formules sont générales [2].

L'analogie avec les miroirs nous dispense d'entrer dans de plus amples détails sur cette question.

428. Réfraction à travers un système de surfaces sphériques centrées. — *Conservation de l'homocentricité.* — Soit maintenant une succession de milieux différents, séparés les uns des autres par des surfaces sphériques de faible ouverture ayant toutes leur centre et leur pôle sur une même droite, qui sera l'*axe principal* du système : les rayons qui partent d'un point P_1, situé sur l'axe (ou très près de l'axe) dans le premier milieu, et qui après la première réfraction vont converger réellement ou virtuellement en un point P_2, se présenteront à la deuxième réfraction comme s'ils émanaient de ce point P_2 et seront par conséquent amenés à passer tous par un nouveau point réel ou virtuel P_3, et ainsi de suite jusqu'à la dernière réfraction, de sorte que les rayons originairement issus d'un même point, ou *homocentriques*, formeront encore après toutes ces réfractions en nombre quelconque un faisceau homocentrique.

On aura donc à considérer par rapport à un système de surfaces sphériques centrées, comme par rapport à une seule surface, des points conjugués et des plans conjugués, particulièrement deux

(1) Cette loi, due à LAGRANGE, a été remise en lumière par M. von HELMOLTZ qui la formule ainsi : le produit de l'inclinaison optique $n\alpha$ d'un rayon (prise en valeur absolue), par la grandeur linéaire I de l'image est le même dans différents milieux séparés par des surfaces sphériques de petite ouverture.

(2) Pour $R = \infty$, on a, en remplaçant $\frac{p_2}{p_1}$ par $-\frac{n_2}{n_1}$ et $\frac{f_1}{f_2}$ par $\frac{n_1}{n_2}$, $\frac{I}{O} = 1$: l'image est virtuelle, droite et égale à l'objet.

foyers et les deux plans focaux correspondants : nous appelons toujours deuxième foyer l'image d'un point situé à l'infini dans le premier milieu, et premier foyer le point du premier milieu dont l'image est située à l'infini dans le dernier milieu. Le système est *convergent* ou *divergent* suivant que des rayons incidents parallèles vont à l'émergence aboutir à un foyer réel ou à un foyer virtuel (1).

Lentilles infiniment minces. — Avant d'étudier plus en détail les propriétés d'un système quelconque de surfaces sphériques centrées, nous examinerons en particulier le cas de deux surfaces limitant dans le milieu 2 une lentille dont nous supposerons l'épaisseur négligeable relativement aux rayons de courbure des faces.

La première réfraction est exprimée par l'équation

$$\frac{n_1}{p_1}+\frac{n_2}{p_2}=\frac{n_2-n_1}{R}.$$

La deuxième sera représentée par une équation toute semblable dans laquelle p_2 et R' seront pris négativement, la distance du point lumineux P_2 au pôle A' de la deuxième surface étant comptée positivement de A' vers le milieu 2, et le rayon R' de la deuxième surface étant regardé comme positif quand cette surface est convexe du côté du milieu 3,

$$-\frac{n_2}{p_2}+\frac{n_3}{p_3}=-\frac{n_3-n_2}{R'}.$$

On en tire

$$\frac{n_1}{p_1}+\frac{n_3}{p_3}=\frac{n_2-n_1}{R}+\frac{n_2-n_3}{R'}, \qquad (1)'$$

formule analogue à celle qui règle la réfraction à travers une seule surface sphérique.

Si l'on y fait $p_1=\infty$, p_3 devient la deuxième distance focale f', comptée positivement vers le troisième milieu ; ce qui donne

$$\frac{n_3}{f'}=\frac{n_2-n_1}{R}+\frac{n_2-n_3}{R'}.$$

(1) Les deux foyers n'étant pas nécessairement de même nature, le système peut être convergent d'un côté et divergent de l'autre (oculaire négatif d'Huygens).

La première distance focale f, comptée vers le premier milieu, et correspondant à $p_3 = \infty$, est déterminée par la relation

$$\frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R} + \frac{n_3 - n_2}{R'}.$$

Les distances focales f et f' satisfont donc encore à la relation

$$\frac{f}{f'} = \frac{n_1}{n_3};$$

et si on les introduit dans la formule (1)', en posant $p_1 = p$ et $p_3 = p'$, on retrouvera l'équation

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1, \qquad (2)'$$

équation qui s'étend à tous les cas, et qui se conserve avec un couple de points conjugués quelconques pour origines; tandis que, si l'on prend respectivement pour origine les deux foyers, on retombe sur la formule de Newton

$$\varpi\varpi' = ff'. \qquad (3)'$$

L'image d'une petite droite perpendiculaire à l'axe, image qui pour un système centré quelconque est une petite droite perpendiculaire à l'axe et conjuguée de la droite-objet, se construit immédiatement au moyen des foyers, ainsi que le montrent les figures ci-contre (lentilles convergentes et lentilles divergentes), qui donnent encore

$$\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{f'}{f}. \qquad (4)'$$

On a d'ailleurs

$$n_1 O_1 \alpha_1 = n_2 O_2 \alpha_2 = n_3 O_3 \alpha_3,$$

ou

$$n_1 O \alpha_1 = n_3 I \alpha_3. \qquad (6)'$$

Si l'on mène la droite QQ' qui coupe en N l'axe principal PP', on trouve

$$\frac{FN}{BQ'} = \frac{AC}{AB} = \frac{CF'}{BQ'},$$

d'où

$$FN = CF'.$$

Donc le point N reste à une distance invariable du point fixe F; par conséquent il est fixe lui-même. Le rayon QN se prolongeant

en ligne droite suivant NQ′ est le *rayon sans déviation* ou l'*axe secondaire* du point Q, analogue au rayon passant par le centre d'une surface sphérique unique; et l'image est semblable à l'objet par

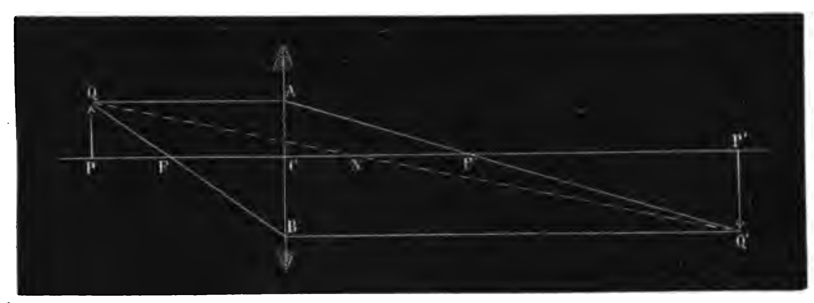


Fig. 276

rapport au point N, qui représente la superposition des deux points

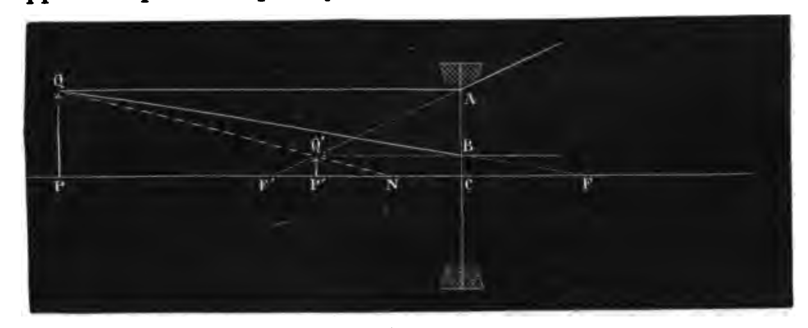


Fig. 277

nodaux d'une lentille épaisse. La relation précédente montre que ce *point nodal double* est situé sur l'axe principal du côté du foyer le plus éloigné, à une distance de la lentille égale à la différence des deux distances focales.

Lentilles infiniment minces dans l'air. — Un cas particulièrement intéressant est celui où la lentille plonge dans l'air : alors $n_1 = n_3 = 1$ et $n_2 = n$, n désignant l'indice de la matière constitutive de la lentille relativement à l'air.

Les deux distances focales sont égales

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

On a d'ailleurs à distinguer les lentilles convergentes qui peuvent présenter l'une des trois formes : biconvexe (A), plan-convexe (B),

concave-convexe ou ménisque convergent (C); et les lentilles divergentes : biconcave (D), plan-concave (E), convexe-concave ou ménisque divergent (F). Quand l'épaisseur est très faible, selon

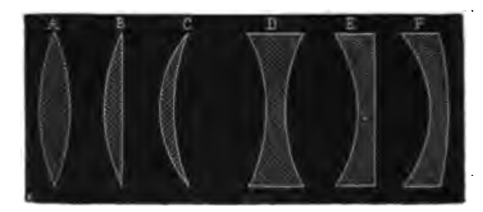


Fig. 278

notre hypothèse actuelle, on peut dire que les lentilles convergentes sont plus épaisses au centre que sur les bords, le contraire ayant lieu pour les lentilles divergentes, conformément à la formule précédente ([1]).

Les deux distances focales étant égales, le point nodal double se confond avec le centre de figure de la lentille.

Il est d'ailleurs facile d'établir directement que tout rayon passant par le centre de figure d'une lentille infiniment mince placée dans l'air la traverse sans déviation.

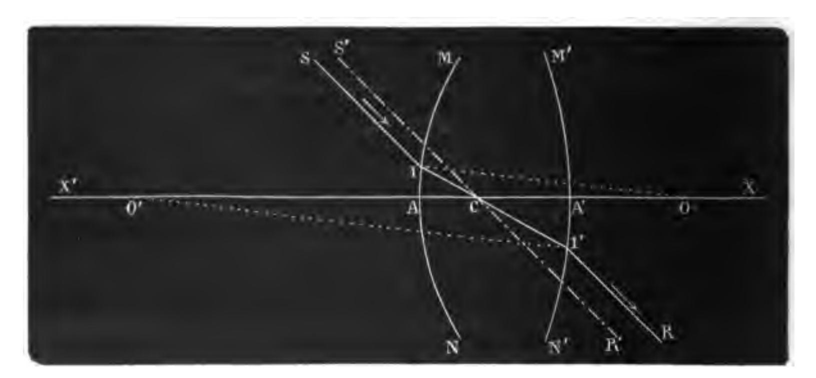


Fig. 279

Soit en effet un rayon incident quelconque SI rencontrant une lentille épaisse située dans l'air (ou plus généralement baignée sur ses deux faces par un même milieu), ce rayon traverse la lentille suivant II'. Si le plan tangent en I' est parallèle au plan tan-

([1]) Si l'épaisseur est un peu forte, la règle précédente peut se trouver en défaut ainsi que nous le verrons plus loin.

gent en I, le rayon RI′ émergera parallèlement au rayon incident, comme ayant traversé une lame à faces parallèles. Mais alors les normales OI et O′I′ au point d'incidence et au point d'émergence sont parallèles entre elles, et l'on a

$$\frac{CO}{CO'}=\frac{R}{R'};$$

par suite, le point C est fixe. Ainsi, quand le rayon émergent est parallèle au rayon incident, le rayon intérieur passe par un point fixe, que l'on appelle le *centre optique*, et dont les distances aux deux sommets sont proportionnelles aux rayons de courbure des faces. On a en effet

$$\frac{CA}{CA'}=\frac{R-CO}{R'-CO'}=\frac{R}{R'}\,(^1).$$

Prolongeons le rayon SI jusqu'à sa rencontre avec l'axe principal en n. Comme les deux droites X′n et Sn représentent deux rayons

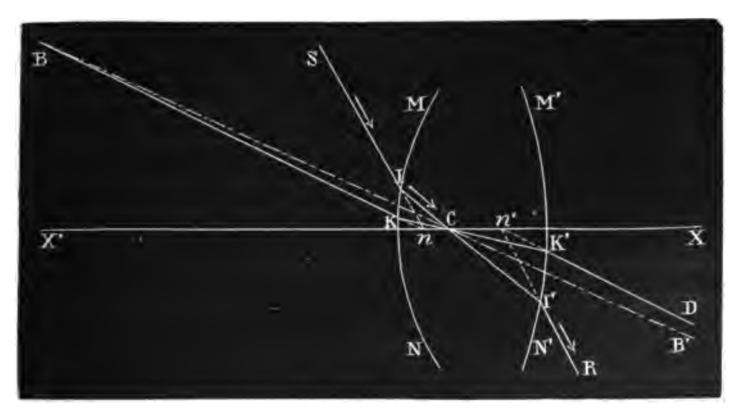


Fig. 280

émanés du point virtuel n et amenés par la première réfraction à converger en C, on voit que n et C sont conjugués par rapport à la première face; donc le point n est également fixe. Il en est de même de n', point où le rayon émergent RI′ converge avec l'axe. Par con-

(1) Le centre optique est donc à l'intérieur d'une lentille biconvexe ou biconcave, au sommet de la face courbe d'une lentille plan-convexe ou plan-concave, à l'extérieur d'un ménisque et du côté de la face qui a le plus petit rayon.

séquent, *tout rayon incident qui passe par le point n donne naissance à un rayon émergent parallèle passant par n'*. Ces deux points n et n' sont dits les *points nodaux* de la lentille. Ce sont les images du centre optique dans l'une et l'autre face de la lentille : on les mettra donc aisément en place d'après les règles de la réfraction à travers une calotte sphérique de faible ouverture.

Quand la lentille est infiniment mince, les deux points nodaux et le centre optique se confondent avec le centre de figure de la lentille, qui se trouve être ainsi le point par lequel passent les rayons sans déviation et conséquemment le centre de similitude entre l'image et l'objet.

Les formules relatives au cas où les deux milieux extrêmes sont quelconques deviennent ici

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right). \qquad (1)''$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad (2)''$$

et

$$\varpi\varpi'=f^2. \qquad (3)''$$

L'analogie entre les lentilles et les miroirs est intime, une lentille convergente se comportant comme un miroir concave, une lentille divergente comme un miroir convexe, de même distance focale [1].

La *puissance* se définit, ainsi que pour un miroir, l'inverse de la distance focale,

$$P=\frac{1}{f}.$$

L'unité de puissance, ou *dioptrie*, est la puissance d'une lentille dont la distance focale principale est égale à 1 mètre [2].

[1] Ne pas oublier que la lumière réfractée par une lentille continue sa marche en avant, tandis que la lumière réfléchie par un miroir revient en arrière. Il en résulte qu'ici, contrairement à ce qui se passe avec les miroirs, l'image et l'objet se déplacent toujours dans le même sens.

[2] La substitution du système métrique au système duodécimal dans l'évaluation des distances focales, exprimées jusqu'alors en pouces, a été proposée par M. Javal au Congrès d'ophtalmologie de Paris en 1867 et adoptée par le Congrès de Berlin en 1875. La *dioptrie* a été indiquée comme unité de puissance par M. Monoyer.

Si l'on accole deux lentilles infiniment minces, on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=\frac{1}{f},$$

$$-\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f'},$$

d'où

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'};$$

la puissance de l'ensemble est égale à la somme des puissances individuelles. En général, la puissance du système formé par plusieurs lentilles infiniment minces en contact est égale à la somme algébrique des puissances de ces lentilles.

Propriétés générales d'un système centré quelconque. — Dans le cas d'une surface sphérique de faible ouverture, le rayon incident et le rayon émergent peuvent être considérés comme coupant en un même point le plan tangent au sommet de la calotte sphérique donnée, puisque la partie utile de la calotte se confond avec ce plan.

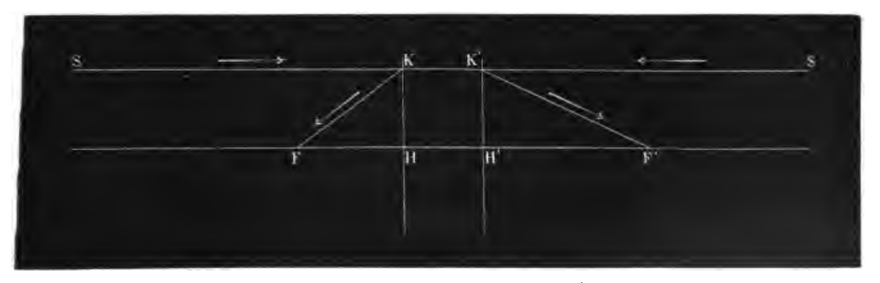


Fig. 281

Gauss (¹) a montré que dans un système quelconque de surfaces sphériques centrées, de faible ouverture et rencontrées par des rayons peu inclinés sur l'axe principal, il existe deux plans conjugués que le rayon incident et le rayon émergent rencontrent toujours à la même hauteur : ce sont les *plans principaux* du système ; et l'on appelle premier plan principal celui qui correspond au rayon incident, deuxième plan principal celui qui se rapporte au rayon

(¹) GAUSS, *Dioptrische Untersuchungen*, dans *Abhand. d. kön. Gesells. d. Wiss. zu Göttingen*, I; 1838-43.

émergent. L'existence de ces deux points peut aisément s'établir de la façon suivante : F et F' étant les deux foyers du système, soient KF' le rayon émergent conjugué d'un rayon incident SK parallèle à l'axe, et de même KF le rayon émergent conjugué du rayon incident S'K' situé sur le prolongement de SK. Le sens de la propagation d'un rayon étant arbitraire, on peut considérer les deux rayons SK et FK comme partant de K pour devenir en émergeant K'F' et K'S', et l'on voit que les deux points K et K' sont conjugués. Mais il en est de même de deux points quelconques situés du même côté de l'axe et à la même hauteur dans les deux plans conjugués, perpendiculaires à l'axe, KH, K'H'. Ces deux plans sont donc tels que l'image d'une droite KH comprise dans l'un de ces plans est une droite K'H' de même grandeur et de même sens comprise dans l'autre. Les points H et H' où les plans principaux coupent l'axe se nomment les *points principaux*.

Avec les deux foyers ils constituent les *points cardinaux* du système. Un système est complètement défini par ses points cardinaux (¹).



Fig. 282

En effet, connaissant ces quatre points, les deux foyers F, F' et les deux points principaux H, H', on peut construire le conjugué d'un rayon incident quelconque PK. Ce rayon perçant en K le premier plan principal, le point K' situé à la même hauteur dans le deuxième plan principal est un point du conjugué. Pour avoir un deuxième point, on mènera par le premier foyer un rayon FL parallèle au rayon incident et qui, devenant, après réfraction, parallèle à l'axe, coupe le deuxième plan focal en E', lequel est le

(¹) D'une façon générale un système optique est défini par quatre conditions dont au moins un grossissement. Les plans focaux principaux (représentant à la fois un couple de plans conjugués et un grossissement) valent deux conditions; chaque plan focal principal (équivalant à un couple de plans conjugués) constitue une condition.

deuxième point cherché, car les deux rayons parallèles PK et FL doivent à la sortie passer par un même point du deuxième plan focal. On pourrait aussi (en renversant la construction) déterminer la direction du rayon émergent.

De toutes manières, on saura trouver le conjugué P′ d'un point P pris sur l'axe.

Si le point Q est situé hors de l'axe, on construira aisément le conjugué Q′ à l'aide du rayon QK parallèle à l'axe, qui devient K′F′, et du rayon passant par le premier foyer, qui devient LL′.

On aura ainsi l'image P′Q′ de la droite PQ.

D'ailleurs, en considérant les triangles QKL et FHL d'une part et les triangles Q′L′K′ et F′H′K′ d'autre part; et en appelant f et p

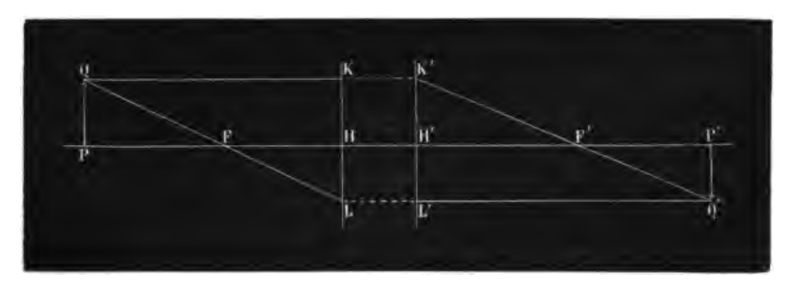


Fig. 283

les longueurs HF et HP comptées à partir du premier point principal positivement vers le premier milieu, et f' et p' les longueurs H′F′ et H′P′ comptées à partir du deuxième point principal positivement vers le dernier milieu, on retrouve les relations

$$\frac{-1}{1+0}=\frac{f}{p},$$

$$\frac{-1}{1+0}=\frac{f'}{p'},$$

d'où

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1 \text{ (1)}. \qquad \text{(II)}$$

(1) Quand l'objet se déplace du premier foyer au premier plan principal, l'image, marchant dans le même sens que l'objet, va de $-\infty$ au deuxième plan principal. Il y a donc un plan où l'image et l'objet se rencontrent. M. Martin (*Ann. de chim. et de phys.*, (4), X, 426; 1867) a appelé l'attention sur ce plan, déjà signalé par Bravais (*Ann. de chim. et de phys.*, (3), XXXIII, 498; 1835). Le

Donc, si l'on prend pour origines les deux points principaux et si l'on conserve les conventions pour les signes, on retrouve la formule fondamentale (II). On y arriverait de même en prenant pour origine un couple de points conjugués quelconques.

Les deux relations précédentes donnent aussi

$$\frac{-\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{p'}{p}\cdot\frac{f}{f'}. \qquad \text{(IV)}$$

On en tire également, ϖ et ϖ' désignant les distances FP et F'P',

$$\frac{-\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{f'}{\varpi}=\frac{\varpi'}{f'}, \qquad \text{(V)}$$

d'où

$$\varpi\varpi'=ff'. \qquad \text{(III)}$$

Enfin on a toujours

$$n_1 \mathrm{O} \alpha_1 = n_e \mathrm{I} \alpha_e \qquad \text{(IV)}$$

α_1 étant l'angle que fait avec l'axe principal un rayon partant du point P dans le milieu 1 d'indice n_1, α_e l'angle que fait avec le même axe ce rayon arrivant au point conjugué P' dans le milieu extrême d'indice n_e.

Si le rayon émergent est parallèle au rayon incident, c'est-à-dire si $\alpha_e=\alpha_1$, $\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{O}}=\frac{n_1}{n_e}$; et les points où le rayon incident et le rayon émergent rencontrent l'axe sont situés à des distances de F et de F' respectivement égales à

$$\varpi_n=-\frac{n_e}{n_1}f$$

et

$$\varpi'_n=-\frac{n_1}{n_e}f',$$

point B où le *plan de Bravais* coupe l'axe, entre F et H, ou *point symptotique* de Listing (LISTING, *Pogg. Ann.*, CXXIX, 466; 1866), étant à lui-même sa propre image, on a évidemment, si l'on désigne par $\overline{\varpi}$ et $\overline{\varpi}'$ les longueurs FB et F'B, $\overline{\varpi}+\overline{\varpi}'=f+f'+\delta$, et $\overline{\varpi}\overline{\varpi}'=ff'$. Ces deux équations symétriques en $\overline{\varpi}$ et $\overline{\varpi}'$ déterminent deux points, situés à des distances respectivement égales des deux foyers, et distants l'un de l'autre de $b=\sqrt{(f+f'+\delta)^2-4ff'}$, la condition de réalité de ces points étant $(f+f'+\delta)^2-4ff'>0$. Lorsque le système optique se réduit à une lentille infiniment mince placée dans l'air, les plans de Bravais ainsi que les plans principaux se confondent avec la surface de la lentille.

c'est-à-dire indépendantes de α (¹). Il existe donc sur l'axe principal deux points tels qu'à tout rayon incident passant par le premier correspond un rayon émergent parallèle passant par le deuxième. Ce sont les deux *points nodaux*.

L'existence de ces points peut d'ailleurs être établie géométriquement d'une façon très simple. Soit QE un rayon quelconque arrivant parallèlement à l'axe : il perce le premier plan principal en K, le deuxième en K' et émerge suivant K'F' en passant au deuxième foyer F'. Par le point E où QE perce le premier plan focal, menons un rayon SE parallèle à K'F' : ce rayon devra émerger aussi parallèlement à K'F', puisque tous les rayons émanant d'un même point E du premier plan focal forment à l'émergence un faisceau de rayons parallèles. Le rayon émergent L'S' sera donc parallèle au rayon incident SL (le point L' étant pris dans le deuxième plan principal à la même hauteur que le point L dans le premier). Or ces deux rayons coupent l'axe respectivement en N et N' qui sont fixes, car les triangles rectangles égaux EFN et K'H'F'

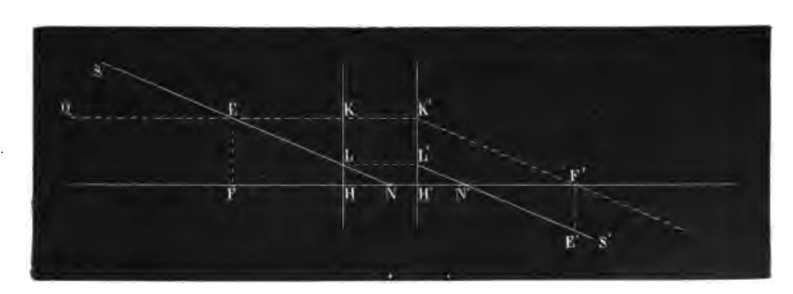


Fig. 284

(EF=K'H') d'une part, et N'F'E' et EKL (E'F'=K'L'=KL) d'autre part, donnent

$$FN = H'F' \quad \text{et} \quad F'N' = KE,$$

c'est-à-dire

$$-\varpi_n = f' \quad \text{et} \quad -\varpi'_n = f,$$

ϖ_n étant la distance du premier point nodal au premier foyer

(¹) Si l'on admet la relation générale $\frac{f'}{f} = \frac{n_e}{n_1}$, on a immédiatement $\varpi_n = -f'$ et $\varpi'_n = -f$, valeurs que nous allons trouver directement ; ou, si on le préfère, la comparaison des deux systèmes de valeurs peut servir à démontrer cette relation.

[illegible]

[illegible]

$$[illegible]$$

$$[illegible]$$

[illegible] des deux [illegible]



Fig. 285

La figure 285 montre comment à l'aide des points nodaux on peut construire de deux manières le conjugué d'un rayon incident quelconque, en appliquant l'une ou l'autre des deux règles suivantes :

Tout rayon issu du point E *appartenant au premier plan focal émerge parallèlement à la première directrice* NE ;

Tout rayon parallèle à la deuxième directrice N'E' *rencontre le deuxième plan en* E' ;

soit que l'on trace par K' une parallèle à NE, soit que l'on joigne K'

(1) Si [illegible], N et N' se confondent dans le point nodal double trouvé plus haut.

au point E′ où la droite N′E′, menée par N′ parallèle à PK, perce le deuxième plan focal.

De même, dans la construction de l'image Q′ d'un point Q, il suffira de joindre à l'un des rayons K′F′ ou LL′ la directrice N′Q′, le couple QN, N′Q′ formant le rayon sans déviation.

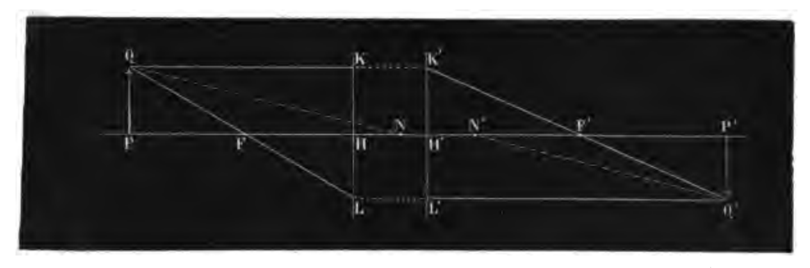


Fig. 286

Lentilles épaisses. — Appliquons ces considérations à quelques cas particuliers.

Soit d'abord une lentille constituée par un milieu d'indice n_2, sous une épaisseur $A_1A_2 = e$, et dont les faces A_1 et A_2, de rayons R et R′, sont respectivement en conctact avec deux milieux d'indices n_1 et n_3. Nous désignerons par F_1 et F'_1 les foyers de la première surface réfringente et par F_2 et F'_2 ceux de la deuxième, en posant (430)

$$f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}, \qquad f'_1 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1},$$

et

$$f_2 = \frac{n_2 R'}{n_2 - n_3}, \qquad f'_2 = \frac{n_3 R'}{n_2 - n_3}.$$

Un rayon SI_1, parallèle à l'axe et rencontrant en I_1 la surface de séparation des deux milieux 1 et 2, irait passer en F'_1 si le deuxième milieu s'étendait jusque-là. Mais nous supposerons l'épaisseur e plus petite que l'un et l'autre des rayons R et R′. Le rayon $I_1F'_1$ perce en un point R_2, situé entre I_1 et F'_1, la surface séparant les milieux 2 et 3, et il est rabattu en R_2F', de sorte que F′ est le deuxième foyer de la lentille. Si HK et H′K′ sont les deux plans principaux de la lentille, le rayon R_2F' rencontre le deuxième plan

principal en un point K′ situé à la même hauteur que le point K où le rayon incident traverse le premier plan principal. De même le rayon $S'I_2$, réfracté d'abord suivant I_2F_2, puis suivant R_1F, vient

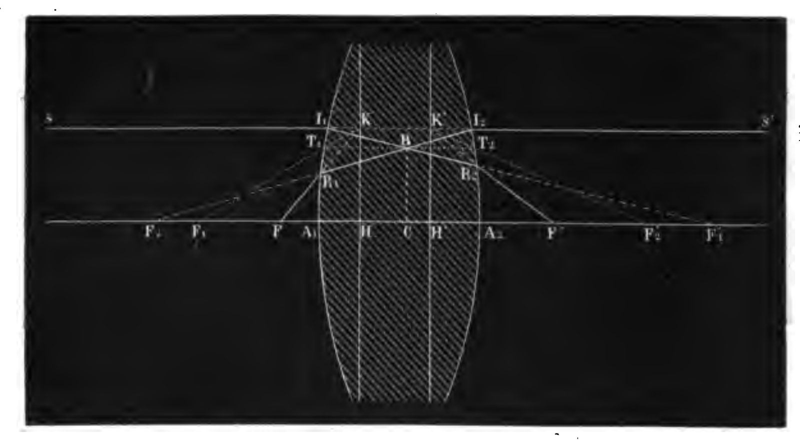


Fig. 287

aboutir au premier foyer F de la lentille, en suivant la direction KR_1 (¹).

Les triangles semblables $K'H'F'$ et R_2A_2F' donnent

$$\frac{K'H'}{R_2A_2}=\frac{H'F'}{A_2F'};$$

de même les triangles $I_1A_1F_1'$ et $R_2A_2F_1'$

$$\frac{I_1A_1}{R_2A_2}=\frac{A_1F'}{A_2F_1'};$$

d'où, I_1A_1 étant égal à $K'H'$,

$$\frac{H'F'}{A_2F'}=\frac{A_1F_1'}{A_2F_1'}=\frac{f_1'}{f_1'-e}.$$

(¹) Soit B le point de rencontre des rayons intérieurs I_1F' et I_2F_2; les deux rayons BI_1 et BR_1 vont, après réfraction à travers la première surface, passer tous les deux en K : K est donc l'image de B vu à travers la face A_1; de même K′ est l'image de B vu à travers la face A_2. Si donc l'on mène par le point B le rayon T_1T_2 parallèle à l'axe, les deux rayons T_1F_1 et T_2F_2', qui vont aboutir respectivement aux foyers F_1 et F_2', passeront par les points K et K′. Par suite aussi, les deux droites KH et K′H′ sont respectivement les images de la droite BC à travers les deux faces de la lentille.

D'ailleurs, les points F'_1 et F' étant conjugués par rapport à la face A_2, on a

$$-\frac{f_2}{A_2F'_1}+\frac{f_2}{A_2F'}=1,$$

ou

$$-\frac{f_2}{f'_1-e}+\frac{f'_2}{A_2F'}=1,$$

d'où

$$A_2F'=\frac{(f'_1-e)f'_2}{f'_1+f_2-e}.$$

Donc

$$H'F'=f'=\frac{f'_1 f'_2}{f'_1+f_2-e}.$$

De même

$$HF=f=\frac{f_1 f_2}{f'_1+f_2-e}.$$

On en déduit

$$\frac{f'}{f}=\frac{n_3}{n_1}:$$

le rapport des distances focales de la lentille est égal au rapport des indices des milieux extrêmes, quelle que soit la matière de la lentille.

Cherchons la distance de chaque point principal à la surface correspondante. Nous avons

$$\frac{H'F'-A_2F'}{H'F'}=\frac{f'_1-(f'_1-e)}{f'_1},$$

ou, si nous désignons par h' la distance $H'A_2$ comptée positivement de H' à A_2 vers l'extérieur, suivant la convention générale, ou de A_2 à H' vers l'intérieur,

$$\frac{h'}{f'}=\frac{e}{f'_1},$$

d'où

$$h'=e\frac{f'}{f'_1}=e\frac{f'_2}{f'_1+f_2-e}.$$

De même

$$h=e\frac{f}{f_2}=e\frac{f_1}{f'_1+f_2-e}.$$

L'interstice HH' est

$$\delta = e - h - h'$$
$$\delta = e\frac{f'_1 - f_1 + f_2 - f'_2 - e}{f'_1 + f_2 - e}.$$

Si les deux milieux extrêmes sont l'air, $n_3 = n_1 = 1$, $n_2 = n$, les deux distances focales deviennent égales, $f' = f$, et la formule établie plus haut donne

$$f = f' = \frac{nRR'}{(n-1)[n(R+R')-(n-1)e]},$$

ou

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} - \frac{n-1}{n}\frac{e}{RR'}\right).$$

Les distances h et h' des plans principaux aux faces correspondantes ont alors pour valeurs respectives

$$h = e\frac{R}{n(R+R')-(n-1)e},$$
$$h' = e\frac{R'}{n(R+R')-(n-1)e}:$$

elles sont proportionnelles aux rayons

$$\frac{h}{h'} = \frac{R}{R'};$$

et l'interstice $\delta = e - h - h'$ devient

$$\delta = e(n-1)\frac{R+R'-e}{n(R+R')-(n-1)e}.$$

Quand e est peu considérable par rapport à R et R', on a sensiblement

$$\delta = e\frac{n-1}{n}.$$

Ainsi, dans une lentille ordinaire, en verre d'indice $\frac{3}{2}$, δ diffère peu de $\frac{1}{3}e$.

D'ailleurs, la relation $f = f'$ entraîne $HN = H'N' = 0$; donc dans une lentille placée dans l'air les points nodaux N et N' se confon-

dent avec les points principaux H et H', et le centre optique est en C, les trois points H, H' et O étant toujours conjugués deux à deux.

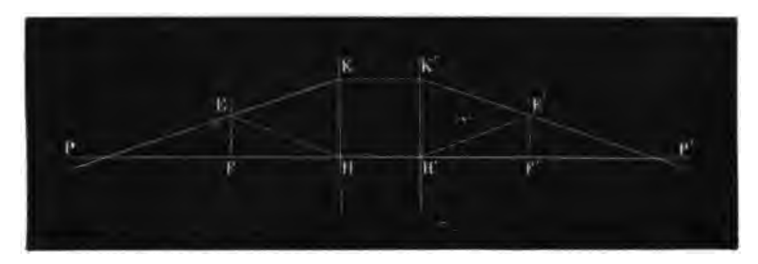


Fig. 288

Les constructions à effectuer pour obtenir le conjugué d'un

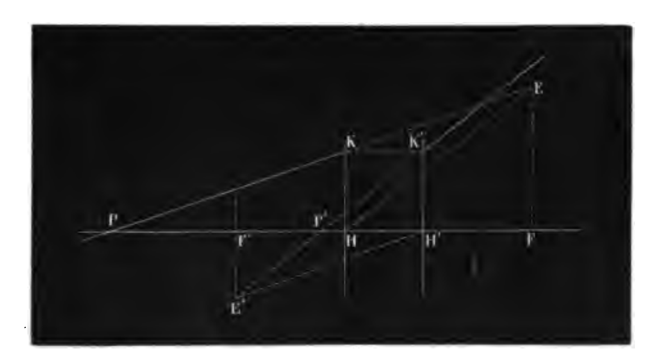


Fig. 289

rayon donné ou l'image d'une petite droite perpendiculaire à l'axe

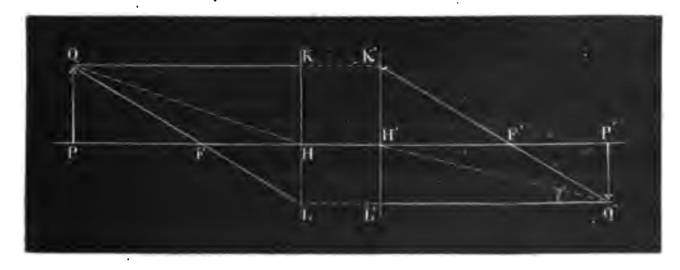


Fig. 290

se simplifient alors, comme le montrent les figures 288, 290 (lentilles convergentes), et 289, 291 (lentilles divergentes).

Passons en revue les diverses formes de lentilles citées précédemment.

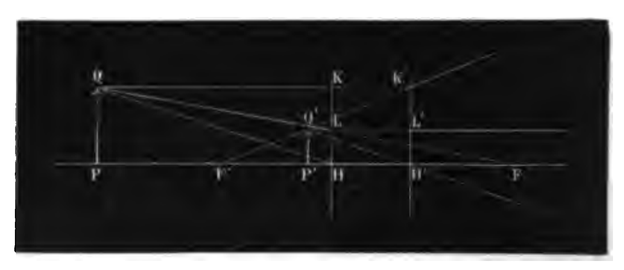


Fig. 291

Relativement à la lentille biconvexe, les raisonnements et les figures établis plus haut se rapportant à cette forme (sauf indication contraire), nous n'avons rien à ajouter.

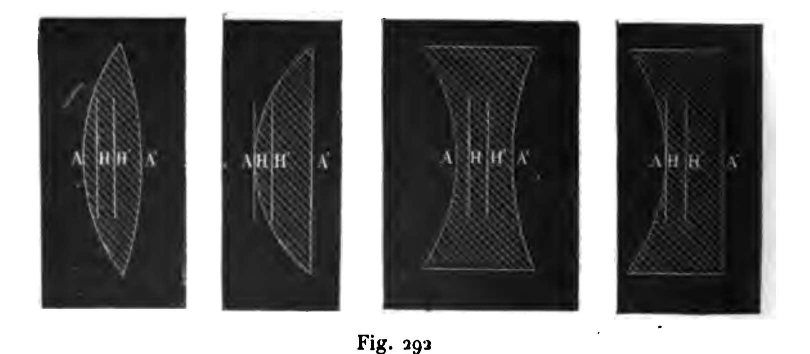


Fig. 292

Dans une lentille plan-convexe, $R' = \infty$; par suite $f = \frac{R}{n-1}$; $h = 0$: le premier plan principal est tangent au sommet de la face courbe; $h' = \frac{e}{n}$; et par conséquent $\delta = \frac{n-1}{n} e$.

La lentille biconcave a ses deux rayons négatifs; f est négatif:

$$f = -\frac{n\overline{R}\,\overline{R}'}{(n-1)\left[n(\overline{R}+\overline{R}')+(n-1)e\right]},$$

$-\overline{R}$ et $-\overline{R}'$ étant les rayons des deux faces; h, h' et δ sont positifs : les points H et H' sont donc à l'intérieur de la lentille et dans l'ordre normal.

Si la lentille est plan-concave, $\overline{R}'=\infty$, $f=-\frac{\overline{R}}{n-1}$, $h=0$, $h'=\frac{e}{n}$, $\delta=\frac{n-1}{n}e$.

Dans un ménisque convergent, on a

$$f=\frac{n R\overline{R}'}{(n-1)[n(\overline{R}'-R)+(n-1)e]},$$

expression qui sera positive si

$$n(\overline{R}'-R)+(n-1)e>0,$$

c'est-à-dire si

$$\overline{R}'-R+e>\frac{e}{n}.$$

Or le premier membre de cette dernière inégalité représente la

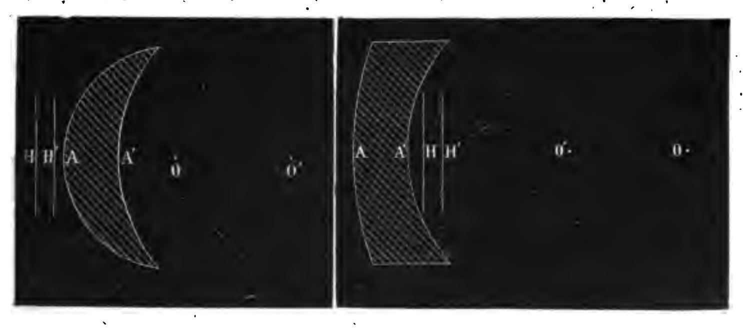


Fig. 293

distance d des centres O et O' des deux faces

$$d=R'-R+e.$$

On a donc à distinguer les trois cas suivants :

$d>\frac{e}{n}$, la lentille est convergente.

Il ne suffit pas, on le voit, pour qu'une lentille soit convergente, qu'elle soit plus mince sur les bords, ce qui a lieu quand d est >0. Il faut que d soit $>\frac{e}{n}$.

Supposons la condition satisfaite. Les distances des points H et H′ aux faces A et A′ sont respectivement

$$h = -\frac{eR}{n(\overline{R}'-R)+(n-1)e},$$

$$h' = \frac{e\overline{R}'}{n(\overline{R}'-R)+(n-1)e},$$

et l'interstice

$$\delta = e(n-1)\frac{\overline{R}'-R+e}{n(\overline{R}'-R)+(n-1)e};$$

h est négatif, h' positif et δ positif aussi : les points H et H′ sont dans l'ordre normal, H, H′; mais H est à l'extérieur de la lentille (1).

$d=\frac{e}{n}$, on a un verre neutre.

$d<\frac{e}{n}$, le ménisque est divergent. Alors, h est positif et h' négatif : les points principaux sont à droite des surfaces correspondantes. δ est positif si d est <0, c'est-à-dire si la lentille s'épaissit

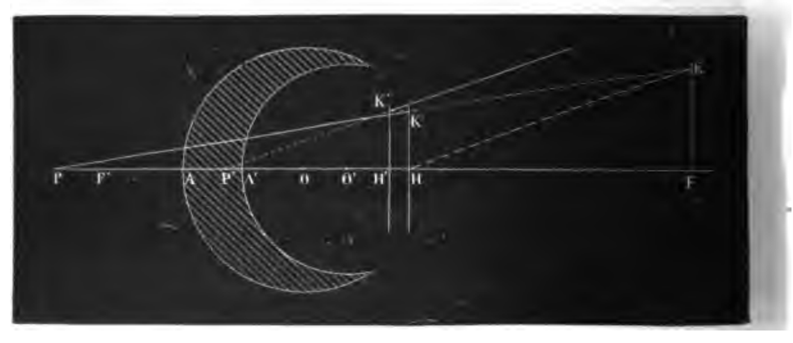


Fig. 294

sur les bords : dans ce cas, les points principaux sont disposés normalement, et la marche des rayons s'effectue comme dans une lentille biconcave ou plan-concave. Au contraire avec $d>0$,

(1) D'ailleurs, les deux foyers tombent en dehors de la lentille supposée toujours d'une épaisseur moindre que l'un et l'autre rayons; en effet, f est $>h'$, puisque, R étant $>e$, nR est $>ne$, et à plus forte raison $\frac{nR}{n-1}$ est $>e$.

δ est < 0, la disposition ordinaire des plans principaux est renversée : H′ précède H ; un rayon suit alors la marche indiquée dans la figure 294.

Ainsi, quand l'épaisseur est faible, les deux plans principaux sont à l'intérieur d'une lentille biconvexe ou biconcave, l'un de ces plans étant tangent à la face courbe si la deuxième face devient plane ; dans un ménisque, un plan principal au moins est à l'extérieur, du côté de la face la plus courbe.

Combinaison de deux systèmes optiques. — Soit maintenant le système résultant de l'association de deux lentilles, ou plus généralement de deux systèmes 1 et 2, représentés par leurs plans principaux A_1, A'_1, A_2, A'_2 et leurs foyers F_1, F'_1, F_2, F'_2, les interstices des deux systèmes étant respectivement δ_1 et δ_2, et l'écartement entre le deuxième plan principal du premier système et le premier plan principal du deuxième étant $A'_1A_2 = e$. Le premier système est en contact par sa face d'entrée avec un milieu d'indice n_1 et par sa face de sortie avec un milieu d'indice n_m ; le deuxième est en contact par sa face d'entrée avec le même milieu d'indice n_m et par sa face de sortie avec un milieu d'indice n_e. Les éléments du système résultant, compris entre les mêmes milieux extrêmes, se détermineront

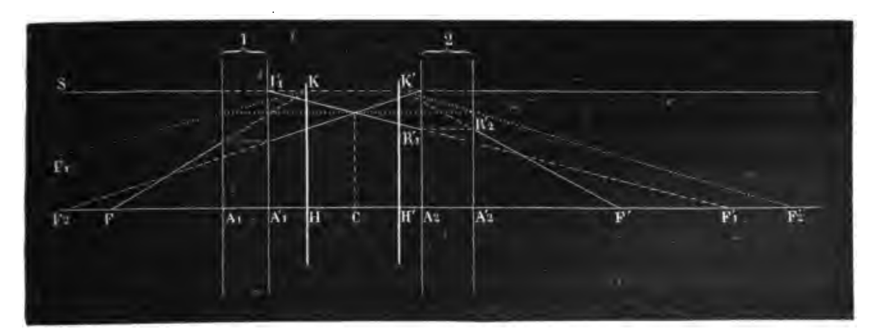


Fig. 295

exactement comme dans le cas d'une lentille unique, avec cette seule différence que les plans A_1, A_2 sont en quelque sorte dédoublés.

Les triangles semblables $K'H'F'$ et $R'_2A'_2F'$ d'une part, $I'_1A'_1F'_1$ et $R'_1A_2F'_1$ d'autre part, donnent encore

$$\frac{H'F'}{A'_2F'} = \frac{f_1}{f'_1 - e}.$$

D'ailleurs, les points F'_1 et F' étant conjugués par rapport au système 2,

$$A'_2F' = \frac{(f'_1 - e)f'_2}{f'_1 + f_2 - e}.$$

On a donc

$$H'F' = f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f_2 - e};$$

et de même

$$HF = f = \frac{f_1 f_2}{f'_1 + f_2 - e}.$$

On en déduit

$$\frac{f'}{f} = \frac{n_e}{n_1}.$$

Ainsi se maintient dans tous les cas la loi déjà formulée : le rapport des distances focales du système résultant est égal au rapport des indices des milieux extrêmes.

D'autre part, les relations

$$h' = e\frac{f'}{f'_1} = e\frac{f'_2}{f'_1 + f_2 - e},$$

et

$$h = e\frac{f}{f_2} = e\frac{f_1}{f'_1 + f_2 - e},$$

où $h' = A'_2H'$ et $h = A_1H$, définissent la position des points principaux du système, dont les points cardinaux sont ainsi connus.

L'interstice est

$$\delta = e + \delta_1 + \delta_2 - h - h'.$$

Si les deux systèmes composants sont deux lentilles placées dans l'air, $f_1 = f'_1$, $f_2 = f'_2$; et les formules précédentes deviennent

$$f = f' = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e},$$

$$h = e\frac{f_1}{f_1 + f_2 - e},$$

$$h' = e\frac{f_2}{f_1 + f_2 - e},$$

$$\delta = -\frac{e^2}{f_1 + f_2 - e} + \delta_1 + \delta_2.$$

Quand le dénominateur de toutes ces expressions devient nul, les points cardinaux sont rejetés à l'infini; les constructions précédentes sont en défaut. Le système est dit *afocal*. Un faisceau incident parallèle reste parallèle à l'émergence; mais, en général, sa section change (¹). Supposons, pour simplifier, les deux lentilles infiniment minces. Soit e leur écartement. Le rapport de l'image à l'objet est

$$\frac{I}{O}=\frac{p_1}{p}\cdot\frac{p'}{e-p_1},$$

ou, si l'on élimine p et p_1 à l'aide des deux équations

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=\frac{1}{f_1},$$

et

$$\frac{1}{e-p_1}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f_2},$$

$$\frac{I}{O}=-\frac{p'(f_1+f_2-e)+f_2(e-f_1)}{f_1 f_2}.$$

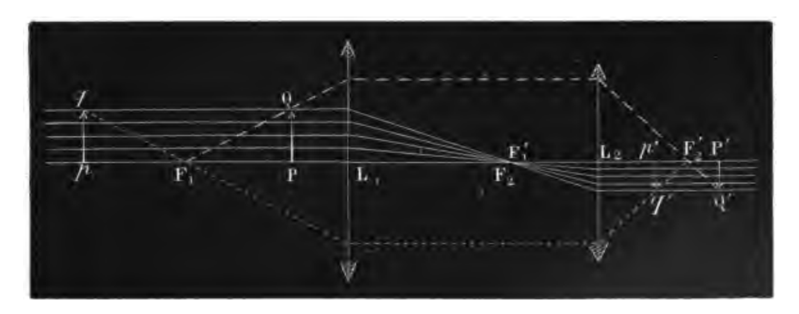


Fig. 296

Si $f_1+f_2-e=0$, on a

$$\frac{I}{O}=-\frac{e-f_1}{f_1}=-\frac{f_2}{f_1},$$

relation évidente sur les figures ci-jointes.

(¹) Sauf dans le cas où il est parallèle à l'axe, le faisceau change en outre de direction.

La grandeur de l'image est invariable, quelle que soit la distance de l'objet.

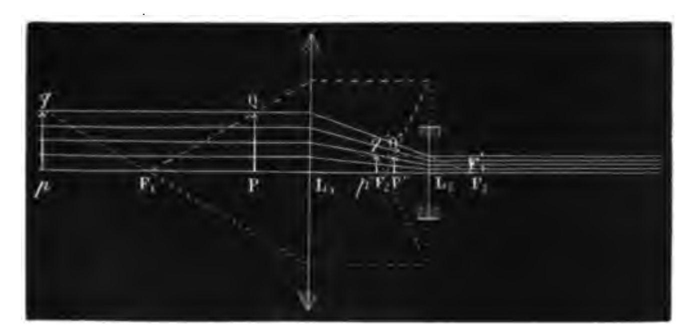


Fig. 297

Lentille équivalente. — Géométriquement, quelque complexe que soit un système optique, il peut être remplacé par une lentille unique, ayant mêmes points cardinaux; car la marche d'un rayon dans les milieux extrêmes ne sera pas affectée par cette substitution.

Supposons le système placé dans l'air. La détermination de la lentille équivalente revient à la résolution des quatre équations

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}-\frac{n-1}{n}\frac{e}{RR'}\right),$$

$$\delta=e-h-h',$$

$$h=e\frac{R}{n(R+R')-(n-1)e},$$

$$h'=e\frac{R'}{n(R+R')-(n-1)e},$$

dans lesquelles f et δ sont donnés et qui contiennent six inconnues R, R', n, h, h', e, dont deux, par conséquent, restent arbitraires.

Physiquement, la substitution d'une lentille unique à un système complexe est le plus souvent irréalisable, parce que 1° la position des surfaces extrêmes n'est pas indifférente; 2° les ouvertures n'étant pas infiniment petites, il faut tenir compte de l'aberration de sphéricité que des combinaisons convenables de lentilles permettent d'atténuer.

429. Détermination expérimentale des éléments caractéristiques d'un système optique. — *Mesure de la puissance d'une lentille mince.* — Une lentille infiniment mince est définie par sa puissance ou par sa distance focale.

On appelle focomètres (*focus*, foyer; *metrum*, mesure) ou phakomètre (φακὸς, lentille; μέτρον, mesure) les appareils servant à mesurer la distance focale principale *f*.

Le *focomètre de Silbermann* repose sur ce principe qu'une lentille convergente donne d'un objet placé à une distance 2*f* une image égale à l'objet, réelle, renversée, et située de l'autre côté de la lentille à la même distance 2*f*. La lentille convergente L, dont on veut mesurer la distance focale, s'introduit dans une bague disposée à l'extrémité d'un pied mobile le long d'une règle graduée. Sur la même règle peut glisser un deuxième pied mobile, que surmonte un demi-disque D′ en matière translucide (ivoire ou verre dépoli), présentant une division millimétrique et recevant la lumière d'une lampe par une lentille A. De l'autre côté de la lentille L, en face du zéro de la règle, est installé un système semblable, composé

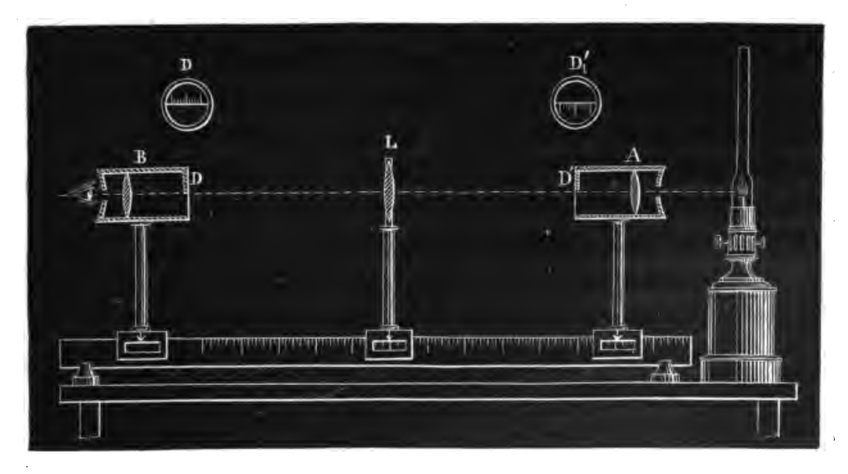


Fig. 298

d'un demi-disque identique D et d'une loupe B, que l'on ajuste d'abord de façon à voir nettement la division tracée en D. Puis on déplace à la fois les pièces D′ et L, en maintenant toujours D′L = LD, jusqu'à ce que l'image du demi-disque D′ (image qui

présente l'aspect D'_1) venant se placer au-dessous du demi-disque D [1], les traits D'_1 forment le prolongement exact des traits D. La distance DD' est alors égale à $4f$, ou plus exactement à $4f+\delta$, δ désignant l'interstice qui, dans une lentille peu épaisse, est, nous le savons, sensiblement égal au tiers de l'épaisseur de la lentille.

Comme il est assez difficile pour l'opérateur de maintenir les deux demi-disques à égale distance de la lentille, Soleil ajouta à l'instrument un pignon et deux crémaillères, qui font mouvoir également les deux supports extrêmes de part et d'autre de la lentille restant fixe.

Deux rubans en acier, minces et flexibles, attachés d'un côté à l'objet et à l'écran, de l'autre à une glissière mobile le long du pied de l'appareil, remplissent le même office dans le *phakomètre de Snellen*, qui se distingue par l'adjonction de deux lentilles convergentes placées symétriquement par rapport à la lentille en étude pour augmenter la convergence. La règle porte une échelle divisée empiriquement en dioptries et donnant la puissance cherchée indépendamment de celle des lentilles supplémentaires.

Ces appareils ne permettent pas de mesurer directement la distance focale d'une lentille divergente. Mais, en associant la lentille divergente à une lentille convergente convenable, on forme un système dont on peut déterminer la puissance ; et comme la puissance de deux lentilles infiniment minces accolées est égale à la somme des puissances algébriques des deux lentilles, on en conclut la puissance, et par suite la distance focale de la lentille divergente.

Si $\bar{f}$ est la distance focale de la lentille divergente, prise en valeur absolue,
f' la distance focale de la lentille convergente auxiliaire,
φ la distance focale du système formé par les deux lentilles accolées,

on a

$$\frac{1}{\varphi}=\frac{1}{f'}-\frac{1}{\bar{f}},$$

d'où

$$\bar{f}=\frac{f'\varphi}{f'-\varphi}.$$

[1] L'image de D' est bien dans le plan de D si, en déplaçant un peu l'œil devant l'oculaire, on ne constate aucun déplacement de cette image par rapport à D.

Les opticiens évaluent couramment la puissance des lentilles et en particulier des verres de besicles, aussi bien divergents que convergents, au moyen de leur *boîte d'optique*, qui renferme une série de verres de puissances graduées, positives et négatives. Pour mesurer la puissance d'une lentille, il suffit de chercher dans la boîte le verre qui, superposé à la lentille, la neutralise. On reconnaît cette neutralisation à ce que les images des objets vus à travers le système complexe ne se déplacent pas quand on déplace celui-ci. Le numéro du verre de la boîte, pris en signe contraire, représente la puissance de la lentille proposée.

Détermination des éléments principaux d'un système optique. — Un système optique est défini par ses quatre points cardinaux : les deux foyers principaux et les deux points principaux (qui se confondent avec les deux points nodaux pour un système dont les faces extrêmes sont en contact avec un même milieu). Ce sont ces quatre points dont il s'agit de trouver la position sur l'axe principal du système, les conditions théoriques d'aplanétisme et d'achromatisme étant supposées satisfaites (1).

Le procédé le plus simple (2) et auquel M. Cornu (3) a donné une forme très précise, peut se formuler ainsi : *a*) déterminer la position des foyers principaux F, F′, par l'observation du point où viennent converger les rayons émanant d'un objet situé à l'infini, vers lequel on tourne successivement les deux faces du système; *b*) placer un objet à une distance ϖ de l'un des foyers principaux et observer la distance ϖ' de l'image à l'autre foyer principal : le produit $\varpi\varpi'$ est égal au carré f^2 de la distance focale principale. En portant cette longueur à partir de F et de F′, dans le sens convenable, on obtient les points principaux H, H′.

a) La première détermination s'effectue aisément si l'on dispose d'une mire assez éloignée pour qu'on puisse la considérer comme située à l'infini, ou d'un collimateur bien réglé. M. Cornu préfère

(1) Si le système n'est pas aplanétique, on en réduira l'ouverture avec un diaphragme convenable, de façon à faire disparaître l'aberration de sphéricité. S'il n'est pas achromatique, on opérera avec une lumière homogène (l'interposition d'un verre coloré suffit habituellement).

(2) Nous supposons le système placé dans l'air. Trois conditions, dont un grossissement, suffisent alors à le déterminer.

(3) Cornu, *Journal de physique*, VI, 276 et 308; 1877.

viser un objet se trouvant à une distance un peu grande et approximativement connue ϖ_1 : la distance de l'image au foyer principal étant $\varpi'_1 = \frac{f}{m}$ si $\varpi_1 = mf$, la quantité ϖ'_1 dont il faudra corriger la position de l'image pour avoir celle du foyer principal se calculera avec une exactitude suffisante dès que m sera assez grand, quand bien même il ne serait qu'imparfaitement connu ([1]).

b) Les mesures de ϖ et de ϖ' doivent être faites avec toute la précision possible. Si, en effet, on commet sur ϖ une erreur $\delta\varpi$ et sur ϖ' une erreur $\delta\varpi'$, il en résulte pour f une erreur δf définie par l'équation

$$(f+\delta f)^2 = (\varpi+\delta\varpi)(\varpi'+\delta\varpi'),$$

ou approximativement

$$2f\delta f = \varpi'\delta\varpi + \varpi\delta\varpi',$$

ou

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta\varpi}{\varpi} + \frac{\delta\varpi'}{\varpi'}\right)$$

En d'autres termes, l'erreur relative commise sur la distance focale est la moyenne des erreurs relatives commises sur les distances ϖ et ϖ' de l'objet et de son image.

Les erreurs absolues $\delta\varpi$ et $\delta\varpi'$ sont du même ordre de grandeur que l'erreur $\delta\lambda$ afférente à la détermination des foyers ; on peut donc poser

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{\delta\lambda}{2}\,\frac{\varpi+\varpi'}{\varpi\varpi'}.$$

L'erreur relative sera minima si les distances ϖ et ϖ' sont égales entre elles. Il en est ainsi dans le focomètre de Silbermann, où $\varpi = \varpi' = f$; mais, outre que l'instrument n'est pas très précis, cette disposition exige un développement souvent inadmissible (le quadruple de la distance focale).

M. Cornu a trouvé plus pratique et plus exact d'attribuer à ϖ et ϖ' deux valeurs pour ainsi dire égales et contraires à celles de Silbermann, en choisissant deux points très voisins des points principaux, savoir le sommet de l'une ou de l'autre des deux surfaces

([1]) La position du foyer exactement fixée, on pourra inversement se servir du système pour régler un collimateur.

extérieures du système optique donné et son image vue à travers la surface opposée.

Sur le milieu de l'une des surfaces, il trace à l'encre de Chine un petit trait S, et il mesure (par un moyen qui sera indiqué plus



Fig. 299

loin) la distance ε' de l'image Σ' du trait regardé à travers l'autre face au sommet S' de cette deuxième face, qu'il a marqué également d'un petit trait. Comme il a mesuré préalablement les distances des foyers principaux F et F' aux surfaces voisines, c'est-à-dire $FS = d$ et $F'S' = d'$, l'équation

$$d(d' + \varepsilon') = f^2$$

lui permet de calculer la distance focale principale f.

Le système étant retourné, il observe S', c'est-à-dire son image Σ, à travers la surface S, et il mesure la distance $S\Sigma = \varepsilon$, ce qui le conduit à une nouvelle équation

$$d'(d + \varepsilon) = f^2$$

déterminant aussi f; d'où une vérification précieuse.

Pour mesurer ε et ε', M. Cornu monte le système proposé, convenablement diaphragmé et bien centré dans le tube TT', sur un petit

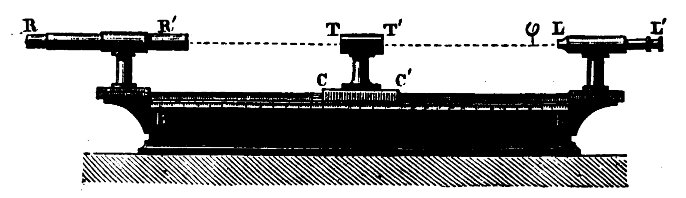


Fig. 300

chariot CC' mobile le long d'un banc divisé BB', à l'une des extrémités duquel est fixé un microscope à long foyer LL', muni d'un

réticule et d'un oculaire positif définissant avec précision le plan de visée φ (¹). Il fait glisser le chariot de façon à amener successivement dans le plan de visée le trait de la surface S' et l'image Σ' du trait S; la différence des lectures sur l'échelle dans les deux positions du chariot donne la longueur ε'.

L'expérience complète, avec les vérifications, comporte six observations :

1° On dirige l'axe optique principal de l'appareil sur un objet situé à une distance connue approximativement et égale à plusieurs centaines de fois la distance focale du système étudié, et l'on déplace le chariot jusqu'à ce que l'image de cet objet vienne se faire exactement dans le plan de visée du microscope (²); on lit la position du chariot sur le banc : soit z'_0 cette lecture.

2° On rapproche le chariot jusqu'à ce que le point tracé sur la surface la plus voisine soit perçu nettement dans le microscope; on lit la nouvelle position de l'index z'_1.

3° On rapproche encore davantage le chariot jusqu'à voir distinctement dans le microscope le point marqué sur la surface opposée du système; soit z'_2 la troisième position de l'index.

Si l'objet visé est suffisamment éloigné, on a immédiatement

$$d' = z'_1 - z, \qquad d' + \varepsilon' = z'_2 - z'_0;$$

sinon, on corrige la lecture z'_0 de la quantité indiquée plus haut, et les formules restent les mêmes.

4°, 5° et 6° On retourne le système optique bout pour bout et l'on fait les trois lectures analogues z_0, z_1, z_2. On a alors

$$d = z_1 - z_0 \qquad d + \varepsilon = z_2 - z.$$

On en conclut

$$f^2 = (z_1 - z_0)(z'_2 - z'_0) = (z'_1 - z'_0)(z_2 - z_0) \text{ (³)}.$$

(¹) A l'autre extrémité du banc est un collimateur RR' remplaçant pour les mesures rapides un objet à l'infini et pouvant d'ailleurs s'enlever au besoin.

(²) Si le système à étudier est divergent, on pourra se trouver obligé de remplacer le microscope par une lunette astronomique, que l'on prendra à long tirage (de façon que la distance de l'image à l'objectif reste supérieure à celle de l'objet) et à large objectif (pour que le cône des rayons venant d'un point de l'objet ne soit pas trop aigu), afin de conserver une précision suffisante.

(³) Comme contrôle, on pourra mesurer l'interstice δ en visant au microscope l'image aérienne d'un micromètre (image réelle fournie par une lentille convergente), directement d'abord, puis à travers le système que l'on déplacera

D'autres procédés ont été parfois employés pour obtenir les éléments d'un système optique.

M. von Helmholtz [1] a déterminé les points cardinaux du cristallin de l'homme en mesurant, au moyen de son ophtalmomètre [2], les largeurs σ et σ_1 des images d'une fente lumineuse de largeur s, placée successivement aux distances d et d_1 de la face antérieure de la lentille.

On avait en effet

$$\frac{\sigma}{s+\sigma}=\frac{f}{d+h}, \quad \frac{\sigma_1}{s+\sigma_1}=\frac{f}{d_1+h},$$

d'où

$$f=(d_1-d)\frac{\sigma\sigma_1}{s(\sigma-\sigma_1)},$$

et

$$h=\frac{d_1\sigma_1(s+\sigma)-d\sigma(s+\sigma_1)}{s(\sigma-\sigma_1)}.$$

En retournant le cristallin, on obtenait de même f à nouveau et h'.

Il a trouvé comme moyennes de plusieurs mesures ainsi effectuées, $f=46^{mm}$, $h=2^{mm},5$, $h'=1^{mm},5$; l'épaisseur du cristallin étant au plus $4^{mm},3$, on voit que l'interstice δ ne dépasse pas $0^{mm},3$. Le cristallin isolé, placé dans l'air, se comporte donc très sensiblement comme une lentille infiniment mince, de longueur focale $f=46^{mm}$.

en même temps que le microscope jusqu'à ce que l'image ait repris sa grandeur primitive : elle sera alors dans le premier plan principal du système, et le plan de visée du microscope dans le deuxième plan principal; le déplacement du microscope donne donc immédiatement δ (SENTIS, *Journal de physique*, (2), VIII, 283, 1889).

(1) HELMHOLTZ, *Optique physiologique*, traduction Javal et Klein, p. 105. Paris, Masson; 1867. (Cette 1re partie a paru, en allemand, en 1856.)

(2) L'*ophtalmomètre* consiste essentiellement en une lunette, disposée pour voir à de petites distances, et devant l'objectif de laquelle sont placées deux lames de verre, identiques, masquant chacune l'une des moitiés de l'objectif. Quand les deux lames sont dans un même plan normal à l'axe optique de la lunette, on ne voit qu'une seule image de l'objet observé. Mais si l'on incline les deux lames de quantités égales en sens contraire, l'image se dédouble et l'on peut calculer l'écartement des deux images d'après l'angle i formé par les lames avec l'axe (cet écartement est le double du déplacement déterminé p. 404). Si l'on amène au contact les bords opposés des deux images, la largeur de chacune d'elles, étant égale à leur écartement, sera dès lors connue (HELMHOLTZ, *loc. cit.*, p. 11).

430. Aberrations. — *Cas d'une surface sphérique.* — Considérons d'abord le cas d'une surface sphérique. On a (fig. 273)

$$\frac{\sin i}{\sin \omega}=\frac{p_1+R}{MP_1}, \qquad \frac{\sin r}{\sin \omega}=\frac{p_2-R}{MP_2},$$

d'où

$$\frac{p_1+R}{p_2-R}=n\frac{MP_1}{MP_2}.$$

Soit y la longueur de la perpendiculaire abaissée du point M sur l'axe OA,

$$MP_1=\sqrt{y^2+(p_1+R-\sqrt{R^2-y^2})^2}.$$

Nous avons jusqu'ici supposé $MP_1=p_1+R$. Nous effectuerons maintenant le calcul en tenant compte des termes en y^2, mais en négligeant les termes supérieurs. A ce degré d'approximation, qui convient à une ouverture modérée de la surface sphérique,

$$MP_1=p_1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{p_1}\right)y^2,$$

et de même

$$MP_2=p_2-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{p_2}\right)y^2.$$

On a donc

$$\frac{p_1+R}{p_2-R}=n\frac{p_1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{p_1}\right)y^2}{p_2-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{p_2}\right)y^2}$$

ou

$$\frac{\frac{1}{R}+\frac{1}{p_1}}{\frac{1}{R}-\frac{1}{p_2}}=n\frac{1+\frac{1}{2}\frac{1}{p_1}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{p_1}\right)y^2}{1-\frac{1}{2}\frac{1}{p_2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{p_2}\right)y^2},$$

ou, en posant, avec Herschell (¹), $\frac{1}{p_1}=\pi_1$, $\frac{1}{p_2}=\pi_2$, $\frac{1}{R}=\varkappa$, $\frac{1}{n}=\nu$ (²),

$$\frac{\varkappa-\pi_2}{\varkappa+\pi_1}=\nu\frac{1-\frac{1}{2}\pi_2(\varkappa-\pi_2)y^2}{1+\frac{1}{2}\pi_1(\varkappa+\pi_1)y^2},$$

(¹) J. F. W. HERSCHELL, *Phil. Trans.*, CXI; 1821.

(²) $\varkappa$ est la courbure de la surface, π_1 se nomme la proximité du point lumineux, π_2 la proximité de l'image.

et, par suite, en se bornant toujours aux termes en y^2,

$$x - \pi_2 = \nu(x + \pi_1) - \frac{1}{2}\nu(x + \pi_1)\left[\pi_2(x - \pi_2) + \pi_1(x + \pi_1\right] y^2.$$

Au même degré d'approximation, on peut remplacer dans la parenthèse π_2 par la valeur qui convient aux rayons centraux,

$$(\pi_2)_c = (1 - \nu)x - \nu\pi_1$$

ce qui donne

$$\pi_2 = (1 - \nu)x - \nu\pi_1 + \frac{1}{2}\nu(1 - \nu)(x + \pi_1)^2[\nu x + (1 + \nu)\pi_1]y^2. \quad (1)$$

Si nous posons, pour abréger,

$$A = (1 - \nu)x - \nu\pi_1,$$
$$B = \frac{1}{2}\nu(1 - \nu)(x + \pi_1)^2[\nu x + (1 + \nu)\pi_1],$$

nous aurons

$$\pi_2 = A + By^2$$

et par conséquent

$$p_2 = \frac{1}{A} - \frac{B}{A^2}y^2.$$

Si n est plus grand que 1, les rayons marginaux rencontrent l'axe plus près de la surface que les rayons centraux $\left(\text{pour lesquels } y = 0,\ (p_2)_c = \frac{1}{A}\right)$ (¹); l'aberration longitudinale est

$$\lambda = \frac{B}{A^2}y^2.$$

L'aberration transversale est

$$\rho = \frac{B}{A}y^3 \text{ (²)}.$$

Ces valeurs s'annulent pour $p = -R$ et $p = -(n + 1)R$: l'aberration est alors nulle, non seulement aux termes en y^2 près, mais

(¹) On le voit très bien avec une grande lentille plan-convexe, dont la face plane est recouverte par un diaphragme percé de quatre trous, deux centraux et deux marginaux.

(²) Ces valeurs sont immédiatement applicables aux miroirs sphériques, la réflexion n'étant pour l'algèbre qu'un cas particulier de la réfraction ($n = -1$).

d'une façon absolue, comme on le reconnaîtra sans peine ([1]). On vérifiera aussi aisément que dans ces deux cas particuliers se trouve remplie la condition à laquelle une surface doit satisfaire pour être aplanétique par réfraction.

Condition de l'aplanétisme. — Si une surface fait converger en un seul point P_2 tous les rayons émanés d'un point P_1, elle est évidemment de révolution autour de P_1P_2 : il suffit donc de déterminer la courbe méridienne AB. Tous les rayons, qui vont de P_1 en P_2 par AB, effectuent cette route dans le temps minimum

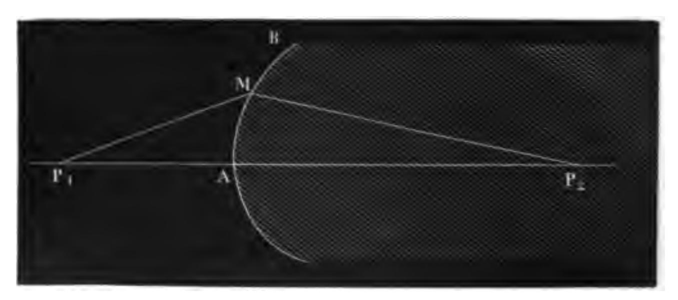


Fig. 301

d'après la règle de Fermat (**422**), et par conséquent dans le même temps, quel que soit le point M où ils pénètrent dans le deuxième milieu. La condition de l'aplanétisme est donc

$$\frac{P_1M}{v_1} + \frac{P_2M}{v_2} = C^{te},$$

v_1 et v_2 étant les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux, vitesses dont le rapport est égal à l'indice de réfraction du deuxième milieu par rapport au premier,

$$\frac{v_1}{v_2} = n.$$

Si donc nous posons

$$P_1M = \rho_1, \qquad P_2M = \rho_2,$$

nous aurons pour l'équation de la méridienne AB

$$\rho_1 + n\rho_2 = C^{te},$$

([1]) Dans le premier cas (le point lumineux est au centre), $p' = R$; dans le deuxième, $p' = \frac{n+1}{n} R$.

laquelle représente un nombre infini de courbes qui sont toutes des ovales de Descartes ([1]), les rayons ρ_1 et ρ_2 étant de même signe si les foyers sont de même nature (tous les deux réels ou tous les deux virtuels), et de signe contraire si les foyers sont de nature différente (l'un réel, l'autre virtuel).

Quand les rayons incidents sont parallèles, les distances ρ_1 doivent être comptées à partir d'un plan quelconque perpendiculaire à leur direction. Appelant u les distances ainsi comptées, nous aurons

$$u + n\rho_2 = C^{te};$$

et, comme l'origine des distances u est arbitraire, nous pouvons faire la constante égale à zéro, ce qui donne

$$u + n\rho_2 = 0:$$

n étant toujours supposé plus grand que 1, cette équation représente une ellipse rapportée au point F et à une droite DE telle que

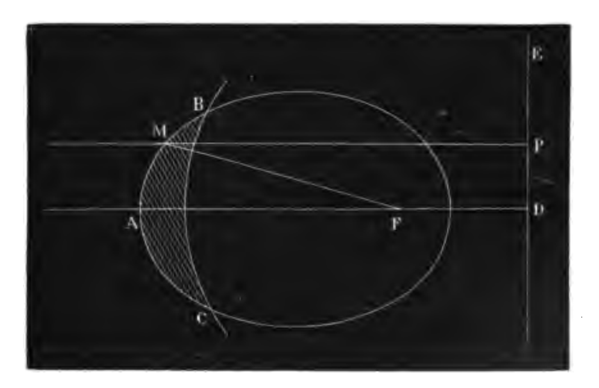


Fig. 302

$\frac{FM}{PM} = n$, ou plutôt une infinité d'ellipses, ayant toutes même excentricité ([2]), égale à n.

Si l'on adjoignait à l'une de ces ellipses une sphère ayant son

([1]) L'hypothèse $n = -1$ redonne les coniques trouvées pour les miroirs (p. 380, note).

([2]) On sait que le rapport des distances d'un point d'une ellipse au foyer et à la directrice est égal à l'excentricité $\frac{c}{a}$.

centre en F, on formerait une lentille ABC qui serait rigoureusement aplanétique pour un faisceau de rayons parallèles. Il suffirait donc d'augmenter convenablement la courbure de la face convexe d'un ménisque convergent à surfaces sphériques, pour avoir un système qui, recevant sur sa face rendue elliptique un plein faisceau de rayons parallèles, ferait converger tous ces rayons en un point unique.

En combinant de même les deux cas où la sphère est aplanétique, on formera une lentille aplanétique, mais à image virtuelle. Toutefois, cette combinaison ayant pour effet de diminuer l'angle

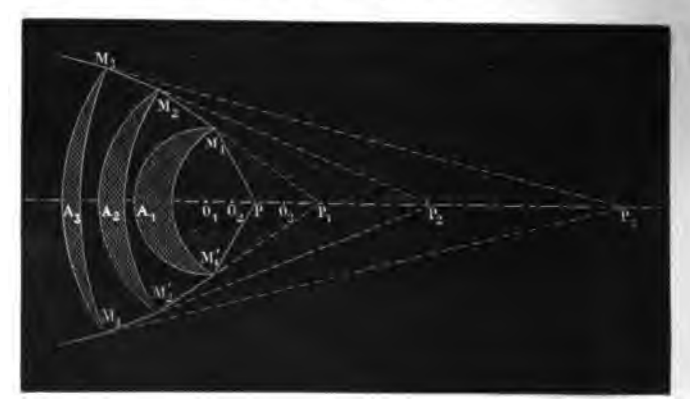


Fig. 3o3

du faisceau permettra de présenter finalement à une dernière lentille un faisceau assez étroit pour que l'aberration soit très faible. La figure 3o3 montre comment avec trois ménisques convergents aplanétiques on peut réduire à 3o° une ouverture qui était de 120° au début [1].

Cas de deux surfaces sphériques. — Revenons au cas général, et supposons le deuxième milieu séparé d'un troisième par une

[1] Les lentilles sont supposées toutes les trois en verre d'indice $\frac{3}{2}$. La face A_1 ayant un rayon de 10mm, le point lumineux est placé en P à une distance $A_1P = \frac{5}{3}.10$, et les rayons entrent dans le verre par la surface sphérique $M_1M'_1$ ayant son centre en P : l'image se forme en P_1 à la distance $A_1P_1 = \frac{5}{2}.10$; et si l'angle $M_1PM'_1 = 120°$, $M_1P_1M'_1 = 70°$. De même, le ménisque $A_2M_2M'_2$ abaisse l'angle du faisceau à 45°, et le ménisque $A_3M_3M'_3$ à 3o°.

deuxième surface sphérique, de façon à constituer une lentille ; la nouvelle réfraction est représentée par l'équation

$$\pi_3 = -(1-\nu')x' + \nu'\pi_2' - \frac{1}{2}\nu'(1-\nu')(x'+\pi_2')^2[\nu'x' + (1+\nu')\pi_2']y^2, \quad (2)$$

l'épaisseur de verre traversée par le rayon marginal étant supposée négligeable, de sorte que $y' = y$. Dans cette équation, π_2' est l'in-

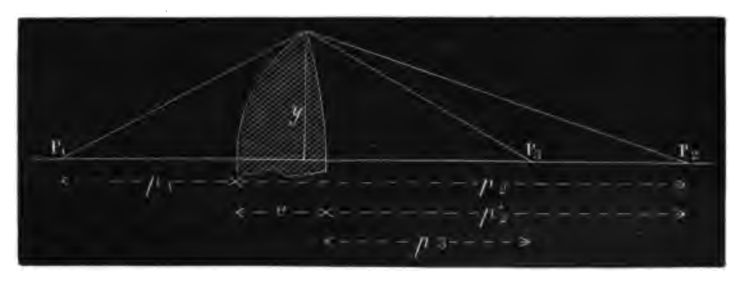


Fig. 304

verse de la longueur p_2' comptée à partir du pôle de la deuxième surface. Si donc nous représentons par e l'épaisseur de la lentille, quantité de l'ordre de y^2 et exprimée, au degré d'approximation où nous nous sommes placé, par

$$e = \frac{1}{2}(x + x')y^2,$$

nous avons

$$p_2' = p_2 - e$$

et par suite

$$\pi_2' = \pi_2 + \pi_2^2 e,$$

c'est-à-dire

$$- \nu)x - \nu\pi_1 + \left\{ \frac{1}{2}\nu(1-\nu)(x+\pi_1)^2[\nu x + (1+\nu)\pi_1] + \frac{1}{2}[(1-\nu)x - \nu\pi_1]^2(x+x') \right\} y^2. \quad (1)'$$

Les équations (1)' et (2) permettront, dans tous les cas, de déterminer la position du foyer des rayons marginaux, et, par suite, de calculer les aberrations, le foyer des rayons centraux étant donné par les termes indépendants de y^2 des équations (1) et (2).

Considérons le cas d'une lentille ordinaire pour laquelle $\nu' = \frac{1}{\nu}$, et cherchons les aberrations principales.

Alors

$$\pi_1 = 0.$$

Par suite,

$$\pi'_2 = (1-\nu)x + \frac{1}{2}(1-\nu)x^2\left[\nu^2 x + (1-\nu)(x+x')\right]y^2.$$

Soit f la valeur correspondante de p_3. Nous avons, en remplaçant π'_2 par $(1-\nu)x$ dans le coefficient de y^2 et après quelques réductions évidentes,

$$\frac{1}{f} = \frac{1-\nu}{\nu}(x+x') + \frac{(1-\nu)^2}{\nu}x^2 e + \frac{1-\nu}{\nu^3}\left[x'^2 + (2-2\nu-\nu^2)xx' + (1-2\nu+2\nu^3)x^2\right]e.$$

Mais si $\frac{1}{f} = a + be$, en négligeant les puissances supérieures de e, on a : $f = \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2}e$. Donc

$$f = \frac{\nu}{1-\nu}\frac{1}{x+x'} - \nu\frac{x^2}{(x+x')^2}e - \frac{1}{\nu(1-\nu)(x+x')^2}\left[x'^2 + (2-2\nu-\nu^2)xx' + (1-2\nu+2\nu^3)x^2\right]$$

Les deux premiers termes de cette expression représentent la valeur de f pour les rayons centraux [1]

$$(f)_c = \frac{\nu}{1-\nu}\frac{1}{x+x'} - \nu\frac{x^2}{(x+x')^2}e.$$

[1] Le foyer des rayons centraux dans une lentille épaisse est déterminé immédiatement par les deux équations

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{p_2} = \frac{n-1}{R}$$

et

$$\frac{1}{p_3} - \frac{n}{p_2 - e} = \frac{n-1}{R'},$$

ou, avec la notation d'Herschell,

$$\nu\pi_1 + \pi_2 = (1-\nu)x$$
$$\nu\pi_3 - \pi_2(1+\pi_2 e) = (1-\nu)x'.$$

Si les rayons incidents sont parallèles, $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = (1-\nu)x$, et l'on a

$$\frac{1}{(f)_c} = \frac{1-\nu}{\nu}(x+x') + \frac{(1-\nu)^2}{\nu}x^2 e.$$

Cette équation donne la valeur de $(f)_c$ indiquée dans le texte.

L'aberration longitudinale principale est donc

$$\lambda = \frac{1}{\nu(1-\nu)(x+x')^2}\left[(x+x')^2 - \nu(2+\nu)xx' - 2\nu(1-\nu^2)x^2\right]e.$$

Toutes choses égales d'ailleurs, elle est proportionnelle à l'épaisseur, suivant l'approximation adoptée, ou proportionnelle à $\frac{y^2}{f}$,

$$\lambda = m\frac{y^2}{f}.$$

Elle ne s'annulerait que pour une valeur de $\nu > 4$, valeur physiquement inadmissible, aucun corps n'ayant un indice par rapport à l'air $< \frac{1}{4}$. Mais on peut, dans chaque cas particulier, la rendre minimum. La distance focale étant choisie, la quantité $x+x'$ peut être regardée comme constante, le minimum de λ correspondra donc au maximum de

$$\nu(2+\nu)xx' + 2\nu(1-\nu^2)x^2,$$

c'est-à-dire au maximum de

$$\left[(2+\nu)x' + 2(1-\nu^2)x\right]\left[\nu x(1+2\nu)\right],$$

la multiplication par le coefficient constant $(1+2\nu)$ étant évidemment permise. Mais nous avons alors un produit de deux facteurs dont la somme est constante, et dont, par conséquent, le maximum est atteint quand ces deux facteurs sont égaux, ce qui donne

$$\frac{x'}{x} = \frac{4\nu^2+\nu-2}{\nu+2}:$$

tel devra être le rapport entre les deux courbures pour que l'aberration soit minimum.

Ramenée à la notation ordinaire,

$$\frac{1}{(f)_c} = (n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{1}{R^2}e,$$

elle se prête aisément au calcul de la deuxième distance focale principale (comptée à partir du pôle de la face d'émergence, c'est-à-dire $f-h'$ avec les notations employées plus haut).

Si nous supposons $n=\frac{3}{2}$, nous trouvons $\frac{x'}{x}=\frac{1}{6}$.

Ainsi, pour obtenir la plus petite aberration, il faudra donner à la deuxième face de la lentille un rayon sextuple de celui que l'on aura attribué à la première face. La lentille pourra d'ailleurs être biconvexe ou biconcave, la face la plus courbe étant, en tous cas, tournée vers les rayons incidents. Les formules précédentes montrent que la distance focale f de la lentille sera alors égale aux $\frac{2}{7}$ du plus grand rayon, et que l'aberration est $\lambda=1,08\,e$.

Si l'on retourne cette lentille de manière à exposer la face la moins courbe aux rayons incidents, l'aberration devient plus de trois fois plus considérable ($\lambda=3,5\,e$).

Dans la lentille à rayons égaux, $\lambda=1,67\,e$.

Une lentille plan-sphérique, dont la face courbe est dirigée vers la lumière incidente, a une aberration à peine supérieure au minimum ($\lambda=1,17\,e$) : aussi, comme elle est d'une construction facile, les opticiens l'emploient-ils fréquemment [1]. Mais il faudrait se garder de présenter la face plane aux rayons incidents, car l'aberration deviendrait énorme ($\lambda=4,5\,e$).

L'aberration latérale ρ est très sensiblement égale à l'aberration longitudinale λ multipliée par la *raison d'ouverture* $\frac{y}{f}$; on a donc

$$\rho=m\frac{y^3}{f^2}.$$

Mais il faut remarquer que le centre du cercle d'aberration reçoit beaucoup plus de lumière que les bords [2]. La caustique forme autour de l'axe une véritable pointe ayant son sommet au foyer. Plus la pointe s'effile, plus se marque la *pénétration du foyer,* qui n'est autre chose pour une lentille que la propriété de donner dans des plans différents des images suffisamment nettes d'un même point : par suite, les images de points situés à des profondeurs différentes dans l'objet pourront se voir avec une égale netteté.

Combinaisons de lentilles. — S'il n'est généralement pas possible de supprimer l'aberration d'une lentille de verre à faces sphé-

[1] Ce serait la forme la plus avantageuse avec un verre d'indice 1,6861.

[2] Nous ne parlons qu'au point de vue géométrique, aussi incomplet pour les lentilles que pour les miroirs.

riques, on peut obtenir l'aplanétisme, relativement aux termes en y^2, par l'emploi de deux ou de plusieurs lentilles. Par exemple, avec

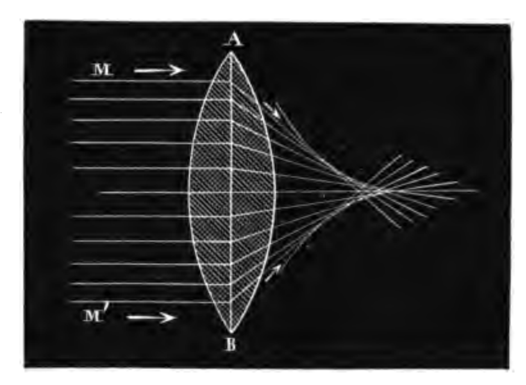


Fig. 305

deux lentilles d'indices déterminés, les courbures de trois des surfaces étant données, on pourra toujours établir la courbure de la quatrième, de façon à annuler l'aberration de sphéricité pour les ouvertures modérées.

Projecteur Mangin. — De même on peut, en se bornant toujours

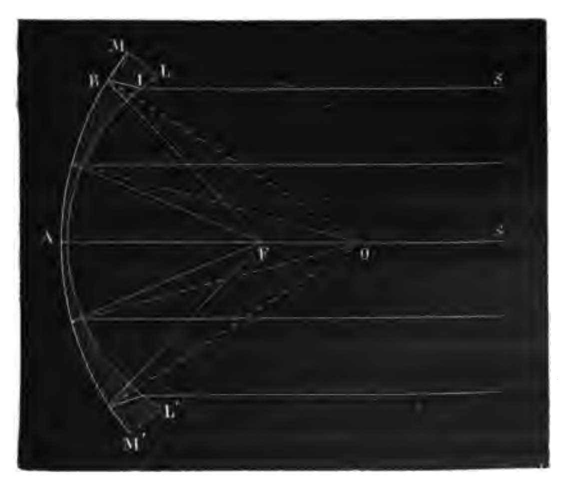


Fig. 306

aux ouvertures modérées, compenser l'aberration d'un miroir par celle d'une lentille. C'est ce qu'a fait le colonel Mangin dans son projecteur, où il a réuni le miroir et la lentille sous la forme d'un mé-

nisque divergent en crown MLM'L' argenté sur sa face MM'. Il a calculé le rapport qui doit exister entre les rayons de courbure des deux faces, en fonction de l'indice de réfraction, pour que les rayons incidents parallèles à l'axe, SI, d'abord réfractés en pénétrant par la face concave LL', puis réfléchis par le miroir concave MM', sortent définitivement suivant des directions RF normales à la surface LL', en convergeant vers le centre F de cette surface, centre qui sera le foyer principal du système (¹). Dès lors, si l'on place un point lumineux en F, les rayons incidents traverseront normalement la face LL', se réfléchiront sur la face argentée MM' et se réfracteront à la sortie dans une direction parallèle à l'axe. Effectivement le faisceau émis est presque exactement parallèle. Dans l'opération grandiose effectuée en 1879, sous les ordres des généraux Perrier et Ibañez, pour la jonction géodésique de l'Algérie avec l'Espagne, on a pu observer les signaux envoyés par un projecteur Mangin distant de 300 kilomètres.

Lentilles à échelons de Fresnel. — Les phares ont toujours réclamé le moyen d'envoyer dans une direction déterminée la plus grande quantité possible des rayons émanant de la source lumineuse. Les miroirs paraboliques semblent résoudre la question, et ils furent en effet employés dès qu'Argant, par l'invention de la lampe à double courant d'air, eut réalisé un luminaire assez intense et en même temps de volume assez réduit (²). Mais ces miroirs avaient le grave inconvénient d'entraîner une perte notable de lumière (près de moitié). Augustin Fresnel apporta donc aux phares un perfectionnement précieux en remplaçant l'appareil *catoptrique* par un système *dioptrique*, formé de lentilles qui

(¹) Avec du verre ordinaire $\left(n=\frac{3}{2}\right)$ ce rapport serait égal à $\frac{3}{2}$, si les deux surfaces étaient en contact au sommet A.

(²) Le premier appareil de ce genre fut exécuté par Lenoir sous la direction de Borda et installé en 1791 au sommet du phare de Cordouan par l'ingénieur Teulère. « Ce renouvellement du phare de Cordouan fait époque dans l'éclairage des côtes maritimes. D'une part, en effet, les grands réverbères paraboliques à lampes d'Argant projetaient sur l'horizon des faisceaux de lumière d'une intensité très supérieure à l'éclat des réverbères à mèche plate ou des anciens feux de charbon ; et d'un autre côté l'intermittence (appliquée depuis quelques années déjà au phare de Marstrand, en Suède) écartait toute possibilité de confusion avec d'autres amers nocturnes » (LÉONOR FRESNEL, dans *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel*, III, 13. Paris ; 1870).

n'absorbent pas un dixième de la lumière incidente. Pour recueillir cette lumière dans un large espace angulaire et la projeter ensuite dans la direction voulue sans absorption et sans aberration appréciables, Fresnel imagina la *lentille à échelons*, qui

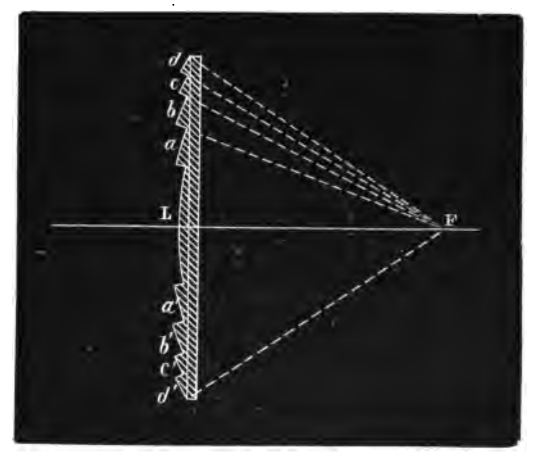


Fig. 307

est constituée par une lentille plan-convexe de faible ouverture, entourée d'une série d'anneaux concentriques dont les surfaces sont calculées de façon que le foyer de chacun d'eux coïncide avec le foyer de la pièce centrale [1]. En ce point Fresnel plaçait le centre de la flamme d'une lampe à mèches concentriques. On y met aujourd'hui avec grand avantage une lampe électrique, dont les rayons sont visibles à de très longues distances. La portée actuelle de nos phares de premier ordre sur la Méditerranée est de

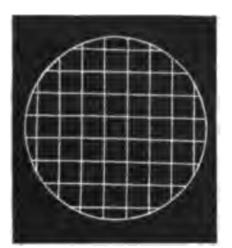
[1] Au mois d'août 1819, Fresnel soumettait à la commission des phares l'épure d'une lentille polyzonale, plan-convexe, à profil échelonné; et, « le 20 juillet 1823, un appareil dioptrique, muni de huit grandes lentilles à échelons, fut installé au sommet du plus beau monument qui, depuis le temps des Ptolémée, ait été consacré au salut des navigateurs; pour la seconde fois, la tour de Cordouan donnait le premier signal d'une heureuse révolution opérée par la science dans l'éclairage des côtes maritimes ». Plus tard, Fresnel compléta son système par l'addition d'anneaux à réflexion totale, ou *catadioptriques*, destinés à recueillir et à renvoyer dans la direction voulue les rayons tombant en dehors du cône limité par la lentille. On peut ainsi utiliser tous les rayons compris dans la demi-sphère antérieure. Avec une lampe électrique, il n'y a pas intérêt à aller au delà, parce qu'une bonne taille des crayons entre lesquels jaillit l'arc permet d'avoir dans la demi-sphère antérieure les 0,90 de la lumière totale.

32,7 milles marins (plus de 60 kilomètres) pendant les quatorze quinzièmes de l'année.

Défaut des grandes images. — Ce que nous avons dit de l'axe principal dans les lentilles convient évidemment à tout axe dont l'inclinaison sur l'axe principal est faible. Mais, dès que cette inclinaison devient un peu considérable, de nouvelles défectuosités apparaissent, comme pour les miroirs.

1° Courbure du champ. — Quand l'image d'un objet plan, perpendiculaire à l'axe, s'écarte notablement de l'axe principal, cette image ne reste pas plane. Par exemple, un objet situé à l'infini en regard de la face plane d'une lentille plan-convexe a son image étalée sur une sphère passant par le foyer principal et concentrique à la face courbe. Notons toutefois qu'un ménisque convergent, dont la face concave, suffisamment diaphragmée, regarde l'objet, peut avoir un champ d'une planéité complète sur une étendue de plus de 15°.

2° Distorsion des images. — Les lignes un peu longues cessent d'être droites : l'image d'un quadrillage ayant son centre sur l'axe et normal à l'axe se resserre par les coins (distorsion en dedans ou en barillet), ou se dilate (distorsion en dehors ou en croissant).



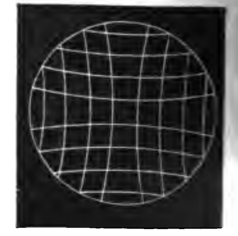


Fig. 308

On ne saurait plus en effet parler de points nodaux, ni de directrices : le conjugué d'un point un peu éloigné de l'axe principal ne peut plus se déterminer au moyen des considérations simples qui nous ont servi jusqu'ici. Toutefois on se rend compte assez facilement de l'espèce d'*aberration de forme* qui se produit alors.

Soit un objet placé en RS entre une lentille convergente, que nous supposerons réduite à un plan OL, et la caustique du

point nodal de l'œil P. D'après le principe du retour inverse des rayons, les tangentes à la caustique passant par les différents points a, b, c... de l'objet viennent aboutir en P; et l'image qui se peint sur la rétine est semblable à la figure que découpent sur le plan de la lentille les *lignes de direction* Pa', Pb', Pc'... Or si l'on suppose $ab = bc$, comme on a

$$\frac{a'b' - ab}{ab} = \frac{mm'}{Mm},$$

et

$$\frac{b'c' - bc}{bc} = \frac{nn'}{Nn},$$

on voit que $b'c'$ sera plus grand que $a'b'$. L'image d'un quadrillage centré normalement sur l'axe prendra donc l'aspect en croissant.

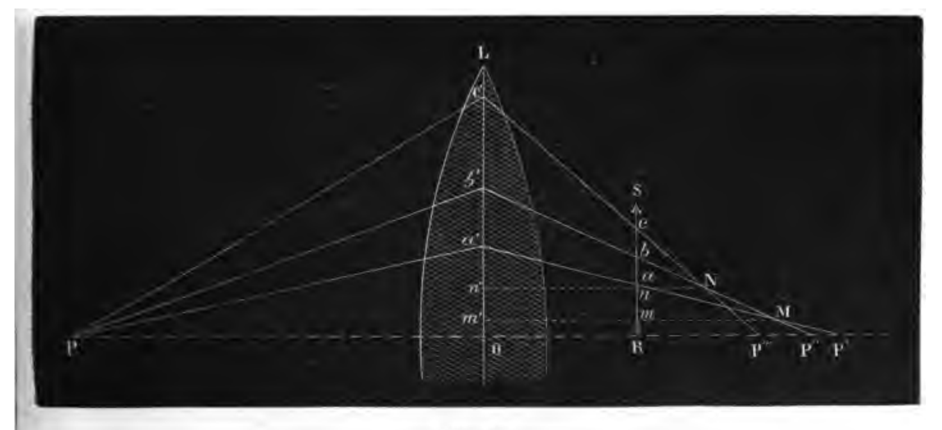


Fig. 309

Il prendrait au contraire l'aspect en barillet s'il se trouvait au delà de la caustique. Les résultats seraient inverses si la caustique était négative.

Le même raisonnement s'appliquerait au cas où l'on recevrait l'image sur un écran.

3° Astigmatisme. — Enfin, pour des rayons très obliques, l'homocentricité disparaît : l'image d'un point situé sur un axe secondaire très incliné n'est plus un point; le faisceau réfracté s'étrangle suivant deux droites rectangulaires placées à des distances différentes. Telle est la défectuosité connue sous le nom d'*astigmatisme*, dé-

fectuosité que nous avons déjà rencontrée à diverses reprises, et qui constitue en effet le cas général, comme nous allons le montrer.

431. Propriétés générales d'un faisceau lumineux. — *Théorème de Malus.* — Au milieu de toutes ces complications, les rayons lumineux obéissent en effet à un théorème énoncé pour la première fois par Malus ([1]) avec certaine restriction fautive, et établi par les efforts combinés de Dupin ([2]), de Quételet ([3]) et de Gergonne ([4]).

Ce théorème célèbre, qui porte tantôt le nom de Malus, tantôt celui de Gergonne, peut se formuler ainsi :

Après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, les rayons, initialement normaux à une même surface, sont encore normaux à une même surface, dite *anticaustique*.

Pour le démontrer ([5]), nous suivrons la méthode géométrique, indiquée par le professeur belge Timmermans ([6]).

Considérons d'abord un faisceau de rayons parallèles SI, S'I',...

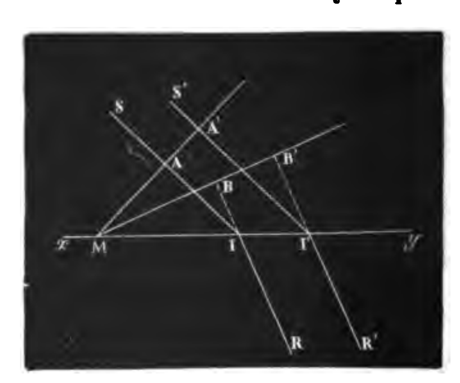


Fig. 310

tombant sur un plan réfringent xy, et appliquons leur la construc-

([1]) Malus, *loc. cit.*
([2]) Dupin, *loc. cit.*
([3]) Quételet, *loc. cit.*
([4]) Gergonne, *loc. cit.*
([5]) On trouvera la démonstration analytique dans le *Traité de calcul différentiel et intégral* de Bertrand (I, 685), ou dans la *Théorie générale des surfaces* de Darboux (II, 275), qui renferme une étude très complète de la question.
([6]) Timmermans, *loc. cit.*

tion d'Huygens (422) : ayant mené le plan MA perpendiculaire aux rayons incidents, des différents points de xy comme centres traçons les sphères IA, I'A', tangentes en A,A'... à ce plan, puis réduisons les rayons de ces sphères dans le rapport de 1 à $\frac{1}{n}$ et conduisons par la droite M, du même côté du plan xy, les plans tangents aux sphères ainsi réduites : ces plans se confondent en un plan unique MB, normal à tous les rayons réfractés.

Cette proposition convient à la réflexion regardée comme une réfraction suivant l'indice — 1, le plan normal aux rayons réfléchis étant alors de l'autre côté du plan xy.

Bornons-nous à la réfraction, et supposons maintenant que la surface dirimante Σ soit quelconque et que les rayons incidents soient normaux à une même surface S. Si l'on prend les rayons

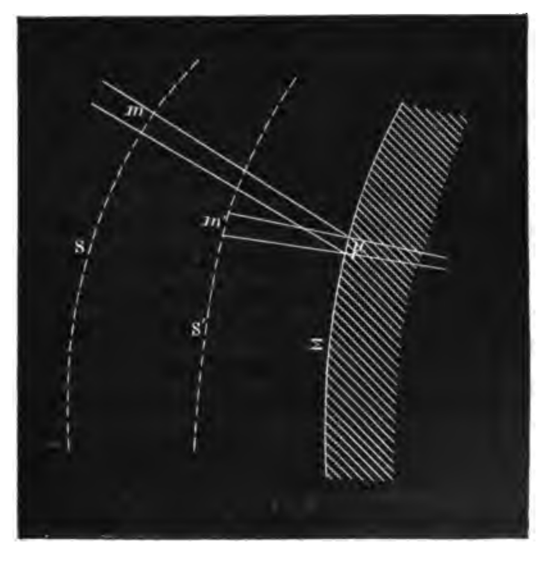


Fig. 311

contenus dans un faisceau infiniment étroit $m\mu$, on pourra appliquer à ces rayons la construction précédente : décrire autour des points de l'élément μ comme centres des sphères tangentes à l'élément m, et ensuite des sphères de rayon réduit dans le rapport de 1 à $\frac{1}{n}$; les intersections successives de ces deuxièmes sphères,

du côté de S formeront un élément plan m' normal aux rayons réfractés. En opérant de même pour tous les éléments de la surface S, on obtiendra une surface S' normale aux rayons réfractés.

On tracerait semblablement une surface normale aux rayons après une deuxième réfraction ou réflexion ; et ainsi de suite.

Il en résulte que l'on peut toujours remplacer un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions par une réflexion unique ou une seule réfraction avec indice donné. Car il existe toujours une surface Σ, telle que les deux sphères décrites de chacun de ses points comme centre tangentiellement aux surfaces S et S' aient leurs rayons dans le rapport de 1 à $\frac{1}{n}$.

Les rayons issus d'un même point lumineux, étant normaux à une sphère quelconque décrite de ce point comme centre, rentrent dans la catégorie des rayons normaux initialement à une même surface. Par suite, les rayons émanés d'un point unique sont, après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, normaux à une même surface. On peut donc les assembler en deux familles de développables orthogonales. L'ensemble des arêtes de rebroussement de toutes les développables d'une même famille est une nappe de la caustique, laquelle est ainsi, en général, une surface à deux nappes. Quand toutes les surfaces dirimantes sont de révolution autour d'une même droite passant par le point lumineux, l'une des nappes de la caustique se confond avec l'axe, et l'autre nappe est elle-même une surface de révolution autour de cet axe.

Théorème de Sturm. — Les raisonnements précédents ont conduit Sturm à un théorème important sur la constitution d'un faisceau infiniment mince. Soit un élément MP de la surface S' normale aux rayons réfractés : traçons sur cet élément les deux systèmes de lignes de courbure orthogonales. Les normales aux différents points d'une ligne MN du premier système se coupent (à un infiniment petit du deuxième ordre près) en un même point H; les points H,H'... forment une petite droite, qui est située sur la développable s'appuyant sur la ligne PQ du deuxième système; car les normales à la surface aux différents points A,A'... de cette

ligne passent en H,H'... De même, les normales suivant les lignes du deuxième système rencontrent toutes une petite droite KK',

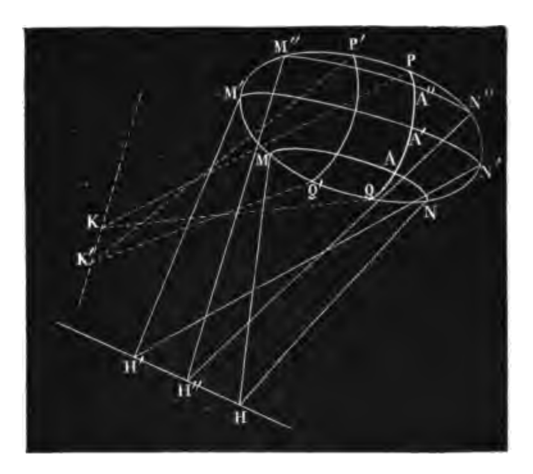


Fig. 312

située sur la développable MN, normale à la première.

Donc *tous les rayons d'un faisceau infiniment mince rencontrent deux droites infiniment petites qui sont situées dans deux plans rectangulaires*, et auxquelles Sturm a donné le nom de *droites focales*.

Ces deux droites, comme nous avons déjà eu l'occasion de le remarquer, ne se coupent pas en général : il n'y a donc pas alors de véritable foyer.

On vérifie aisément l'existence des droites focales en recevant très obliquement sur un miroir ou une lentille quelconque un faisceau étroit, et en déplaçant un écran dans la direction des rayons réfléchis ou réfractés.

432. Lentilles cylindriques. — On nomme lentilles cylindriques celles dont une face au moins a la forme d'un cylindre.

Les plus employées sont les lentilles *plan-cylindriques*, limitées d'un côté par la surface convexe ou concave d'un cylindre circulaire droit, de l'autre côté par un plan parallèle à l'axe du cylindre.

L'*axe optique* est une droite normale aux deux surfaces : il y a une infinité d'axes optiques, tous parallèles et situés dans la

section principale axiale. On nomme *section principale transverse* toute section droite du cylindre ([1]).

Si nous figurons une lentille plan-cylindrique par ses projections sur ses deux plans principaux rectangulaires, nous voyons immédiatement qu'un pinceau de petite ouverture, émanant d'un point P, se présente, à la sortie de la lentille supposée infiniment mince :

En section axiale, comme s'il avait simplement traversé une lame infiniment mince à faces parallèles, c'est-à-dire comme si la lentille n'existait pas ;

En section transverse, comme s'il avait traversé une lentille plan-sphérique.

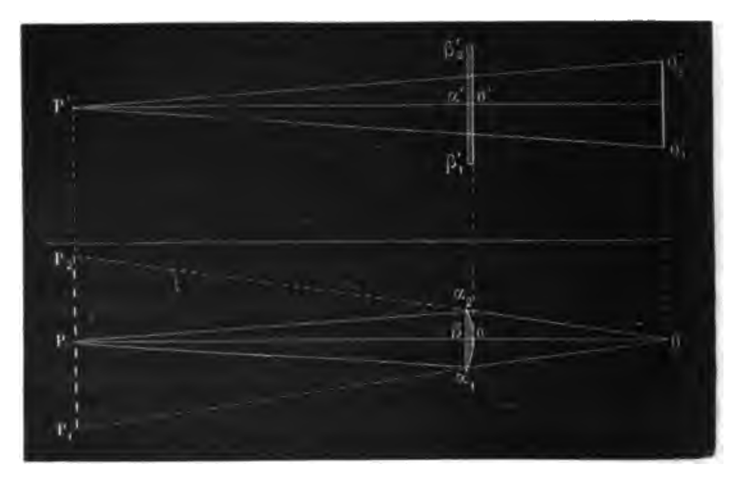


Fig. 313

Le faisceau s'étranglera donc suivant une droite $Q, Q'_1 Q'_2$, parallèle à l'axe du cylindre et dont la distance à la lentille est donnée par la relation

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f},$$

f étant la distance focale de la lentille plan-sphérique de même section transverse : c'est l'une des droites focales. Mais les rayons, prolongés en sens inverse, vont tous rencontrer la droite $P_1 P_2 P'$,

([1]) On appelle aussi *maximale* cette section où la puissance de la lentille est maxima, tandis qu'elle est minima dans la section axiale.

menée par le point P perpendiculairement au plan axial : c'est l'autre droite focale.

L'action de la lentille dans un cas quelconque s'en déduit aisément. Soit, par exemple, en P, un système de droites perpendiculaires à l'axe optique et divergeant comme le rais d'une roue, tel que les oculistes l'emploient volontiers; en Q, le rais parallèle à la première droite focale aura seul pour image une droite, les autres se marqueront par des bandes dont la largeur ira en croissant d'une façon continue jusqu'à l'azimuth perpendiculaire.

Si nous superposons à la lentille cylindrique une lentille sphé-

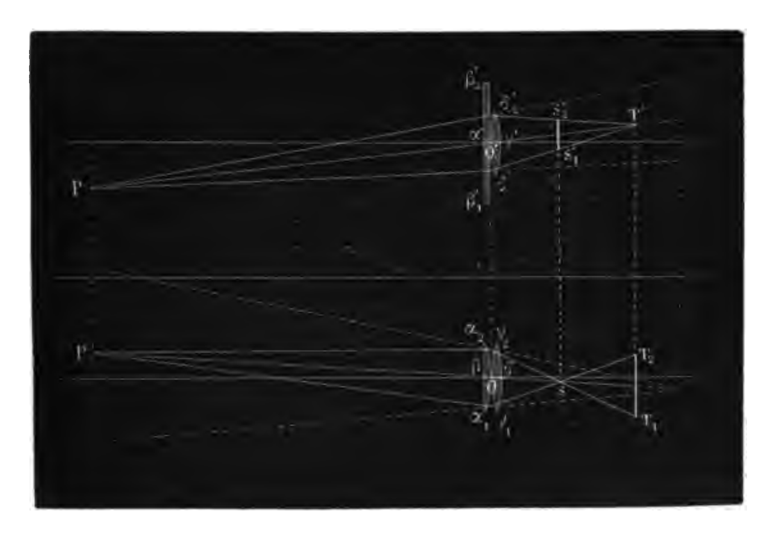


Fig. 314

rique, de façon à constituer ce que l'on appelle un *système astigmate*, les rayons émanant d'un point quelconque P formeront au sortir du système un faisceau qui s'étranglera successivement suivant les deux droites focales S et T, dont il est facile de déterminer la position, soit graphiquement, soit par le calcul; car la puissance d'un système composé de lentilles infiniment minces en contact étant égal à la somme des puissances respectives de ces lentilles, la puissance du système dans la section maximale est $\frac{1}{f}+\frac{1}{F}$, et dans la section axiale $\frac{1}{F}$, où F représente la distance focale principale de la lentille sphérique.

Quand on regarde un objet à travers un système astigmate, on n'observe en général qu'une image déformée. En imprimant une rotation au système dirigé sur une droite immobile, on voit celle-ci rester immobile, ou se balancer à la manière d'un pendule, ou tourner d'un mouvement continu, suivant les conditions de l'expérience. On se rend compte immédiatement de ces apparences, si l'on considère, non l'image imprimée sur la rétine, mais la figure semblable que dessinent dans le plan de la lentille les lignes de direction (430), s'appuyant à la fois sur la droite-objet et sur le couple de lignes focales conjuguées du point nodal de l'œil [1].

[1] Leroy, *Rev. gén. d'ophtal.*, VI, 145; 1887.

CHAPITRE IV

DISPERSION

I. — Hétérogénéité de la lumière blanche.

433. Expériences de Newton. — *Phénomène fondamental.* — Toutes les fois qu'un pinceau de lumière blanche subit une réfraction sensible, on le voit en même temps s'élargir et se colorer.

La dispersion est donc aussi anciennement connue que la réfraction. Sénèque dit qu'une baguette de verre, cannelée ou bosselée, recevant transversalement les rayons solaires, présente les couleurs mêmes de l'arc-en-ciel; et dans ces couleurs il distingue le rouge, le jaune et le bleu, tout en remarquant que les diverses teintes se succèdent par dégradation insensible (1).

Pour étudier ce qui se passe quand la lumière du soleil traverse obliquement un morceau de verre, Képler se servit d'un prisme de verre équilatéral (2). L'expérience se fait très simplement : le prisme (que l'on n'a pas besoin de prendre équilatéral, si l'on ne veut que constater la dispersion) est placé sur le trajet d'un faisceau solaire, qui pénètre dans la chambre obscure par un trou étroit de forme quelconque, l'arête du prisme étant perpendiculaire au plan moyen d'incidence; l'image reçue sur un écran

(1) Virgula solet fieri vitrea, striata vel pluribus angulis in modum clavæ torosa; hæc, si ex transverso solem accipit, colorem talem qualis in arcu videri solet, reddit. — Videmus in eo (arcu) aliquid flammei, aliquid lutei, aliquid cœrulei, et alia in picturæ modum subtilibus linæis ducta, ut ait poeta; ut an dissimiles colores sint scire non possis, nisi cum primis extrema contuleris. (Sénèque, *Questions naturelles*, liv. I, 7 et 3.)

(2) Kepler, *Dioptrice*, p. 6. Augusta Vindelicorum (Augsbourg); 1611.

apparaît dilatée perpendiculairement à l'arête du prisme et colorée des nuances les plus vives.

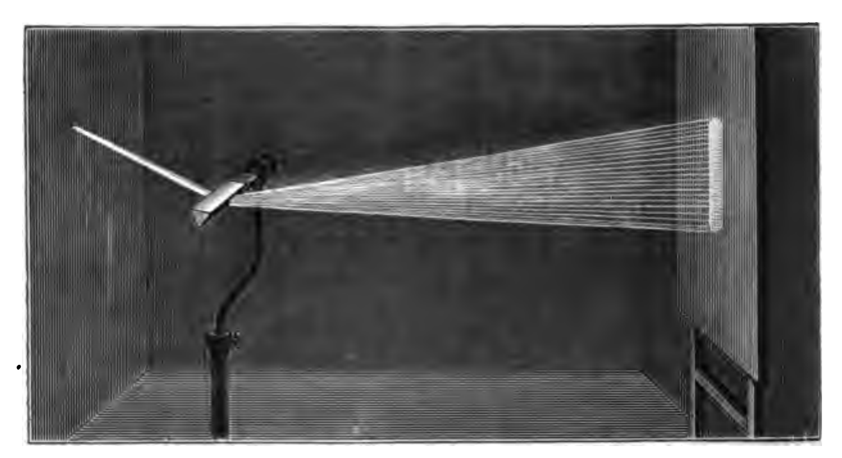


Fig. 315

Explication de Newton. — Complexité de la lumière blanche. — Newton le premier (¹) fit connaître la vraie raison du phénomène en le rapportant à l'hétérogénéité de la lumière blanche, qu'il affirma être formée d'une infinité de lumières simples, caractérisées à la fois par leur réfrangibilité et par leur coloration.

Dans la théorie ondulatoire, une lumière, comme un son, est définie par sa période, immuable à travers tous les phénomènes (sauf certains cas très spéciaux) : la coloration et la réfrangibilité dépendent de cette période. La période étant donnée, la longueur d'onde dans un milieu où la propagation s'effectue avec une certaine vitesse est par là même connue. En optique, on définit ordinairement une lumière par sa longueur d'onde dans le vide : c'est à cette quantité par conséquent que l'on rattachera la réfrangibilité et la coloration.

Pour que l'allongement de l'image prouve réellement la complexité de la lumière, il est nécessaire que le prisme soit placé au minimum de déviation. En effet, dans l'hypothèse où tous les rayons du faisceau solaire auraient même indice, comme ils rencontrent le prisme sous des incidences différentes, ils éprouveraient

(¹) Newton, *Optics*, London ; 1704.

généralement des déviations inégales, qui amèneraient un allongement de l'image dans le plan de réfraction. Mais, au voisinage du minimum, la déviation, ne variant qu'infiniment peu avec l'incidence, sera la même pour tous les rayons du faisceau étroit considéré, bien qu'un seul de ces rayons soit rigoureusement à l'incidence voulue pour le minimum ; et l'effet du prisme sera de faire tourner le faisceau en bloc d'un certain angle. On peut alors affirmer que si les rayons composant le faisceau avaient même indice de réfraction, ils projetteraient sur un écran une image de mêmes dimensions que s'ils n'avaient pas traversé le prisme. Au contraire, si la lumière blanche est constituée par divers rayons ayant des réfrangibilités différentes, il y aura autant d'images que de rayons divers ; et la réunion de toutes ces images élémentaires produira une tache allongée perpendiculairement à l'arête réfringente.

Relation entre la coloration et la réfrangibilité. — En même temps que l'image s'allonge, elle se colore des teintes de l'arc-en-ciel. La coloration est en effet le caractère physiologique (un peu vague) d'une lumière, comme la réfrangibilité en est le caractère physique. C'est ce que Newton prouva par des expériences variées, instituées toutes en vue de montrer que les rayons qui diffèrent de couleur diffèrent aussi de réfrangibilité :

1° Sur un papier noir, il traça l'un à côté de l'autre deux rectangles qu'il recouvrit soigneusement l'un de couleur rouge, l'autre de couleur bleue. Regardant à travers un prisme le papier bien éclairé, il trouva la partie bleue plus déviée que la rouge.

2° Il prit avec une lentille successivement l'image de chaque rectangle, contre lequel il appliqua un fil de soie noir et fin, de façon à pouvoir mettre l'écran exactement au point : l'image bleue apparut plus près de la lentille que la rouge.

Ces expériences faites à dessein d'abord avec des couleurs matérielles se répéteront ensuite beaucoup plus exactement avec les couleurs mêmes du spectre.

Spectre solaire. — On nomme spectre solaire l'apparence colorée formée au delà du prisme par les rayons du soleil, lorsque toute lumière blanche a disparu du milieu de l'image, résultat qui s'obtient toujours quand les rayons pénètrent dans la chambre obscure

par une ouverture assez étroite et que l'écran est situé à une distance assez grande du prisme.

D'après Newton, on distingue dans le spectre sept couleurs principales [1] :

rouge, *orangé*, *jaune*, *vert*, *bleu*, *indigo*, *violet*.

L'ouverture par laquelle entrent les rayons étant toujours supposée très étroite, la forme du spectre est celle d'un rectangle limité par deux demi-cercles (ou plus généralement deux demi-ellipses). Chaque faisceau de rayons différents donne en effet une image circulaire ayant le diamètre apparent du soleil. Il résulte même de là que les couleurs manqueront de pureté par suite de l'empiètement des diverses images les unes sur les autres.



Fig. 316

Faits à l'appui de l'explication de Newton. — Par ce procédé imparfait Newton est cependant parvenu à vérifier l'exactitude de son hypothèse : *les rayons différemment colorés sont inégalement réfrangibles, mais ils sont caractérisés par leur indice de réfraction, de telle sorte que des rayons de même indice se comportent toujours de même.* Les expériences qui le prouvent sont nombreuses.

a) *Polyprisme.* — Le polyprisme (426) permet d'étudier le phénomène de la dispersion avec toutes les substances que l'on veut et sous tous les angles possibles. Dans tous les cas le phénomène reste essentiellement le même. La dispersion n'est donc pas une propriété spéciale, se manifestant dans certaines circonstances particulières, mais bien le résultat d'une loi générale. La lumière solaire se compose d'un grand nombre de rayons distincts ; et les rayons qui ont des indices de réfraction différents dans une substance les

[1] Newton croyait à une répartition fixe des couleurs dans le spectre, quelle que fût la matière du prisme (ce qui n'est pas). Il chercha donc la loi numérique de cette succession, et, croyant la trouver dans la gamme phrygienne, il distingua arbitrairement sept couleurs, dont les limites se partagèrent l'intervalle spectral comme les sept notes *ut ré mi♭ fa sol la si♭ ut* divisent la corde du sonomètre en parties respectivement égales à $\frac{8}{9}\,\frac{5}{6}\,\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{3}{5}\,\frac{9}{16}\,\frac{1}{2}$; le premier intervalle $1 : \frac{8}{9}$ correspondant au violet, le deuxième $\frac{8}{9} : \frac{5}{6}$ à l'indigo..., le dernier $\frac{9}{16} : \frac{1}{2}$ au rouge.

ont encore différents dans une autre, le signe de la différence restant habituellement le même.

b) *Réflexion totale.* — Le phénomène de la réflexion totale fournit à Newton un nouvel argument en faveur de ses idées. L'angle limite étant défini par la relation $\sin \lambda = \frac{1}{n}$ ne sera pas le même pour les divers rayons : telle incidence, sous laquelle le rayon rouge passera du verre dans l'air, amènera la réflexion totale du rayon violet à la surface de séparation des deux milieux. De là l'expérience suivante : un faisceau de lumière blanche frappant l'un des côtés d'un prisme isocèle ABC, poli sur ses trois faces, et donnant vers la base un spectre VR_1, on fait tourner le prisme autour de son axe jusqu'à ce que l'angle des rayons intérieurs avec la base atteigne la valeur limite relative à la lumière la plus réfrangible : le violet disparaît du spectre et va se réfléchir dans une situation $S'S'_1$,

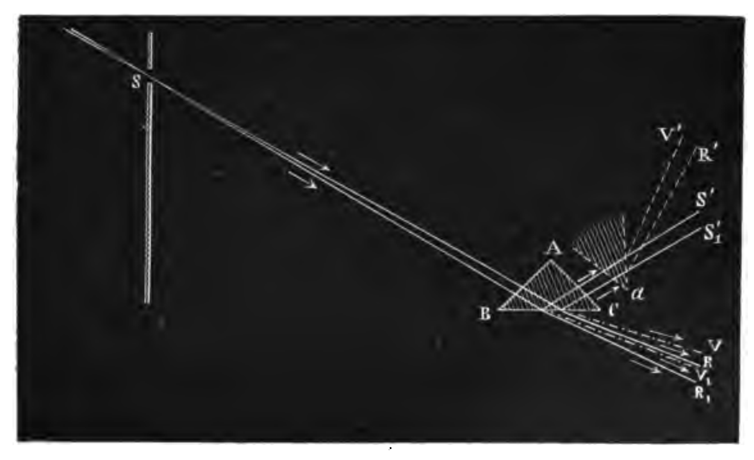


Fig. 317

symétrique des rayons incidents. Continuant à tourner le prisme dans le même sens, on verra l'indigo abandonner à son tour le spectre pour émerger parallèlement au violet, puisque chaque rayon réfléchi sur la base doit sortir en faisant avec le second côté le même angle qu'il fait à l'entrée avec le premier côté. Le faisceau indigo se superpose donc au faisceau violet et change la teinte de l'image réfléchie. Cette teinte se modifie ainsi graduellement à mesure que l'on tourne le prisme et finit par atteindre le blanc.

Mais avant que la réflexion soit totale pour aucune lumière, elle est partielle pour toutes, de sorte qu'il y a toujours un faisceau de lumière blanche réfléchie par la base. Ce faisceau se colorera en violet quand les rayons violets éprouveront la réflexion totale, et l'on observera ainsi la succession de couleurs indiquée plus haut, ces couleurs étant lavées de blanc qui leur enlève tout éclat. D'où la nécessité de modifier l'expérience par l'interposition d'un prisme *a* sur le trajet des rayons réfléchis. Ce prisme donne un deuxième spectre V'R', d'abord très pâle, dont les couleurs se renforcent vivement à mesure qu'elles disparaissent du premier.

On peut varier l'expérience, d'après Herschell et Wollaston, en recevant sur le prisme un large faisceau de lumière blanche, provenant d'une fenêtre par exemple. Si l'on dispose l'instrument dans une direction telle que pour tous les éléments d'un rayon blanc déterminé la réflexion soit totale, l'œil placé au-dessus verra la

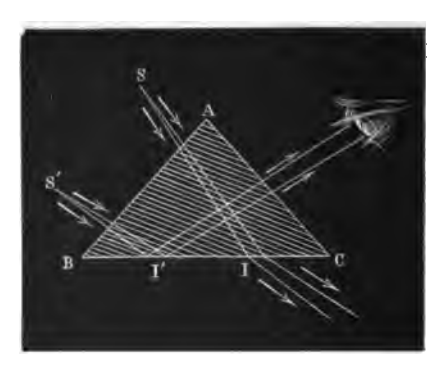


Fig. 318

base du prisme partagée en deux régions : l'une, très lumineuse, où la réflexion est totale pour tous les rayons colorés, l'autre, peu éclairée, où se réfléchit seulement la partie non réfractée de chaque rayon, et entre les deux une bande colorée dans laquelle dominent les teintes violettes et bleues. Si l'œil est placé au-dessous, il distingue une région complètement obscure (par suite de la réflexion totale), une région éclairée, et entre les deux une zone où manquent d'abord les rayons violets, d'aspect rougeâtre par conséquent dans sa partie la plus intense.

c) *Lentilles.* — Une autre preuve en faveur de l'hypothèse de

Newton se trouve dans l'action des lentilles sur la lumière blanche. La distance focale d'une lentille convergente, dont les faces ont respectivement pour rayons R et R', est définie par la formule

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right);$$

cette distance f doit donc diminuer du rouge au violet à mesure que n augmente. En effet, quand la lumière solaire vient frapper une lentille convergente, les rayons violets convergent plus près de la lentille que les rayons rouges.

C'est ce que l'on peut montrer en coupant le faisceau avec un écran. Entre la lentille et le foyer des rayons violets, l'écran offre un cercle blanc bordé de rouge. Au delà du foyer des

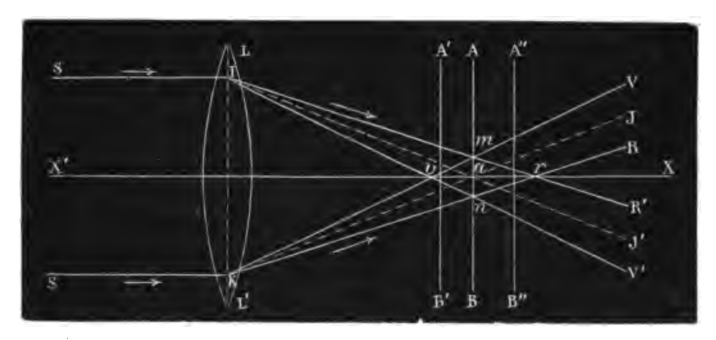


Fig. 319

rayons rouges, on voit au contraire une tache blanche entourée d'une bande violette. Entre les deux foyers extrêmes, le phénomène est plus complexe : si l'intersection du faisceau lumineux paraît sensiblement blanche en AB, cela tient simplement à ce que les divers rayons se croisent dans un espace très resserré ; mais en réalité ils ne donnent nulle part du blanc : on le reconnaît facilement en recevant la lumière sur une loupe.

Au lieu de couper le faisceau en différents points avec un écran, on peut le rendre visible au moyen de poussière de craie, et faire voir ainsi à une assemblée nombreuse qu'il est constitué comme nous venons de l'indiquer. Ainsi opérait Charles dans ses fameuses

leçons qui ont puissamment contribué à introduire les expériences dans les cours publics (¹).

Newton établissait encore d'une manière beaucoup plus précise la variation de la distance focale avec la réfrangibilité de la lumière par la méthode qu'il avait déjà employée pour les couleurs matérielles.

Dans une chambre bien obscure, il faisait tomber sur un livre l'une des lumières du spectre. A quelque distance, une lentille convexe, de surface un peu grande, recevait la lumière diffusée par la page imprimée. Il cherchait la position que devait occuper une feuille de papier blanc, de l'autre côté de la lentille, pour qu'on y pût lire distinctement les caractères; il déterminait ainsi très exactement la position de l'image formée par les rayons qui éclairaient alors le livre. Le soleil se déplaçant, la teinte de ces rayons changeait; et si elle passait du rouge au violet, il fallait rapprocher à mesure le papier de la lentille pour voir nettement l'image.

Simplicité des rayons séparés par le prisme. — Les expériences suivantes ajoutent un résultat important à celui que nous venons de constater. Tous les phénomènes examinés jusqu'ici s'expliquent si l'on admet que la lumière blanche se compose de rayons diversement colorés, caractérisés par leur réfrangibilité. Il restait à savoir si les rayons séparés par le prisme étaient des éléments simples.

Malgré l'imperfection de ses procédés expérimentaux, Newton réussit à montrer qu'un faisceau de rayons, dont l'indice de réfraction est le même par rapport à un prisme, se comporte dans toutes les circonstances comme un système unique.

a) *Expérience des prismes croisés.* — L'expérience des prismes croisés est une preuve très élégante de cette simplicité des éléments du spectre solaire. Derrière un premier prisme, disposé pour donner un spectre, on en met un autre de même nature et de même angle, mais perpendiculaire au premier, de sorte qu'un plan normal aux arêtes du second prisme contient des rayons qui auront tous même indice de réfraction si le premier

(¹) On prendra la grande lentille qui a servi pour montrer l'aberration de sphéricité, et on mettra sur la face plane un diaphragme percé d'une fente circulaire marginale.

prisme a provoqué une séparation complète des éléments. En opérant ainsi que l'indique la figure ci-contre, on recueillera sur l'écran quatre images : l'image directe *s*, les deux spectres, *ru* et



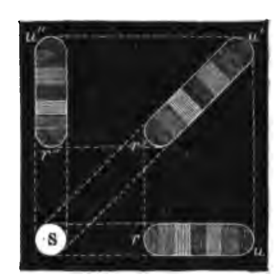


Fig. 320

r″u″, produits isolément par les prismes P et P′, enfin un spectre incliné à 45°, *r′u′*, provenant des rayons réfractés par les deux prismes. Or la largeur de ce dernier spectre est égale à celle de chacun des spectres dus à une seule réfraction. Il est donc prouvé que tous les rayons qui dans le premier spectre rencontrent une même ligne verticale ont même indice de réfraction.

b) *Inaltérabilité d'un pinceau isolé.* — Semblablement, toutes les fois que l'on isole dans un spectre un pinceau assez étroit (au moyen d'un trou *m* percé dans l'écran MN) et qu'on le reçoit sur un nouveau prisme A′, on observe une déviation sans élargissement ni coloration du pinceau.

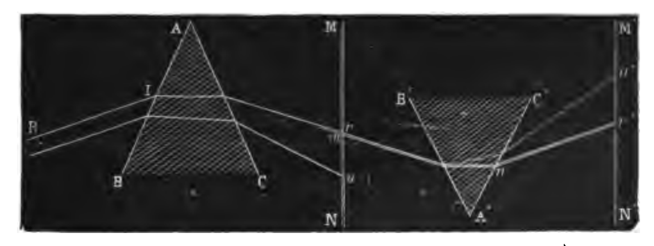


Fig. 321

A vrai dire, ces expériences trahissent toujours quelque imperfection; si elles ne laissent aucun doute sur cette proposition que les rayons du spectre sont simples, elles attestent la difficulté d'obtenir un spectre pur.

c) *Éclairement par une lumière simple.* — Dans le même ordre d'idées, on peut citer ce fait qu'une lumière colorée tombant sur

un corps n'éprouve pas les mêmes modifications que la lumière blanche. Tandis que celle-ci se colore par suite de l'inégale diffusion de ses éléments à la surface du corps, la lumière simple conserve toujours sa teinte, son intensité seule variant d'après la manière dont elle est diffusée par le corps ([1]). La couleur d'une lumière du spectre ne dépend donc nullement du corps sur lequel elle tombe, son éclat seul change.

Recomposition de la lumière blanche. — Newton a contrôlé cette analyse par une série d'expériences réciproques où, réunissant les rayons qu'un prisme a séparés, il reproduit de la lumière blanche :

a) *Recomposition par les sept miroirs.* — L'une des plus naturelles en principe, mais d'une exécution assez pénible, consiste à réfléchir vers un même point les divers rayons du spectre. En guise de réflecteur, Newton se contentait du mur sur lequel se dessinait le spectre : un papier tenu à la main paraissait blanc quand il était également éclairé par les différentes couleurs. On

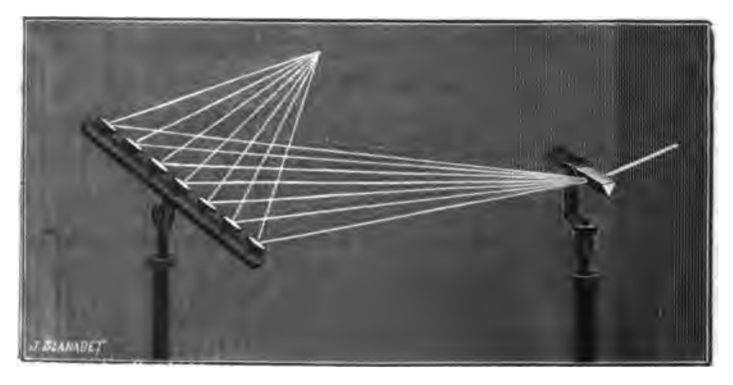


Fig. 322

s'aide maintenant de sept petits miroirs circulaires, montés sur une même règle le long de laquelle ils se déplacent à volonté. On reçoit le milieu de chacune des sept couleurs principales sur le centre de chacun des miroirs et, en inclinant convenablement ceux-ci, on rassemble toutes les couleurs en un point unique où elles donnent de

([1]) L'aspect de figures humaines, ou simplement d'images d'Épinal, éclairées par la lumière, sensiblement monochromatique, de l'alcool salé, est fantastique.

la lumière blanche. On peut même apprécier ainsi les résultats du mélange des couleurs, mais sans précision, les couleurs isolées sur chaque miroir n'étant rien moins qu'homogènes.

b) *Recomposition par les prismes.* — Un autre moyen est de détruire l'effet du premier prisme par un deuxième. L'expérience se fait de plusieurs façons.

Derrière un prisme P projetant un spectre bien pur on place un second prisme P′, identique au premier, mais tourné en sens con-

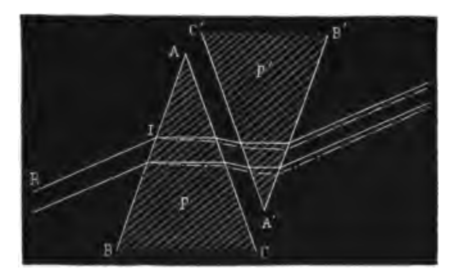


Fig. 323

traire. Si ce second prisme est assez rapproché du premier pour que les rayons sortant de celui-ci soient encore en grande partie superposés, ces rayons, ramenés au parallélisme, formeront un faisceau de lumière blanche, sauf vers les limites qui seront irisées, l'une en rouge, l'autre en violet, comme le montre la figure ci-jointe.

On se sert aussi d'une cuve quadrangulaire de verre, divisée en deux prismes égaux par une lame transversale : si l'on verse de l'eau dans l'un des compartiments, on a un spectre faible, quoique nettement visible; si l'on verse en outre de l'eau dans le second compartiment, on voit émerger un faisceau de lumière parallèle et blanche.

Cette recomposition par des réfractions égales et inverses se réalise encore avec un seul prisme, ainsi que l'a indiqué Charles d'après une ancienne expérience de Képler. Un prisme équilatéral reçoit un faisceau de lumière solaire sous l'incidence correspondant au minimum de déviation; et de chaque face du prisme émergent à la fois un faisceau de rayons dispersés et un faisceau de lumière blanche.

La figure 324, dans laquelle on a tracé la marche d'un rayon, rend compte immédiatement du phénomène. Une portion du rayon incident en I se réfléchit suivant IR; l'autre portion pénètre dans

le prisme, émerge en partie et donne le spectre *ru*, se réfléchit en partie et vient rencontrer la troisième face BC : là, le pinceau $I'I''I'_1I''_1$ se partage encore en deux, l'un émergent $I''R'$, l'autre réfléchi $I''I'''$. Or, d'après la symétrie de la figure, il est aisé de reconnaître que

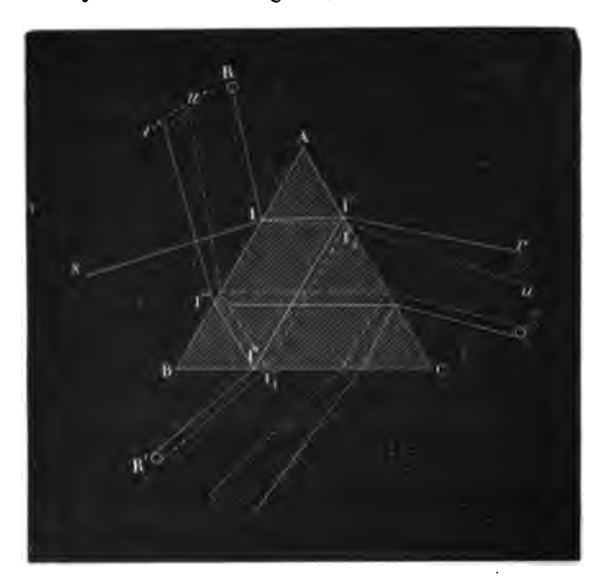


Fig. 324

pour chaque rayon simple l'angle d'incidence intérieure en I'' est égal à l'angle de réfraction intérieure en I. Tous ces rayons à leur sortie deviendront donc parallèles et formeront avec les autres rayons du faisceau une image blanche (excepté sur les bords). Quant au pinceau réfléchi $I''I''_1I'''I'''_1$, il est par rapport à la face BC exactement dans les mêmes conditions où se trouvait par rapport à la face AB le pinceau $II'I'_1$ après la première réfraction en I; il produira donc à l'émergence en I''' un spectre $r'u'$ dans lequel les couleurs seront distribuées comme à l'ordinaire, le rouge étant du côté de l'arête réfringente B. Finalement l'on aura en tout les six faisceaux indiqués sur la figure ([1]).

Parmi ces faisceaux d'intensités décroissantes, Képler avait seule-

([1]) Le faisceau de lumière blanche qui sort par la face AC ayant la direction des rayons jaunes moyens au minimum de déviation, on a toujours un trait de lumière blanche au milieu du spectre *ru* produit par un prisme équilatéral, à moins de noircir la face BC.

ment signalé les trois premiers R, *ru* et R′, l'un blanc, l'autre coloré et le troisième empruntant la teinte du verre qu'il a traversé ([1]), sans expliquer le défaut de coloration en R′ autrement que par une absence de réfraction en I″.

c) *Recomposition par les lentilles.* — Si l'on dispose une lentille convergente ([2]) à une assez grande distance au delà du prisme, les rayons, déjà très notablement séparés à leur arrivée sur la lentille, offrent un spectre bien net près du plan focal principal, chaque espèce de rayons allant converger en son foyer respectif *f*,*f*′. Puis, poursuivant leur marche, ils s'entrecroisent et vont se superposer en *ab* dans le plan focal conjugué du prisme : en effet, les rayons de diverses couleurs, partis d'un même point *m* du prisme, se réunissent sensiblement au point *m*′, conjugué de *m* pour les rayons moyens. Dans ce plan on aura donc une tache blanche *ab* (sauf sur les bords extrêmes, dont on peut éliminer l'influence par l'emploi d'un diaphragme à l'exemple de Foucault). En avant de ce plan, la

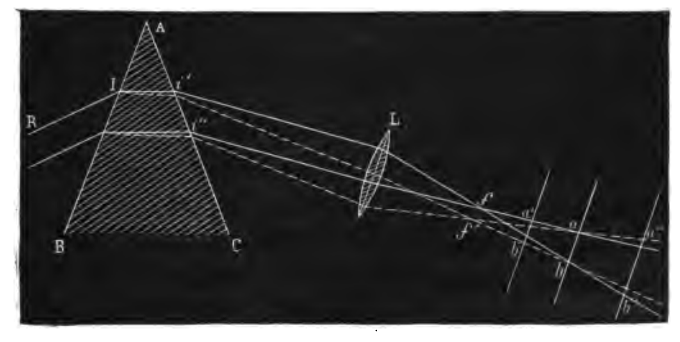


Fig. 325

recomposition est incomplète; en arrière, elle l'est également, la dispersion se prolongeant en sens inverse. Effectivement, si l'on place une lame de porcelaine dépolie dans le plan focal conjugué de la face d'incidence, on voit une tache blanche; mais si l'on y met un miroir poli, on voit un spectre coloré, parce que les divers rayons réfléchis régulièrement se sépareront comme s'ils avaient continué leur route directe au delà de ce point.

([1]) Sole prisma irradiante tria genera radiorum resultant, sincerus, vitri colore et iridibus coloribus (Kepler, *loc. cit.*).

([2]) Un miroir concave produirait le même effet.

Cette expérience se prête parfaitement aux recherches relatives à la composition des couleurs.

Que l'on supprime en *ff'* une partie des rayons, au moyen d'une sorte de peigne, comme le faisait Newton, ou d'un petit prisme, comme dans l'appareil disposé à cet effet par Duboscq, et l'on aura en *ab* le résultat de la superposition des rayons restants.

On reconnaît ainsi que certaines couleurs sont *complémentaires*, c'est-à-dire donnent du blanc par leur mélange dans un rapport déterminé [1]. Parmi les couleurs du spectre, sont complémentaires, d'après M. von Helmholtz [2],

Rouge	et	*Bleu-verdâtre*
Orangé		*Bleu*
Jaune		*Bleu-indigo*
Jaune-verdâtre		*Violet.*

Le *Vert* du spectre n'a pas de couleur complémentaire simple; il a pour complément le *Pourpre*, couleur composée provenant du mélange des couleurs simples (violet et rouge) qui se trouvent aux deux extrémités du spectre.

Recomposition par la superposition des effets physiologiques. — Il est encore un mode de recomposition de la lumière, subjectif et physiologique, qui consiste à superposer rapidement sur la rétine une série d'images teintes des diverses couleurs du spectre; par suite de la persistance des impressions sur la rétine, toutes ces couleurs s'ajoutent comme si elles étaient simultanées.

On obtient aisément ce phénomène en faisant tourner le prisme autour de son axe : alors le spectre oscille sur l'écran entre la position correspondant au minimum de déviation et celle où la lumière disparaît par réflexion totale; et si le mouvement est assez rapide, l'œil perçoit du blanc, sauf aux deux limites de l'espace parcouru par le spectre.

[1] HELMHOLTZ, *Optique physiologique*, trad. Javal et Klein, p. 365.

[2] Les proportions de deux couleurs simples qui donnent du blanc sont loin de correspondre à des intensités physiologiquement égales. C'est seulement dans le mélange du bleu et de l'orangé que les deux couleurs à mélanger présentent à l'œil une intensité lumineuse à peu près égale. Le violet et l'indigo paraissent plus foncés que les quantités complémentaires de jaune verdâtre et de jaune qui leur correspondent (HELMHOLTZ, *loc. cit.*).

L'expérience bien connue du disque de Newton (expérience due à Musschenbroeck) est une autre forme du même procédé [1].



Fig. 326

Conclusion. — Toutes ces expériences s'éclairent réciproquement et démontrent à la fois la loi de Descartes et celle de Newton.

La démonstration acquerra une entière rigueur si l'on opère avec des lumières vraiment simples. Nous nous sommes contentés jusqu'ici de faire arriver sur un prisme un faisceau parallèle ou très peu divergent, d'une certaine largeur, et de recevoir la lumière sur un écran situé à quelque distance; mais sur cet écran les diverses taches lumineuses, produites par les innombrables rayons différemment réfrangibles qui constituent le faisceau incident, se recouvrent les unes les autres en grande partie: la séparation des couleurs est manifestement incomplète.

Procédé pour obtenir un spectre pur. — Pour obvier à cet inconvénient, Newton eut recours au procédé suivant, dont la portée n'a été bien comprise que de nos jours: la lumière, admise par une fente parallèle à l'arête du prisme placé au minimum de déviation pour les rayons moyens, tombe sur une lentille convergente qui donne dans le plan conjugué de la fente un spectre pur. Sans doute, le prisme n'est rigoureusement aplanétique que pour les seuls rayons dont la route est exactement symétrique (et à la condition encore qu'elle se tienne tout près de l'arête); mais il l'est encore très approximativement pour chacun des faisceaux simples primitivement superposés dans la lumière incidente et qu'il sépare en les déviant inégalement, de sorte qu'une lentille achromatique

[1] On la réalise très bien en projection avec un disque en gélatines colorées.

offrira dans un même plan autant d'images nettes et distinctes de la fente qu'il y a de rayons colorés différemment dans la lumière employée. Si donc la fente se réduisait à une ligne parallèle à l'arête du prisme, la séparation des rayons serait complète. Pratiquement, l'épuration ne sera limitée que par la nécessité de conserver à la

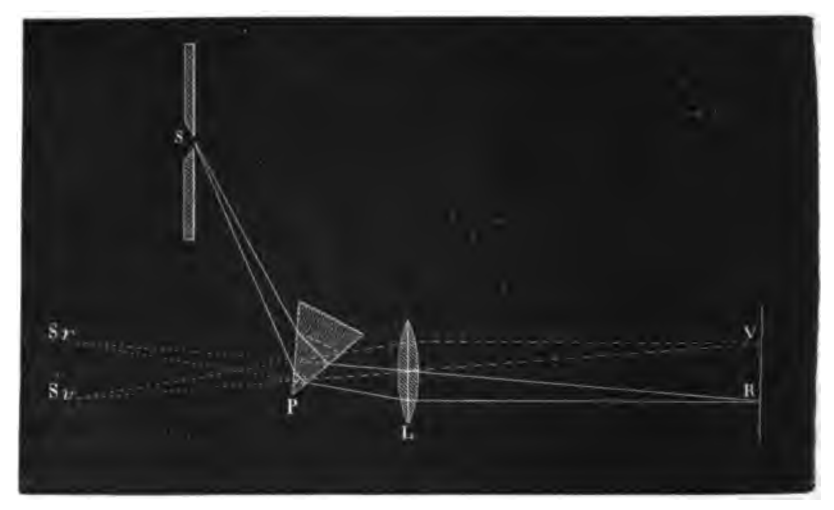


Fig. 327

lumière assez d'intensité, ce qui implique une certaine largeur de fente. Quand on diminue progressivement cette largeur, on obtient un spectre dont un faisceau étroit, reçu sur un nouveau prisme, n'éprouve plus d'élargissement appréciable (¹).

Raies de Fraunhofer. — Si donc les divers rayons simples ne forment pas une suite continue dans la lumière solaire, le spectre devra présenter des espaces obscurs. On les observe

(¹) Newton opérait avec une fente ayant la forme d'un triangle isocèle très allongé dont la base était parallèle à l'arête du prisme, de sorte qu'aux deux bouts la largeur était extrêmement réduite. On emploie aujourd'hui une fente à bords parallèles et mobiles. On n'aura d'ailleurs qu'à copier exactement le dispositif de Newton : on prendra un objectif de lunette astronomique, ayant 1 mètre de foyer par exemple, on mettra cette lentille à 2 mètres de la fente par laquelle arrivent les rayons solaires, et on disposera l'écran de façon à recueillir une image nette de la fente (image qui sera à la même distance de l'objectif et égale à l'objet); enfin on placera le prisme, avant la lentille ou après, peu importe, l'arête parallèle à la fente et dans la situation du minimum de déviation pour les rayons moyens.

effectivement en répétant l'expérience de Newton, qui ne les a pas vus lui-même sans doute à cause de la mauvaise qualité des verres dont il disposait. Wollaston[1] les signala pour la première fois. Fraunhofer[2] les étudia avec soin et en fit le dessin que nous reproduisons ci-contre, réduit à moitié.

On y voit les huit raies principales choisies par Fraunhofer pour séparer à peu près les sept couleurs du spectre :

A à l'extrême rouge;
B dans le rouge;
C entre le rouge et l'orangé;
D entre l'orangé et le jaune;
E entre le jaune et le vert;
F entre le vert et le bleu;
G entre l'indigo et le violet;
H à l'extrême violet.

On doit encore noter :

a bande assez large dans le rouge extrême;
b raie triple très apparente dans le vert.

Au-dessus est figurée la courbe des intensités lumineuses relatives, telles

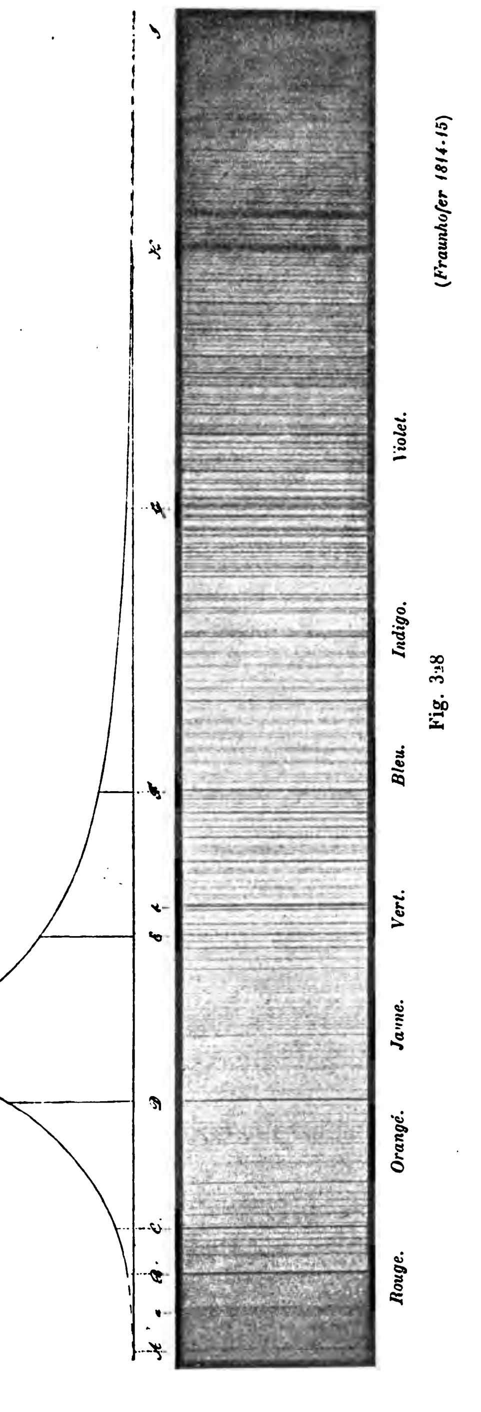


Fig. 318. (Fraunhofer 1814-15)

([1]) WOLLASTON, *Phil. Trans.*; 1802.

([2]) FRAUNHOFER, *Denkschriften d. K. Akad. d. Wiss. zu München*, V, 193; 1817; et *Gesammelte Schriften* (herausgegeben von Lommel. München; 1888), 1.

que les estimait Fraunhofer : le maximum se trouve dans le jaune, et la courbe s'abaisse rapidement du côté des rayons peu réfrangibles (on ne distingue A qu'à l'aide d'un verre rouge éliminant toute autre lumière); elle descend moins vite de l'autre côté, et certains yeux suivent le spectre très loin au delà du violet.

434. Spectroscope [1]. — *Histoire du spectroscope.* — Au lieu de la recevoir sur un écran, Fraunhofer observait directement à

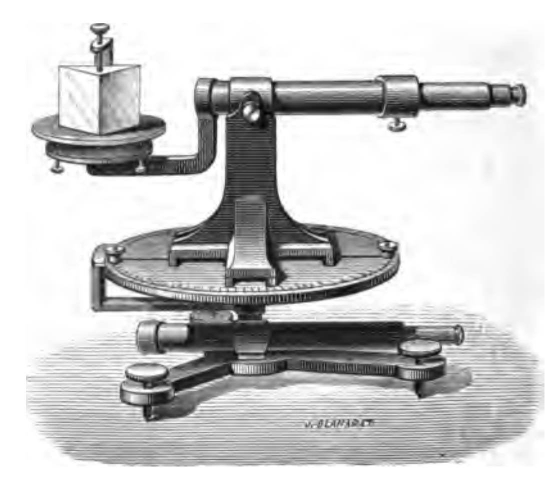


Fig. 329

l'aide d'une loupe l'image aérienne du spectre. Cette loupe formant avec la lentille de projection une véritable lunette, il monta sur le cercle horizontal d'un théodolite un prisme et une lunette astronomique à travers laquelle il visait une fente étroite, parallèle à l'arête réfringente et suffisamment éloignée. Il put ainsi mesurer les déviations correspondant aux différentes raies, et par suite fixer la position exacte de ces raies dans le spectre de réfraction que lui donnait son prisme.

Trente ans plus tard, Matthiessen [2] reprit l'étude du spectre au moyen de son *lentiprisme*, dans lequel une fente très étroite était examinée avec une simple lentille à laquelle s'accolait un prisme

[1] Voir Salet, *Traité de spectroscopie.* Paris, Masson; 1888.
[2] Matthiessen, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XL, 385; 1844.

recevant normalement les rayons et les projetant sous un angle assez ouvert; un petit prisme B les ramenait dans une direction voisine de l'axe, et un verre coloré venait au besoin s'interposer.

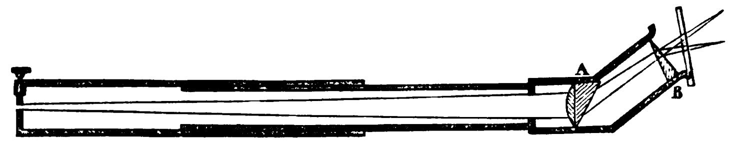


Fig. 33o

poser. Les pertes de lumière étant faibles, l'éclat restait considérable; et, grâce à la finesse de la fente, la netteté était grande. Il importe en effet de remarquer qu'avec une fente étroite, la netteté est à peu près indépendante des angles d'incidence et d'émergence, car alors il y a toujours une véritable image parallèle à l'arête; et quoique le minimum de déviation facilite la construction et le réglage, cette condition n'est nullement nécessaire. D'après Broch (1), on distingue bien les raies en regardant une fente étroite, un peu éloignée, à travers un prisme placé contre l'œil et que l'on tourne de manière à amener l'image de la fente à la distance minimum de la vision distincte.

MM. Fizeau et Foucault (2) revinrent à la disposition de Fraunhofer et, remplaçant la fente éloignée par un collimateur suivant l'exemple de Babinet, ils constituèrent l'appareil auquel Masson (3) donna la forme représentée figure 194, et que Kirchhoff et Bunsen (4) employèrent quelques années plus tard avec tant de succès sous le nom de spectroscope.

Spectroscope de Kirchhoff et Bunsen. — Les deux savants d'Heidelberg ajoutèrent un deuxième collimateur portant au foyer de sa lentille une échelle divisée dont l'image, réfléchie sur la face du prisme par laquelle sortait la lumière dispersée, s'observait dans la lunette en même temps que le spectre et permettait d'en repérer les raies. Au premier collimateur, sur la moitié supérieure de la

(1) Broch, *Nyt. Magaz. f. Naturvidensk.*, IV; 1845.

(2) Fizeau et Foucault, d'après le Rapport de Babinet sur deux mémoires présentés en 1845 et 1846, *C.R.*, XXVI, 680; 1848.

(3) Masson, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XL, 385; 1854.

(4) Bunsen et Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, CX, 161; 1860.

fente, on plaça un petit prisme à réflexion totale pouvant recevoir la lumière d'une source latérale, tandis que le reste de la fente était directement éclairé par une autre source : on obtient ainsi exactement l'un au-dessus de l'autre les spectres des deux sources,



Fig. 331

ce qui facilite la comparaison. Enfin, le prisme, fixé dans la position correspondant à la déviation minimum des rayons jaunes, fut recouvert d'une sorte de chapeau cylindrique percé seulement de trois trous en face des trois lunettes.

Étude théorique de l'appareil. — La dispersion a pour mesure la variation de la déviation correspondant à une variation donnée de l'indice.

Si donc nous considérons un prisme d'angle A, recevant la lumière sous une incidence i, et la projetant par conséquent sous l'angle i' défini, d'après les formules (1) (426), par la relation

$$\sin i' = n \sin (A - r)$$

ou

$$\sin i' = \sin A \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos A \sin i \qquad (3)$$

et si nous différencions cette équation en regardant A et i comme

constants, nous aurons la *dispersion élémentaire* ou le *pouvoir dispersif*

$$di' = \frac{\sin A}{\cos i' \cos r} dn \text{ (}^1\text{)}. \qquad (4)$$

Si au contraire nous différencions l'équation (4) en regardant n comme constant et i comme variable, δi représentant la largeur angulaire de la fente vue du centre du collimateur, $\delta i'$ exprimera la largeur angulaire d'une raie, tandis que di' est la distance de deux raies d'indices très voisins

$$\delta i' = -\frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \delta i : \qquad (7)$$

$\frac{\delta i'}{\delta i}$ est *le pouvoir amplifiant* du prisme [2]. Le rapport entre la distance et la largeur de deux raies voisines, c'est-à-dire la *pureté* ou *le pouvoir de résolution* est donc

$$\frac{di'}{\delta i'} = -\frac{\sin A}{\cos i \cos r'} \frac{dn}{\delta i} \qquad (8)$$

Le pouvoir de résolution et le pouvoir dispersif (abstraction faite des phénomènes de diffraction) ne dépendent que des quantités $\cos i \cos r'$ et $\cos i' \cos r$, quantités symétriques qui varient en sens inverse entre les mêmes limites et passent par un maximum identique, que l'une atteint pour $r = n^2 r'$, l'autre pour $r' = n^2 r$, approximativement. Il y a donc de part et d'autre du minimum de déviation un minimum de dispersion et un minimum de résolution.

Si i varie depuis l'incidence rasante jusqu'à la valeur correspon-

[1] Dans le cas du minimum de déviation déterminé par les formules (2), cette expression devient

$$di' = \frac{2 \operatorname{tg} i}{n} dn, \qquad (5)$$

ou

$$di' = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} dn. \qquad (6)$$

[2] Quand la déviation est minimum, $\delta i' = \delta i$: le pouvoir amplifiant est alors égal à l'unité.

dant à l'émergence rasante, le pouvoir dispersif descend lentement au minimum, puis croît jusqu'à l'infini. Le pouvoir de résolution suit une marche inverse, décroissant depuis l'infini jusqu'à un minimum à partir duquel il ne croît que très peu.

Une expérience de Thollon [1] montre bien ce double effet. Tandis qu'un prisme de flint, installé sur la platine d'un spectroscope, reçoit la lumière d'une lampe à chlorure de sodium (lumière qui, nous le verrons bientôt, se réduit à la double raie D), on règle la largeur de la fente de sorte que, pour la déviation minimum, les deux raies D soient juste au contact. Si alors on tourne le prisme de manière à augmenter l'incidence, les deux raies se séparent quoique leur distance diminue. Elles se confondent en une bande unique qui va s'élargissant quand on tourne en sens inverse.

Mais on ne peut pas accroître indéfiniment l'incidence : car, outre la diffraction qui s'oppose aux incidences rasantes, les imperfections des surfaces et les défauts d'homogénéité de la matière ne tardent pas à déformer les images, puis les pertes par réflexion augmentent, surtout avec les substances très dispersives, qui ont en même temps des indices élevés, telles que les flints lourds ou le sulfure de carbone [2].

Spectroscopes à plusieurs prismes. — On préfère donc multiplier les prismes, comme MM. Fizeau et Foucault l'ont fait les premiers. De là ces spectroscopes dans lesquels la lumière traverse successivement plusieurs prismes identiques, disposés suivant une ligne polygonale régulière. Ces prismes, étant tous placés au minimum pour un certain rayon [3], peuvent ne plus être suffisamment réglés pour des rayons un peu éloignés : le constructeur devra donc leur laisser de la

[1] THOLLON, *C. R.*, XCII, 128, 1881.

[2] Si la fente est un peu longue et la source d'un diamètre apparent tel que du haut de la fente partent des rayons venant frapper le bas du prisme, et inversement, ces rayons inclinés sur la section droite se réfracteront parallèlement à cette section comme s'ils avaient pour indice $\sqrt{n^2+(n^2-1)\operatorname{tg}^2\theta}$, ils seront donc plus déviés que ceux qui tombent normalement sur le prisme : les raies se courberont en tournant leur concavité vers le violet et s'estomperont à leurs extrémités.

[3] La déviation peut être minimum par rapport à un système de prismes sans l'être pour chacun d'eux séparément; si cette dernière condition est remplie, la déviation est minimum minimorum.

mobilité [1]. Dans quelques appareils les prismes sont très nombreux : tel celui de M. Gassiot [2] réunissant onze prismes à sulfure de carbone, et produisant entre les deux raies D un écart de 3′.



Fig. 332

On peut diminuer le nombre des prismes en ramenant le rayon sur lui-même par réflexion sur un miroir, qui parfois est constitué simplement par la face extrême argentée, comme dans le spectroscope vertical de Duboscq (fig. 333). Le plus souvent, on emploie deux miroirs convenablement inclinés ou un prisme à double réflexion totale, de façon à replier le rayon dans un plan parallèle, ainsi que le fait voir la figure 334.

Le premier système a été adopté par M. Cornu [3] dans un spectroscope où il a réussi à obtenir une très grande dispersion avec un seul prisme traversé quatre fois par le rayon et une lunette à long foyer, faisant office en même temps de collimateur et de viseur.

M. Young [4] a appliqué le deuxième système à son spectroscope

[1] Aux spectroscopes dits automatiques sont adaptés des dispositifs permettant de mettre à la fois tous les prismes à la déviation minimum pour une couleur donnée, par le seul jeu de la lunette visant sur cette couleur.

[2] Gassiot, *Proceed. of the R. S.*, XII, 536 ; 1863.

[3] Cornu, *Journal de physique*, (2), II, 53 ; 1883.

[4] Young, *Journal Franklin Institute*, LX ; 1872.

astronomique et M. Grubb (1) à un appareil automatique où il avait réuni plusieurs de ces prismes composés qui servirent à





Fig. 333

M. Rutherfurd (2) pour ses travaux de photographie spectrale et que nous retrouverons dans l'instrument de Thollon.

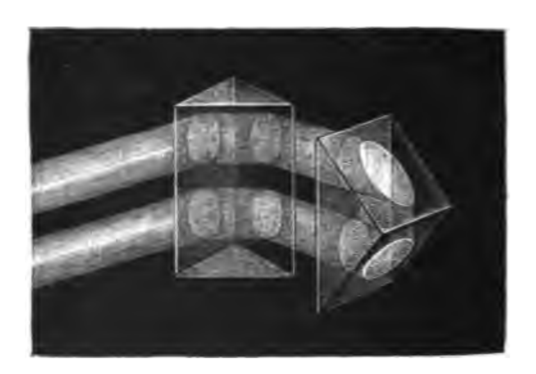


Fig. 334

Spectroscopes à vision directe. — Une classe intéressante est celle des spectroscopes à vision directe, avec lesquels, comme le nom l'indique, le spectre s'observe suivant la direction même des rayons incidents.

Profitant d'une combinaison imaginée par Amici, M. Janssen (3)

(1) Grubb, *Monthly Notices of the R. Astron. Soc.*, XXX, 36 ; 1869-70.
(2) Rutherfurd, *Silliman's Journal*, XXXIX, 129 ; 1869.
(3) Janssen, *C. R.*, LV, 576 ; 1862.

a le premier construit un spectroscope à vision directe, au moyen de cinq prismes : deux prismes en flint alternant avec trois prismes en crown. La déviation imprimée à un rayon par l'ensemble est la différence des déviations produites séparément par les deux parties ; le flint et le crown dispersant inégalement, il est possible d'annuler la déviation pour une couleur, le jaune par exemple, sans la

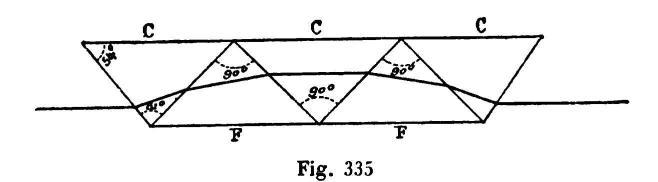


Fig. 335

détruire pour les autres. C'est l'effet inverse de l'achromatisme : la lumière sort de l'appareil sans déviation quant à sa direction moyenne, mais avec une dispersion de même sens que celle qui serait due au flint seul.

Ce prisme compensé se place entre un collimateur et un viseur montés en ligne droite avec le prisme dans un seul tube, le viseur pouvant toutefois s'incliner légèrement de part et d'autre, de façon à suivre le spectre dans toute son étendue ([1]).

Avec du flint très dispersif on peut n'employer que trois pris-

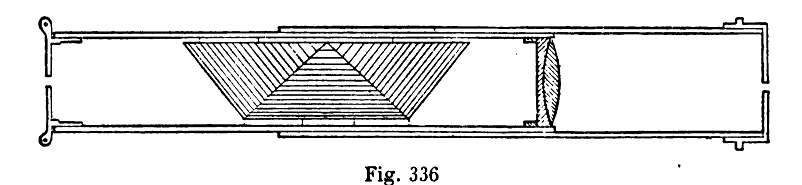


Fig. 336

mes ; la figure 336 représente l'un de ces petits *spectroscopes de poche*, si répandus aujourd'hui : outre le prisme compensé, l'appareil comprend simplement une fente, qui s'ouvre plus ou moins à l'aide d'un anneau fileté, et une seule lentille ([2]).

([1]) Dans les appareils d'observation courante, Hoffmann remplace la lunette astronomique par la lunette de Galilée, pour réduire la longueur de l'instrument.

([2]) M. Mousson n'emploie qu'une fente et un prisme placé tout près de l'œil, comme dans l'expérience de Broch.

Si nous remarquons que le rayon moyen est nécessairement perpendiculaire au plan bissecteur du prisme central, nous pourrons même réduire le système à l'une des moitiés, d'après le procédé adopté par M. Christie ([1]), dans son *demi-prisme amplifiant* ([2]) représenté ci-contre. La dispersion est considérable ; mais, l'angle d'émergence étant grand, les difficultés signalées plus haut repa-

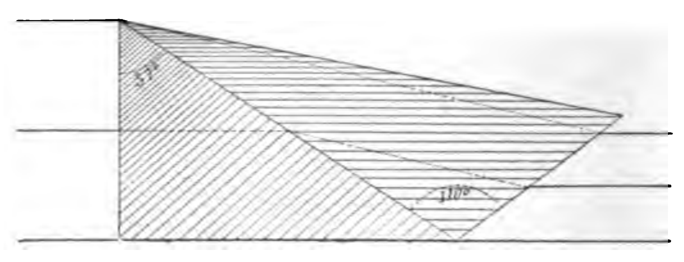


Fig. 337

raissent ; et le flint très dispersif (densité 5), ne se trouvant plus préservé du contact de l'air sur sa face d'entrée, s'altère vite.

M. Zenger ([3]) est revenu à la disposition la plus simple : deux prismes, très aigus, l'un solide, l'autre liquide, d'indices moyens

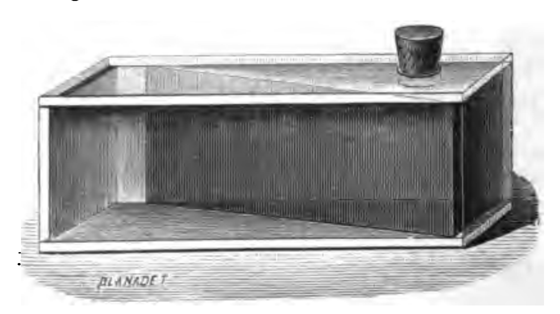


Fig. 338

voisins, mais de pouvoirs dispersifs très différents, par exemple crown et huile de cassia dissoute dans la benzine, sont réunis de façon à former un parallélipipède rectangle qui disperse énormé-

([1]) Christie, *Proceed. of the R. S.*, XXXI, 23 ; 1877.

([2]) En se reportant à l'expression du pouvoir amplifiant, formulée plus haut (équation 7), on voit aisément qu'il est égal au rapport de l'épaisseur du pinceau incident à l'épaisseur du pinceau émergent ; le demi-prisme de M. Christie mérite donc bien le nom d'amplifiant qu'il lui a donné.

([3]) Zenger, *C. R.*, XCII, 1503, et XCIII, 429 ; 1881.

ment la lumière : la largeur angulaire du spectre atteint 24°.

Comme l'a indiqué M. Janssen, on peut encore mettre à profit la réflexion totale afin de ramener le rayon moyen dans la direction primitive tout en maintenant l'écartement des rayons extrêmes. La figure 339 montre un couple de prismes établis par M. A. Herschel ([1]) pour obtenir ainsi la vision directe.

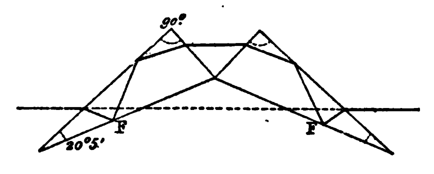


Fig. 339

Spectroscope Thollon ([2]). — Thollon a réalisé avec un petit nombre de prismes un spectroscope à vision directe d'une puissance remarquable.

Considérons d'abord un *couple*, c'est-à-dire un système de deux prismes identiques, qui font entre eux un angle α. En conservant les notations précédentes et en affectant respectivement des indices 1 et 2 les angles relatifs au premier et au second prisme, nous avons

$$\alpha = i^1 + i_2.$$

La déviation qu'éprouve un rayon est exprimée par la relation

$$\begin{aligned} D &= i_1 + i'_1 + i_2 + i'_2 - 2A \\ &= i_1 + i'_2 - 2A + \alpha. \end{aligned}$$

On peut toujours attribuer à α une valeur telle qu'un rayon traversant le système soit normal au plan bissecteur de cet angle : le couple sera alors au minimum de déviation pour le rayon. En faisant varier α d'une manière continue, on amènera donc successivement au minimum de déviation chacun des rayons simples contenus dans un même rayon incident de lumière blanche.

La dispersion élémentaire du système

$$\frac{di'_2}{dn} = \frac{\sin A(\cos i'_1 \cos r_1 + \cos i_2 \cos r'_2)}{\cos i'_1 \cos r_1 \cos i'_2 \cos r_2}$$

([1]) A. Herschel, *Chem. News*, XIX, 157; 1869.
([2]) Thollon, *Journal de physique*, VII, 141, et VIII, 73; 1878-79.

est pour le minimum relatif au couple ($i'_1 = i_2$, $r'_2 = r_1$)

$$\frac{di_2}{dn} = \frac{2 \sin A}{\cos i'_2 \cos r_2} = \frac{2 \sin A}{\cos i_1 \cos r'_1};$$

et, dans le cas où en outre l'incidence et l'émergence sont normales ($i_1 = i'_2 = 0$, $r'_1 = r_2 = A$),

$$\frac{di'_2}{dn} = 2 \operatorname{tg} A;$$

le spectre est alors *normal par rapport à l'indice.*

Thollon réunit dans son spectroscope un certain nombre de ces couples rectangles formés chacun par les deux moitiés en regard de deux prismes consécutifs. Il emploie des prismes composés (crown et sulfure de carbone) ayant un pouvoir dispersif considérable. On a figuré ci-contre l'un de ces prismes ([1]), la marche d'un rayon ([2]), enfin la disposition générale de l'appareil tel que le construit Laurent. Il suffit d'agir sur la vis V pour faire défiler tout le spectre devant l'œil de l'observateur; cette vis entraîne avec elle

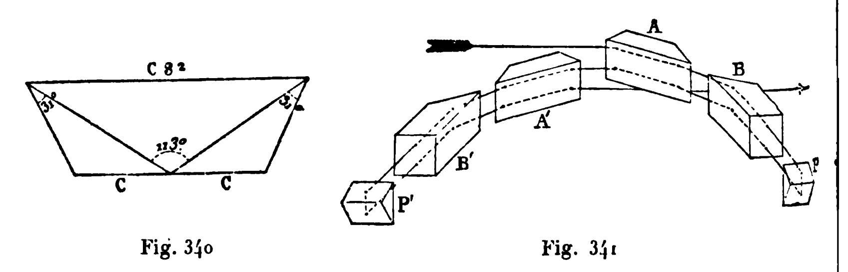


Fig. 340 Fig. 341

une bande de papier sur laquelle on enregistre les raies au moyen d'un crayon commandé par la manivelle M, placée sous la lunette O. Thollon a pu relever ainsi en quelques mois la position de près de 4 000 raies. Beaucoup de raies regardées jusqu'alors comme simples ont été dédoublées : (elles appartenaient toutes à deux substances; mais nombre de raies (F et C, par exemple) se sont seulement montrées plus larges, tandis que d'autres restaient d'une

([1]) Les indices moyens des deux substances différant peu, il est possible, sans perdre trop de lumière, d'employer des incidences considérables, à la condition toutefois d'une grande perfection dans le travail des surfaces.

([2]) Avec deux nouveaux prismes à réflexion, on obtiendrait rigoureusement la vision directe, mais on perdrait un peu de lumière.

finesse extrême, malgré l'énorme dispersion. La distance angulaire des raies D était 12′, leur distance apparente 15 millimètres, la longueur du spectre 15 mètres.

Il va de soi que dans tous ces appareils la lunette pourra être d'autant plus puissante que le spectre sera lui-même plus pur.

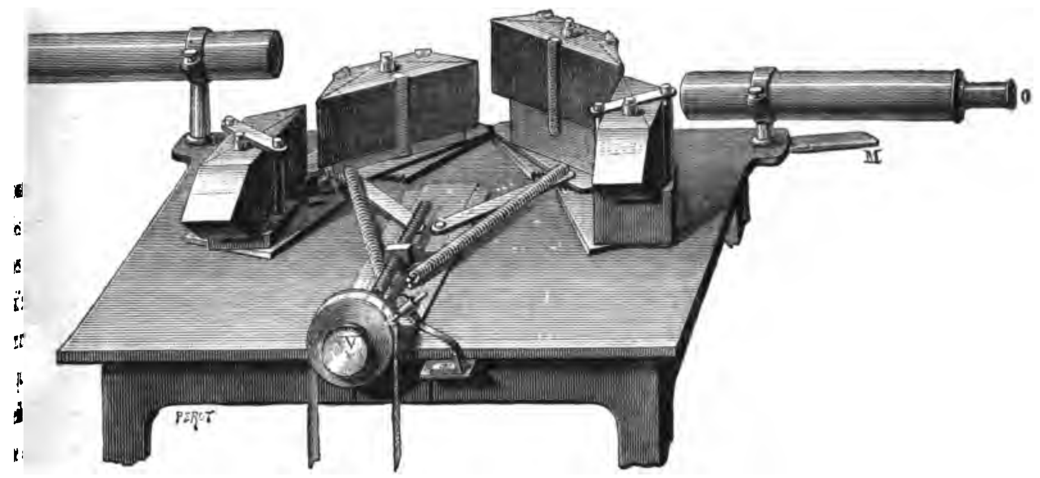


Fig. 342

M. Wolf (¹) a construit tout récemment un spectroscope dans lequel une lunette à fort pouvoir optique permet de distinguer les détails les plus délicats du spectre.

Échelles spectroscopiques. — Dans le spectroscope de Bunsen, l'échelle était une division en parties égales de longueur arbitraire. On se contente encore ordinairement de ce dispositif; car les distances respectives des raies dépendant du système réfringent adopté, une conversion sera en général nécessaire pour ramener les mesures à un spectre type. On nomme *spectre normal*, celui dans lequel les déviations des différentes couleurs sont proportionnelles aux longueurs d'onde : c'est le spectre type.

Pour traduire les divisions de l'échelle d'un spectroscope en longueurs d'onde, on notera sur cette échelle la position d'un certain nombre de raies dont la longueur d'onde soit exactement connue, et l'on rattachera ces observations entre elles à l'aide d'une

(¹) Wolf, *Bulletin des séances de la Société française de physique*; 1890.

formule empirique (¹) ou d'une courbe sur laquelle on lira immédiatement la longueur d'onde correspondant à une division quelconque de l'échelle (comprise entre les points marqués directement).

Importance du spectroscope. — Avec le spectroscope est née une science nouvelle, merveilleusement féconde. Nous n'avons pas à rapporter ici toutes les conquêtes qui lui sont dues. Mais nous ne saurions faire comprendre le rôle capital joué par le spectroscope sans indiquer les questions que cet instrument a permis d'aborder et de résoudre. Nous insisterons seulement sur celles qui touchent spécialement à notre sujet.

435. Étude des différentes sources de lumière. — *Extension des recherches relatives à la décomposition de la lumière.* — Sous l'influence du spectroscope, la question de la décomposition de la lumière s'est singulièrement élargie. Newton n'avait expérimenté que les rayons solaires. On a soumis au spectroscope les différentes sources de lumière — sources naturelles : astres et météores lumineux ; sources artificielles : flammes et corps incandescents — le rayonnement étant observé tel qu'il émane de la source ou après son passage à travers un milieu retenant une partie des rayons. De là deux sortes de spectres, les *spectres d'émission* et les *spectres d'absorption.*

Spectres d'émission.

Deux espèces de spectres d'émission. — Ces spectres se partagent eux-mêmes en spectres continus et discontinus.

Spectres continus des liquides et des solides. — Les solides ou liquides incandescents émettent un spectre continu s'étendant de plus en plus du côté du violet à mesure que la température s'élève (²). Parmi les sources à spectre continu, nous citerons les charbons entre lesquels jaillit l'arc voltaïque (mais non l'arc), les lampes à incandescence et les flammes (becs de gaz, lampes à huile ou à pétrole, bougies), toutes sources dans lesquelles le corps incandescent est le carbone solide.

(¹) Gibbs, *Silliman's Journal of science*; 1870. — Cornu, *Ann. de chim. et de phys.*, (6), VII, 57; 1886.

(²) Draper, *Phil. Mag.*, (3), XXX, 345 ; 1847.

Spectres discontinus des vapeurs ou gaz. — Les vapeurs ou gaz incandescents donnent un spectre discontinu, formé de raies brillantes sur fond obscur. La température s'élevant, les raies s'élargissent et s'estompent; de même, la densité de la vapeur croissant, le spectre tend à devenir continu.

Différents moyens de volatiliser les corps pour obtenir leur spectre. — Les moyens employés pour porter le corps à l'incandescence ayant ici une grande influence sur les résultats, nous devons énumérer les plus importants qui se rattachent à deux catégories : flammes et décharges.

a) *Flammes.* — Les flammes non lumineuses de la lampe à alcool (Melville, Brewster, Herschel, Miller (1)) ou mieux du bec Bunsen (Kirchhoff et Bunsen) conviennent très bien pour étudier les spectres des corps se volatilisant à température peu élevée. On voit sur la figure 331 comment le corps (sel métallique) est porté dans la flamme au moyen d'un fil de platine préalablement plongé dans une dissolution ou muni d'un fragment du corps : le fil doit être placé plus bas que la fente, de façon à ne pas introduire le spectre continu du platine incandescent (2). Si une température plus haute est nécessaire, on se servira de la flamme de l'hydrogène dans l'air (A. Mitscherlich (3), Mascart (4)) ou de celle du gaz tonnant (Wolf et Diacon (5)). Mais on préférera ordinairement recourir à l'électricité.

(1) En 1752, Melville examina avec un prisme quelques flammes colorées et remarqua que l'alcool salé ne présente qu'une couleur (MELVILLE, *Edimb. phys. and litt. Essays*, II, 12 ; 1752). En 1822, Brewster confirma cette propriété de la *lampe monochromatique* (BREWSTER, *Trans. of the R. S. of Edimburgh*; 1822). La même année, Herschel étudia les spectres d'un grand nombre de flammes colorées et particulièrement ceux relatifs au chlorure de strontium, au chlorure de cuivre et à l'acide borique (John Herschel, *Trans. of the R. S. of Edimburgh*; 1822). En 1845, Miller releva les spectres un peu confus émis par les sels alcalins et alcalino-terreux dans la flamme de l'alcool (MILLER, *Report of the British Association*; et *Phil. Mag.*, (3), XXVII, 81 ; 1845).

(2) Pour obtenir une alimentation continue, on peut employer soit un tube disposé comme ceux au moyen desquels on donne à boire aux oiseaux (A. Mitscherlich), soit un pulvérisateur lançant dans la flamme la substance réduite en poussière (Bunsen, Gouy). — GOUY, *Ann. de chim. et de phys.*, (5), XVIII, 23; 1879.

(3) A. MITSCHERLICH, *Pogg. Ann.*, CXVI; 1862; et *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXIX, 169; 1863.

(4) MASCART, *Annales de l'École normale*, IV; 1866.

(5) WOLF et DIACON, *Mémoires de l'Académie de Montpellier*; 1862.

b) *Décharges.* — Dès 1835, Wheatstone (¹) avait observé que l'étincelle éclatant entre deux boules d'un métal donne un spectre formé de raies brillantes, caractéristiques du métal et indépendantes du milieu ambiant (il opérait avec une étincelle grosse et courte). Mais les anciennes machines étaient fort incommodes: et Masson (²) perfectionna singulièrement le procédé en tirant l'étincelle de la bobine d'induction et en la condensant à l'aide d'une jarre intercalée dans le circuit.

Quand il introduisit le métal dans l'arc électrique, Wheatstone obtint les mêmes raies que par l'étincelle. Foucault (³) fit également

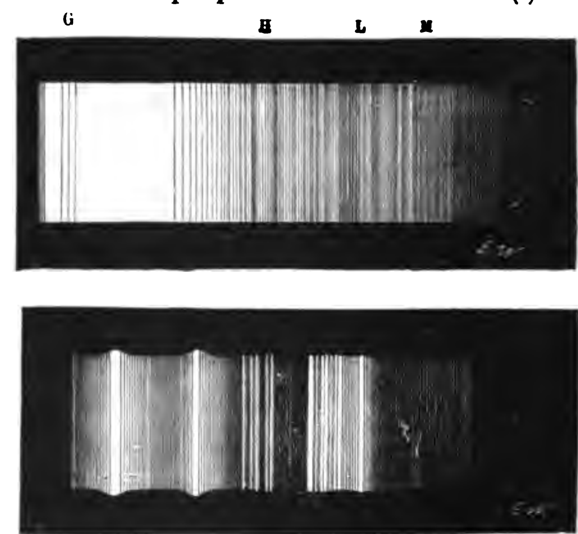


Fig. 343

usage de l'arc pour réduire les métaux en vapeurs incandescentes, et Robiquet (⁴) l'employa dans un travail remarquable auquel nous empruntons les photographies ci-jointes du spectre solaire et du spectre de l'argent (⁵). Avec ce métal, l'expérience est très belle

(¹) WHEATSTONE, *Report of the British Association in Dublin*; ou *Chemical News*, III, 198; 1835. Cf. TALBOT, *Brewster's Journal of Science*, V; 1826; et *Phil. Mag.*, IV, 114; 1834.

(²) MASSON, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XXXI, 295 et XLV, 385; 1851-55.

(³) FOUCAULT, *Bulletin de la Société philomatique*, et *l'Institut*; 1849.

(⁴) ROBIQUET, *C. R.*, XLIX, 606; 1859.

(⁵) Ces photographies ne reproduisent que les parties bleues et violettes des spectres, mais en revanche elles s'étendent à une certaine distance au-delà du violet.

à montrer dans un cours. On met dans la lanterne de projection une lampe électrique, munie en bas d'un gros charbon creusé d'une coupelle où se place un fragment du métal. On fait jaillir l'arc sur ce fragment pris comme pôle positif. La lumière, sortant par la fente de la lanterne, rencontre une lentille à long foyer qui l'envoie sur un système de deux prismes équilatères au sulfure de carbone et de là sur un écran suffisamment éloigné. Si

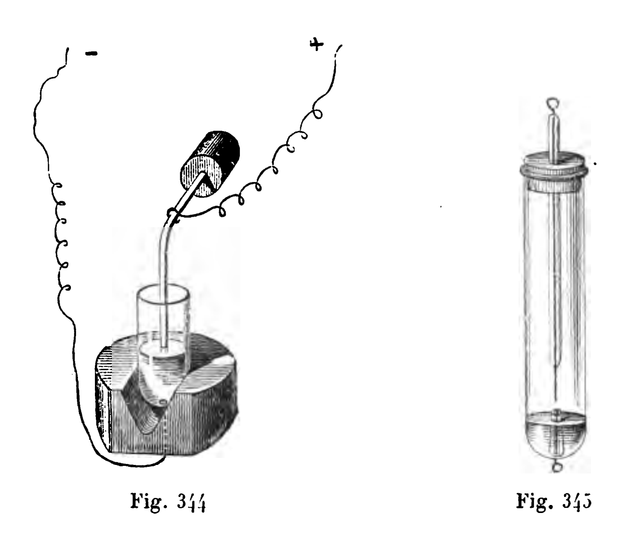


Fig. 344 Fig. 345

l'on a ajouté à la partie inférieure de la lampe un revolver portant une demi-douzaine de charbons sur chacun desquels a été mis un métal différent, on pourra en quelques instants faire passer sous les yeux de l'assistance les spectres les plus curieux : argent, zinc, cuivre, fer, sodium (en opérant de même que pour les autres, ou en se servant d'un charbon préalablement imbibé de chlorure de sodium), lithium (au moyen d'un charbon imbibé de chlorure de lithium). Ce dernier procédé s'applique à tous les corps que l'on peut avoir à l'état liquide.

Si l'on préfère volatiliser le liquide par l'étincelle [1], on le mettra dans un tube bouché à la partie inférieure et traversé par un fil de platine relié au pôle négatif de la bobine (la force d'arrache-

[1] Déjà en 1859, van der Willigen faisait éclater l'étincelle entre deux fils de platine, mouillés de la dissolution saline à étudier (VAN DER WILLIGEN, *Pogg. Ann.*, CVI, 610 et CVII, 473 ; 1859).

ment étant plus grande à ce pôle qu'à l'autre); un deuxième fil de platine, attaché au pôle positif, sera introduit par la partie supérieure et maintenu très près de la surface du liquide (¹). La figure 344 représente le *tube à étincelles* de M. Lecoq de Boisbau-



Fig. 346



Fig. 347

dran (²) qui a effectué par cette méthode une intéressante série de recherches au cours desquelles il découvrit un métal nouveau, le gallium. MM. Delachanal et Mermet (³) ont construit, sous le nom

(¹) Seguin, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXIX, 108; 1863.
(²) Lecoq de Boisbaudran, *Spectres lumineux*. Paris, Gauthier-Villars; 1874.
(³) Delachanal et Mermet, *Journal de physique*, V, 10; 1876.

de *fulgurateur* (fig. 345), un petit appareil dans lequel l'électrode négative, constituée par un fil de platine coiffé d'un bout de tube légèrement conique, forme une sorte de mèche qui maintient par capillarité le niveau du liquide à distance fixe de l'électrode positive.

Avec les gaz et vapeurs, on emploie, suivant les cas, soit un simple *tube excitateur* (fig. 346), disposé pour obtenir une étincelle condensée, grosse et courte (ordinairement sous la pression atmosphérique), soit un *tube de Plücker* (fig. 347), ainsi nommé du physicien (1) à qui on en doit l'usage : c'est un tube de Geissler, étranglé, où le gaz a été amené à l'état de raréfaction qui favorise particulièrement l'effluve (2).

Analyse spectrale. — Wheatstone avait signalé dans les spectres des métaux volatilisés par l'étincelle ou par l'arc « un moyen de caractériser les éléments plus facile que l'examen chimique ». Swan (3) remarqua la fréquence de la raie du sodium et l'expliqua par la sensibilité de la méthode et la diffusion des sels de soude. Foucault fit voir que cette raie coïncide avec la raie solaire obscure D de Fraunhofer et réussit à la produire elle-même en noir comme dans le spectre solaire (fait capital sur lequel nous reviendrons bientôt). Ångström (4), par le procédé de Masson, étudia avec le plus grand soin les spectres des métaux et ceux des gaz, et il indiqua nettement l'origine des spectres d'absorption. Mais l'application de toutes ces idées et de tous ces résultats à l'investigation des éléments est vraiment l'œuvre de Kirchhoff et de Bunsen (5). En portant les sels métalliques dans la flamme du bec Bunsen et en examinant cette flamme avec le spectroscope à échelle latérale, ils rendirent pratique l'observation des spectres; ils firent comprendre l'importance de cette observation pour l'analyse chimique; et par la constatation de l'existence des métaux terrestres dans

(1) PLÜCKER, *Pogg. Ann.*, CVII, 497; 1859.

(2) En l'électrisant par des gaines extérieures on peut éliminer toute électrode (voir SALET, *loc. cit.*, p. 211).

(3) SWAN, *Trans. of the R. S. of Edinburgh*, XXI, 414; 1857.

(4) ÅNGSTRÖM, *K. Vet. Akad. s. Handl.* Stockholm; 1853 (*Pogg. Ann.*, XCIV, 141; et *Phil. Mag.*, (4), IX, 327; 1855).

(5) KIRCHHOFF et BUNSEN, *Pogg. Ann.*, CX, 161; 1860 (*Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXII, 452; 1861); et CXIII, 337; 1861 (*Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXIV, 267; 1862).

l'atmosphère du soleil, aussi bien que par la découverte du cesium et du rubidium, ils prouvèrent l'excellence de la méthode. L'analyse spectrale, qui est à proprement parler un procédé pour étudier un rayonnement lumineux, devint dès lors un moyen de scruter la matière.

Spectres des métaux. — Les travaux de Kirchhoff et Bunsen sur les spectres des métaux alcalins et alcalino-terreux dans les flammes, ont été résumés par eux en deux planches, l'une coloriée qui montre assez bien ce que l'on voit dans le spectroscope, l'autre qui figure en noir, c'est-à-dire négativement, les raies brillantes des métaux: l'abscisse de chaque raie indique sa position sur l'échelle de leur instrument (échelle arbitraire, on le sait, et dont ils plaçaient la division 50 sur la raie D); l'ordonnée est proportionnelle à l'intensité. Nous donnons ici le *fac simile* de cette deuxième planche [1].

Quelques indications sont nécessaires relativement à ces raies qui servent couramment pour graduer les échelles des spectroscopes.

Le spectre des sels de soude dans la flamme se réduit à une raie jaune $Na\alpha = 589,2$ [2], correspondant à la raie D de Fraunhofer, et se dédoublant, comme elle, par une dispersion un peu forte, en deux raies $D_1 = 589,5$ et $D_2 = 588,9$. Elle se manifeste nettement, d'après Kirchhoff et Bunsen, dès que la flamme contient un demi-millionième de milligramme de sodium. Aussi est-il très difficile de l'éviter : les poussières suspendues dans l'air suffisent à la produire. Avec une quantité de soude un peu forte on aperçoit à droite et à gauche un spectre continu. Si l'on emploie une température plus haute, à l'aide du chalumeau (Wolf et Diacon, Mascart), ou au moyen de l'étincelle électrique (Kirchoff, Lecoq de Boisbaudran, Salet), on voit apparaître de nouvelles raies.

Les sels de lithine sont caractérisés par une belle raie rouge $Li\alpha = 670,7$, accompagnée, si la température est assez élevée, d'une faible raie orangée $Li\beta = 610,2$ et d'une très faible raie bleue $Li\gamma = 460,4$, qui domine au contraire dans le spectre obtenu avec l'étincelle électrique.

Le potassium émet un spectre continu, allongé, aux deux extrémités duquel se distinguent deux raies caractéristiques, l'une dans

(1) Ce *fac simile*, comme la plupart des figures de ce chapitre, est emprunté au *Traité de spectroscopie* de M. Salet.

(2) Longueur d'onde, en millionièmes de millimètre.

l'extrême rouge $K\alpha = 768$ (se dédoublant aisément en 769,7 et 766,3), l'autre, plus faible, dans l'extrême violet $K\beta = 404{,}5$. Le spectre est beaucoup plus beau sous l'action de l'étincelle électrique qui fait surgir, surtout dans le vert, de nombreuses raies, visibles également à la flamme avec le chlorate.

Le cesium (*cæsius*, pers) présente deux raies bleues $Cs\alpha = 456{,}0$ et $Cs\beta = 459{,}7$, plus, dans l'orangé, une raie double $Cs\gamma$, faible dans

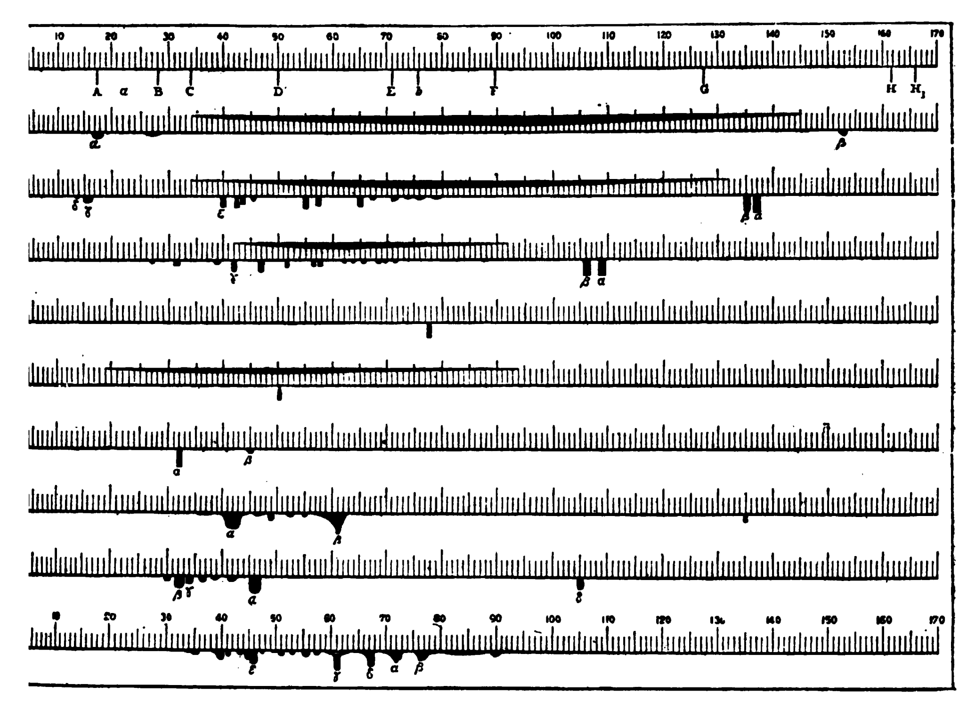


Fig. 348

les conditions ordinaires, mais acquérant de l'éclat aux températures élevées en même temps que de nouvelles raies apparaissent dans le jaune et dans le vert.

Le rubidium (*rubidus*, rouge) offre deux belles raies violettes $Rb\alpha = 420{,}2$, $Rb\beta = 421{,}6$, et deux raies rouges $Rb\gamma = 780$, $Rb\delta = 795{,}1$, toutes les deux moins réfrangibles que A du soleil, avec d'autres raies de moindre importance.

Au nombre des conquêtes du spectroscope, nous citerons encore ici le thallium (θάλλω, verdir), trouvé par Crookes, et caractérisé par une

raie simple, très brillante, dans le vert Tl$\alpha = 534{,}9$; et l'indium (*indicum*, indigo), découvert par MM. Reich et Richter, qui donne une belle raie bleue In$\alpha = 451{,}0$ et tout près de *h* une pâle raie violette In$\beta = 410{,}1$, devenant vigoureuse dans l'étincelle.

Le chlorure de strontium manifeste : dans le rouge, six bandes ([1]) très belles mais un peu vagues (la moins vague est Sr$\beta = 669{,}4$), dans l'orangé une bande double assez nette Srα centrée sur 605 environ, et dans le bleu une raie caractéristique Sr$\delta = 460{,}7$. C'est la seule raie qui appartienne au métal, comme nous le verrons.

Le chlorure de calcium montre deux belles bandes, l'une dans le rouge Caα correspondant à environ 622 (elle se partage en trois, Ca$\alpha_1 = 626{,}5$ nuageuse, Ca$\alpha_2 = 620{,}2$ nette, Ca$\alpha_3 = 618{,}1$ nette), l'autre dans le vert Ca$\beta = 554$ (on y distingue facilement deux raies, l'une forte mais nuageuse 554,3, l'autre plus faible 551,7), auxquelles s'ajoute dans le bleu une raie très peu intense 422,6 due au métal.

Avec le chlorure de baryum on a un spectre très compliqué dans lequel se détachent surtout les belles bandes vertes Ba$\delta = 531{,}3$, Ba$\alpha = 524{,}2$, Ba$\beta = 513{,}6$, dues au chlorure et la raie Ba$\gamma = 553{,}6$ due au métal.

Chaque métal leur ayant paru présenter un spectre indépendant de la nature du sel et de la température de la flamme, Kirchhoff et Bunsen admirent que les atomes se révélaient par leurs raies propres, quel que fût l'état de combinaison où ils pouvaient se trouver : si dans le spectre d'un sel on ne voyait que les raies du métal, cela tenait à ce que le métal, dense et opaque, rayonnait incomparablement plus que les corps légers et transparents auxquels il était uni ([2]).

Les expériences d'A. Mitscherlich ([3]) et de Diacon ([4]) ont établi que les composés donnent des raies spéciales et caractéris-

([1]) Une bande, dégradée d'un seul côté et résoluble en raies fines, ne doit pas être confondue avec une raie large, estompée, qu'une dispersion plus forte ne fait que rendre diffuse.

([2]) Déjà toutefois, dans leur second mémoire, Kirchhoff et Bunsen trouvaient probable qu'un composé chimique donnât d'autres raies que les éléments qui le constituent.

([3]) A. Mitscherlich, *loc. cit.*; et *Pogg. Ann.*, CXXI; 1864.

([4]) Diacon, *Thèse inaugurale.* Montpellier, Bœhm et fils; 1864; et *Ann. de chim. et de phys.*, (4), VI, 5; 1865.

tiques, pourvu qu'ils existent à la température où se fait l'expérience; en d'autres termes, les molécules ont leurs spectres individuels. C'est ainsi que les spectres des chlorures alcalino-terreux, attribués par Kirchhoff et Bunsen aux métaux seuls, ne renferment en réalité que quelques raies du métal, auxquelles viennent se joindre des bandes du chlorure et le spectre de l'oxyde. Le chlorure, le bromure, l'iodure, le fluorure de baryum ont des spectres différents (A. Mitscherlich). Le chlorure de sodium, volatilisé dans la flamme d'un chalumeau à hydrogène et chlore, n'offre sensiblement aucun spectre (Diacon).

Le chimiste dont les recherches portent sur des composés métalliques devra être en garde contre toutes ces difficultés.

Quant au physicien, la décharge électrique lui procurera d'ordinaire le moyen d'obtenir le spectre d'un corps simple.

Certaines précautions dans l'emploi de l'étincelle condensée jaillissant entre deux pôles métalliques appellent cependant l'attention. Si l'étincelle est longue, son milieu présente presque exclusivement les raies du gaz dans lequel on expérimente, et les quelques raies métalliques que l'on peut y observer sont nuageuses et diffuses; ses extrémités fournissent spécialement les raies du métal. En rapprochant assez les électrodes, on fait disparaître ou tout au moins on atténue les raies de l'air; elles se réduisent alors aux raies de l'azote et à la raie β de l'hydrogène. Kirchhoff [1], Ångström et Thalén [2], Huggins [3] ont étudié par ce procédé les raies brillantes des métaux et les ont comparées aux lignes sombres du spectre solaire.

Parmi ces raies, quelques-unes sont à signaler :

Le magnésium, dont les sels n'émettent aucun spectre à la flamme du bec Bunsen, montre, sous l'action de l'étincelle, dans le vert, une belle raie triple [4] coïncidant avec la raie solaire b ($b_1 = 518{,}3$, $b_2 = 517{,}2$, $b_4 = 516{,}6$) [5].

L'aluminium, qui ne manifeste de spectre à aucune flamme,

(1) KIRCHHOFF, *Abhandl. d. K. Acad. d. Wiss. zu Berlin*; 1861-63.

(2) THALÉN, *Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal*, (3), VI; 1868; et *Ann. de chim. et de phys.*, (4), XVIII, 202; 1869.

(3) HUGGINS, *Proceed. of the R. S.*; 1862-85, passim.

(4) Cette même raie apparaît au chalumeau à gaz tonnant avec la magnésie et le chlorure de magnésium.

(5) b_4 appartient aussi au fer, ainsi que $b_3 = 516{,}8$.

offre, avec l'étincelle, quatre bandes vertes diffuses 572,2 569,5 505,6 466,2.

Le zinc produit de très belles raies, parmi lesquelles brillent dans le bleu 481,2 472,1 468,1 et dans l'orangé 636,1.

Le cadmium (1) a un spectre éclatant où se remarquent principalement dans l'orangé (près de C) 643,8, dans le vert 508,5, dans le bleu 479,9 467,7.

Outre les raies visibles, ces quatre métaux présentent de plus, dans la région ultraviolette, des lignes constituant des repères précieux pour l'étude de cette région (Mascart (2), Cornu (3)).

Le cuivre (4) se décèle par un spectre compliqué, au milieu duquel on distingue trois raies vertes 521,8 515,3 510,6, deux raies jaunes 578,1 570,0 et enfin deux raies rouges 616,8 606,1.

Dans le spectre de l'argent se détachent surtout deux magnifiques raies vertes, situées de part et d'autre de E, 546,4 520,8.

Spectres des métalloïdes. — Pour terminer cette rapide esquisse des spectres d'émission, dans leur partie visible, il nous reste à dire quelques mots sur les spectres des principaux métalloïdes qui procurent aussi d'excellents repères et qui sont en outre le siège de phénomènes très curieux.

Plücker a trouvé que, dans ses tubes, les gaz simples émettaient suivant les cas, deux spectres différents : 1° un spectre de bandes (*spectre primaire*) avec la décharge à faible tension ; 2° un spectre de lignes (*spectre secondaire*) avec la décharge à haute tension.

L'hydrogène donne très facilement dans un tube de Plücker un spectre de lignes, comprenant quatre raies, dont l'éclat et la netteté vont en diminuant du rouge au violet, savoir :

dans le rouge,	$H\alpha = 656{,}18$	coïncidant	avec la raie	solaire	C,
— vert,	$H\beta = 486{,}06$	—	—		F,
— bleu,	$H\gamma = 433{,}95$	—	—		G',
— violet,	$H\delta = 410{,}12$	—	—		*h*,

(1) Les sels de cadmium montrent (faiblement) ces raies dans la flamme.

(2) Mascart, *Ann. de l'École normale*, (1), IV, 7 ; 1866.

(3) Cornu, *Ann. de l'École normale*, (2), III, 421 ; 1874 ; et *Journal de physique*, (1), X, 425 ; 1881.

(4) Avec un sel de cuivre, la flamme se colore en vert et offre au spectroscope des bandes qui s'étendent depuis C jusqu'au delà de F et qui sont particulièrement intenses dans le voisinage de E.

plus toute une série de raies ultraviolettes sur lesquelles nous aurons à revenir. Ces raies s'élargissent quand la pression augmente (¹) et quand la température s'élève, lorsque l'étincelle

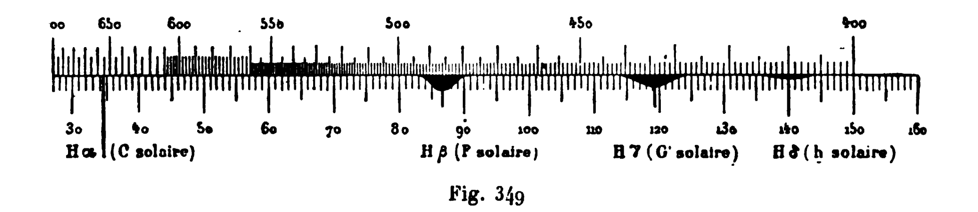


Fig. 349

devient plus forte ou le tube plus étroit. Il n'y a vraisemblablement que ce spectre de lignes; les autres spectres attribués à l'hydrogène, en particulier par M. Wüllner (²), seraient dus à des impuretés (³).

Des nombreuses recherches effectuées sur l'azote, il paraît au contraire résulter que ce gaz a réellement deux spectres distincts (⁴).

Un tube de Plücker à azote, traversé par l'effluve, montre un très beau spectre de bandes, qui forment deux séries différentes

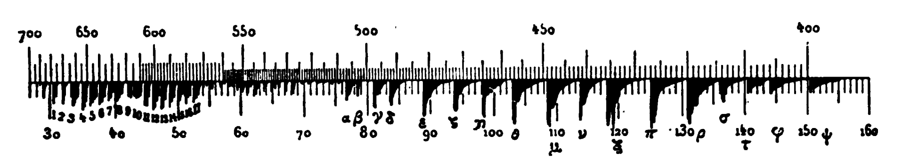


Fig. 350

et naissent les unes dans le rouge et le jaune, les autres dans le bleu et le violet (ces dernières sont naturellement plus développées dans les tubes étroits où la température est plus élevée). Nous

(¹) La flamme de l'hydrogène, lumineuse sous 20 atmosphères de pression (Frankland), donne alors un spectre continu dans la partie visible.

(²) M. Wüllner a décrit cinq spectres de l'hydrogène. Son deuxième spectre, spectre primaire de Plücker, relevé avec soin par Hasselberg, doit être attribué à l'acétylène (Berthelot et Richard, *C. R.*, LXVIII, 1546; 1869).

(³) Voir plus loin, p. 530.

(⁴) Ångström, *Pogg. Ann.*, XCIV, 158; 1855. — Huggins, *Phil. Trans.*, CLIV, 144; 1864. — Plücker et Hittorf, *Phil. Trans.*, CLV, 1; 1865.

reproduisons ici, d'après M. Hasselberg [1], à une très forte dispersion, deux bandes de la première série et une de la deuxième.

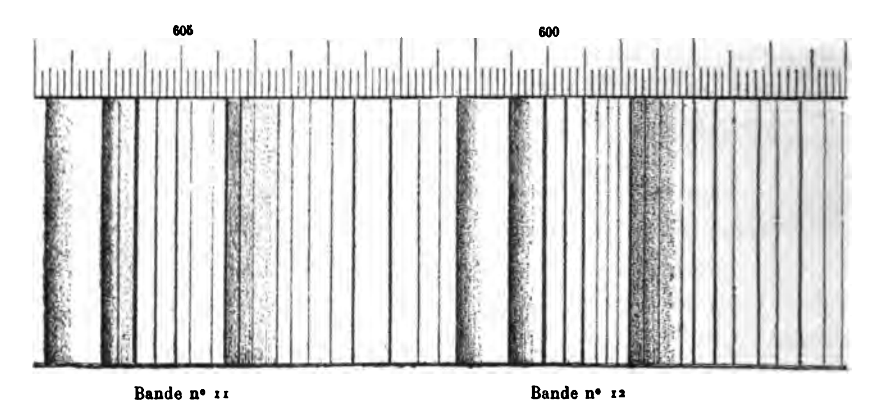


Fig. 351

Si le tube devient très résistant, soit par un amoindrissement considérable de la pression, soit par un rétrécissement extrême, ou si l'on emploie la décharge disruptive, le spectre de bandes dispa-

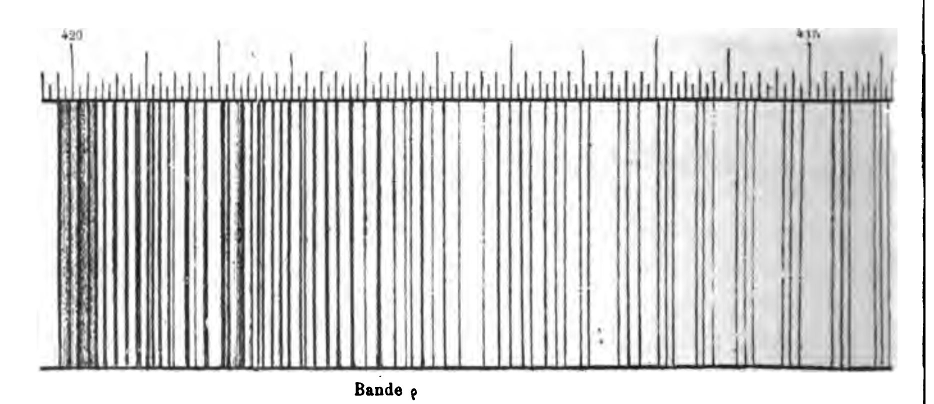


Fig. 352

raît et un spectre de lignes (fig. 353) surgit sur fond sombre. On obtient très facilement ce spectre de lignes avec l'étincelle condensée jaillissant à travers de l'azote contenu dans un tube excitateur comme celui de la figure 346.

(1) Hasselberg, *Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, XXXII; 1885. Voir aussi Piazzi Smyth, *Trans. of Edinburgh*, XXXII; 1883.

Plücker et Hittorff [1] expliquaient l'existence de deux spectres par deux états allotropiques de l'azote. Ångström et Thalén [2] attribuèrent le spectre de bandes à un composé oxygéné de l'azote. Une expérience de M. A. Schuster [3] semble confirmer cette dernière manière de voir : en volatilisant du sodium dans un tube de

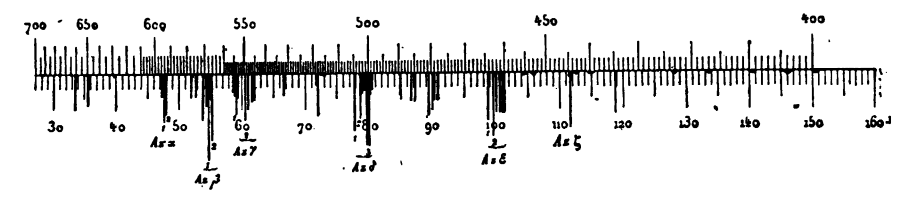


Fig. 353

Plücker à azote, M. A. Schuster vit disparaître le spectre de bandes. Mais M. Salet a reconnu que le sodium se combine avec l'azote sous l'influence de l'effluve, de sorte que le vide est tel que le tube ne donne plus aucun spectre, ni de bandes, ni de lignes. Si l'on volatilise le sodium dans une partie du tube située en dehors de l'effluve, bien que vraisemblablement tout l'oxygène soit absorbé, les bandes persistent [4].

M. Salet les regarde comme le spectre de la molécule (formée de deux atomes), tandis que les lignes seraient le spectre de l'atome. Il attribue à un azote allotropique, plus condensé et plus actif que l'azote ordinaire, un troisième spectre (à bandes cannelées) fourni par la gaîne bleue recouvrant l'électrode négative d'une bobine dont l'étincelle éclate dans l'air, ou par la lueur bleue entourant la même électrode à l'intérieur d'un tube de Plücker à azote [5].

Selon M. Wüllner [6], le spectre varierait simplement d'une façon continue avec la température, de même que le spectre d'un solide

(1) Plücker et Hittorff, *Phil. Trans.*, CLV, 1; 1865.
(2) Ångström et Thalén, *Nova acta Reg. Soc. Sc. Upsal*, (3), IX; 1875.
(3) Schuster, *Proceed. of the R. S.*, XX, 482; 1872.
(4) Ce résultat a été confirmé par M. Deslandres (*Ann. de chim. et de phys.*, (6), XV, 5; 1888). La présence de l'hydrogène reste seule à craindre.
(5) Salet, *loc. cit.*, p. 224. Voir aussi Deslandres, *loc. cit.*
(6) Wüllner, *Pogg. Ann.*, CXXXVII, 337; et *Ann. de chim. et de phys.*, (4), XVIII, 483; 1869.

ou d'un liquide. Par une diminution graduelle de la pression à l'intérieur du tube de Plücker à azote, le spectre de bandes s'obscurcit et s'efface inégalement dans ses diverses parties, tandis que le spectre de lignes apparaît progressivement sur le fond affaibli du premier spectre (¹).

D'après M. Schuster, l'oxygène présente dans l'étincelle condensée

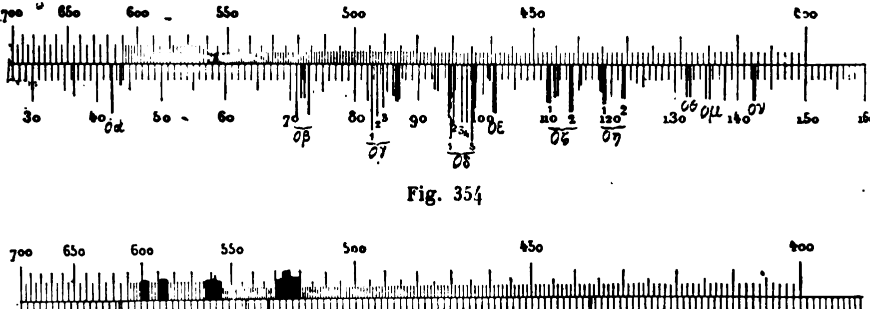


Fig. 354

Fig. 355

un spectre de lignes, qu'il appelle *spectre élémentaire* pour le distinguer d'un autre spectre de lignes, qu'il nomme *composé* en l'attribuant à un édifice atomique plus compliqué que celui de l'oxygène ordinaire : ce deuxième spectre, que l'on observe avec l'effluve dans un tube de Plücker, comprend quatre raies, dont la moins réfran-

(¹) Le fait a été vérifié par M. Crookes dont les expériences sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Pression.	Spectre.
55^{mm}	Le spectre de bandes commence à se montrer dans le rouge et dans le jaune.
20	Les bandes bleues et violettes se dessinent nettement.
1,14	Le spectre de bandes est dans toute sa magnificence.
1	Quelques lignes paraissent.
0,812	Les deux spectres ont le même éclat.
0,450	Les lignes seules persistent.
0,188	Les lignes des extrémités (au-delà de 610 et de 400) disparaissent.
0,003	On voit encore certaines lignes vertes et bleues, entre autres $Az\beta_1$.
0,002	Il n'y a plus que quelques traces de raies, à peine visibles dans la phosphorescence verte du tube.

(Crookes, *Phil. Trans.*, part II, 414; 1881.)

gible semble seule coïncider avec l'une des raies du premier spectre. Il y a également au pôle négatif un spectre de bandes, décrit d'abord par M. Wüllner.

Le spectre de l'air est essentiellement celui de l'azote, mais l'hydrogène et la vapeur d'eau s'y révèlent aussi, comme M. Kundt l'a constaté sur le spectre de l'éclair : ici encore l'étincelle (éclair en zigzag) fait surgir le spectre de lignes, et l'effluve (éclair de chaleur) le spectre de bandes.

Le soufre donne très aisément, suivant les cas, un spectre de lignes ou un spectre de bandes (Plücker et Hittorff). La figure 353

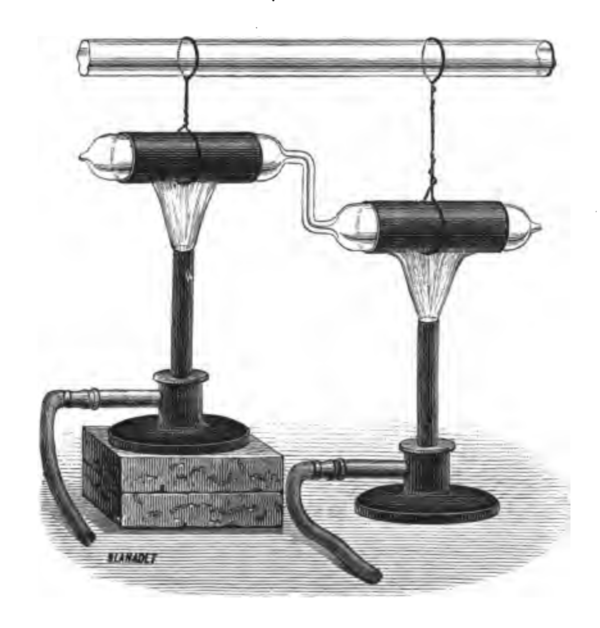


Fig. 356

montre comment M. Salet dispose l'expérience, les gaînes au moyen desquelles on illumine le tube étant utilisées en même temps pour l'échauffer. « Si l'on chauffe modérément le soufre de façon à élever fort peu la pression dans l'appareil, et si l'on se sert de la bobine seule, on voit paraître une lumière bleu tendre dont le spectre, véritable type des spectres de bandes, se compose de brillantes cannelures généralement doubles, paraissant régulièrement dégradées du côté

du rouge, mais dans lesquelles une forte dispersion permet de distinguer une foule de lignes élémentaires, séparées par des intervalles obscurs. » Ces bandes, objet des patientes recherches de Plücker et Hittorff, offrent un mode d'arrangement signalé tout d'abord par M. Mascart [1] dans les spectres du sodium et du magnésium (considérés jusque dans la région ultra violette) : les maxima lumineux, qui, au premier aspect, semblent distribués d'une façon irrégulière, peuvent se partager en plusieurs séries, dans chacune desquelles les distances sont presque égales (elles augmentent lentement et régulièrement vers le violet). « Lorsqu'on illumine le tube à soufre au moyen de la machine de Holtz ou de la bouteille de Leyde avec interruption, la température étant assez élevée pour que la tension de la vapeur de soufre soit sensible, l'étincelle devient grêle et donne un beau spectre de lignes », obtenu pour la première fois par Seguin (il faisait passer l'étincelle dans de l'hydrogène chargé de vapeurs de soufre), décrit et mesuré par Plücker et Hittorff, et étudié avec beaucoup de soin par M. Salet à qui nous avons emprunté les détails précédents.

De même, l'iode fournit, selon la température, un spectre cannelé qui est l'épreuve négative exacte du spectre d'absorption de l'iode, ou un spectre de lignes qui n'ont rien de commun avec les bandes du premier spectre [2].

Une puissante étincelle condensée éclatant dans l'oxyde de carbone ou l'acide carbonique produit, outre les raies de l'oxygène, un petit nombre de raies, indiquées par Ångström, et qui sont très probablement dues au carbone. On les retrouve dans le spectre des hydrocarbures et dans celui du cyanogène. Avec les tubes de Plücker, les différents composés carbonés présentent des spectres très variés, parmi lesquels on revoit les bandes observées par Swan dans la flamme des hydrocarbures.

Nous ne multiplierons pas les exemples; ceux que nous avons cités suffisent à mettre en relief les points acquis et les difficultés restantes.

[1] Mascart, *C. R.*, LXIX, 337; 1869.
[2] Wüllner, *Pogg. Ann.*, CXX, 158; 1863.

Spectres d'absorption.

Absorption par les gaz. — En 1832, Brewster ([1]) fit une observation essentielle. Sur le trajet des rayons projetant le spectre continu d'une lampe, il interposa un vase de verre (ballon à orifice étroit) dans lequel il introduisit des vapeurs nitreuses, et il vit le spectre se couvrir, surtout dans le violet et dans le bleu, d'un très grand nombre de raies obscures, semblables aux raies de Fraunhofer ([2]).

Toutes les vapeurs colorées se comportent ainsi ([3]). Même la vapeur d'eau, qui semble absolument incolore et transparente, a donné à M. Janssen un spectre d'absorption caractérisé par de nombreuses raies dans le rouge et l'orangé.

Du moment que l'on avait prouvé que certaines vapeurs absorbent certains rayons, on pouvait concevoir que l'origine des raies du spectre solaire fût en effet l'absorption de la lumière par un milieu agissant comme ces vapeurs.

Brewster, puis Forbes, ont donc cherché la cause de ces raies dans l'action de l'atmosphère terrestre sur les rayons solaires, en examinant le spectre à diverses heures de la journée et en différentes saisons. Mais ils n'arrivèrent pas à une conclusion décisive. Si l'influence de l'atmosphère est incontestable, elle s'exerce très inégalement. Tandis que les bandes sombres, découvertes par Brewster dans le spectre du soleil couchant, s'effaçaient vers midi, la plupart des raies décrites par Fraunhofer ne paraissaient pas varier avec l'épaisseur de la couche d'air traversée par les rayons.

Raies telluriques. — Il y a dans le spectre des *raies telluriques*, comme les a nommées M. Janssen ([4]), dont les travaux ont plus que

([1]) Brewster, *Phil. Trans. of Edinburgh*; 1833; et *Phil. Mag.*, (3), VIII, 384; 1836.

([2]) Elles s'étalent de plus en plus à mesure que la densité du gaz augmente et finissent par faire disparaître entièrement le violet. Elles augmentent en nombre et en intensité si l'on chauffe le gaz, et à une certaine température le spectre s'assombrit complètement.

([3]) Il faudrait toutefois excepter, d'après Miller, le chlorure de tungstène et le chlore; mais Morren, de Marseille, a obtenu le spectre d'absorption du chlore avec une couche épaisse (2 mètres) de ce gaz.

([4]) Janssen, *Ann. de chim. et de phys.*, (4), XXIII, 274; 1871 (dans ce mémoire est reproduite la carte publiée, en 1860, par Brewster et Gladstone, dans les *Phil. Trans.*).

tous les autres contribué à démontrer l'origine terrestre des bandes de Brewster. Il a résolu les plus importantes de ces bandes et il a reconnu qu'elles étaient dues à la vapeur d'eau. Ångström ([1]) a confirmé cette opinion en constatant la disparition complète des raies voisines de D (et en particulier de la *bande de la pluie*, δ de Brewster, longueur d'onde 578), des raies voisines de C et de la bande *a*, à Upsal, au mois de janvier 1864, par un froid de — 27°. Peu de temps après, dans l'usine à gaz de la Villette, M. Janssen ([2]) réussit à obtenir le spectre d'absorption de la vapeur d'eau à l'aide de vapeur surchauffée remplissant un long tube de 37 mètres; et il annonça que ce spectre était identique aux bandes qu'il avait étudiées dans le spectre solaire. Cette identité a été vérifiée indirectement par les météorologistes, qui ont même fait du spectroscope un instrument de prévision du temps : la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air peut en effet s'estimer avec une certaine précision par la noirceur des raies qu'elle détermine comparée à celle des raies métalliques voisines, ainsi que l'a établi M. Cornu ([3]) à

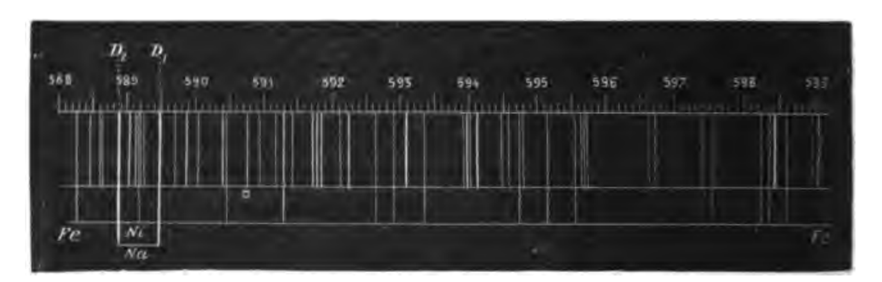


Fig. 357

qui nous empruntons le croquis ci-joint des groupes voisins de D. Dans l'observation précitée, Ångström a vu que les autres groupes telluriques, A et B de Fraunhofer et α d'Ångström, persistaient par les plus grands froids; ils doivent donc être attribués à quelqu'un des gaz permanents de notre atmosphère (à moins qu'ils

([1]) Ångström, *Recherches sur le spectre solaire. I. Spectre normal du soleil.* Upsal; 1868.

([2]) Janssen, *C. R.*, LXIII, 289; 1866.

([3]) Cornu, *C. R.*, XCV, 801; 1882; ou *Journal de physique*, (2), II, 58; 1883; et *Journal de l'Éc. Polyt.*, LIIIe cahier, 175.

ne proviennent d'un milieu existant entre le soleil et la terre ([1])) : après avoir examiné directement les spectres d'absorption de ces gaz, M. Égoroff ([2]) pense que les groupes A et B, dont M. Langley ([3]) avait déjà signalé l'analogie de structure, sont dus à l'oxygène ([4]); le même gaz produirait aussi α, d'après Thollon ([5]), qui a constaté la similitude complète des trois groupes.

Dans un travail remarquable dont nous nous bornons pour le moment à résumer les conclusions, M. Cornu ([6]) a prouvé que chacun des groupes A, B et α renferme trois espèces de raies, telles que les représente la figure 358 relative au groupe α ([7]) : des raies

([1]) ABNEY, *Nature* du 12 octobre 1882.

([2]) ÉGOROFF, *C. R.*, XCVII, 555; 1883.

([3]) LANGLEY, *Proceed. of the Americ. Acad.*; 1878.

([4]) Le spectre d'absorption de l'oxygène n'est visible que sous des épaisseurs ou des pressions considérables. M. Égoroff l'a obtenu du gaz comprimé à 6 atmosphères dans un tube long de 60 mètres. M. Janssen a opéré avec des tubes dont les longueurs variaient de $0^m,42$ à 120 mètres et sous des pressions croissant jusqu'à 200 atmosphères. Il a trouvé que l'oxygène présentait deux systèmes spectraux distincts : un premier système, constitué par des raies fines, se montrait, suivant la loi ordinaire, dès que le produit de l'épaisseur par la densité atteignait une certaine valeur; un second système, formé par des bandes estompées, difficilement résolubles, obéissait à la loi du produit de l'épaisseur par le carré de la densité. La plus forte de ces bandes (580-572) apparaît dans un tube de 60 mètres sous la pression de 6 atmosphères. Elle doit donc manquer dans le spectre du soleil examiné au zénith, car l'oxygène traversé équivaut alors à une colonne de 172 mètres à 1 atmosphère de pression, tandis qu'il en faudrait $60 \times 36 = 2160$ pour faire voir nettement la bande du jaune. A l'horizon, cette bande s'observe, l'épaisseur étant alors quatre fois plus grande qu'il n'est nécessaire ; et la faible hauteur pour laquelle elle disparaît satisfait assez bien à la loi énoncée (JANSSEN, *C. R.*, CI, 649, et CVI, 1118; 1885-88. Cf. LIVEING et DEWAR, *Phil. Mag.*, (5), XXVI, 286 ; 1888). D'autre part, M. OLZEWSKI (*Sitzb. d. K. K. österr. Acad. d. Wissensch. in Wien*, XCV, 2 Abth; 1887), a retrouvé les bandes d'absorption, que le soleil donne près de l'horizon, avec une couche de 7^{mm} d'oxygène liquéfié : l'épaisseur voulue pour rendre perceptible la bande la plus forte serait, d'après M. Janssen, $4^{mm},5$.

L'ozone offre un spectre d'absorption caractéristique, le même pour le liquide et pour le gaz. Ce spectre a été étudié par M. J. CHAPPUIS (*C. R.*, XCI, 985 ; 1880; et *Journal de physique* (2), I, 494; 1882), qui a conclu à la présence des principales bandes de l'ozone dans le spectre du soleil vu à l'horizon, conclusions confirmées par M. HARTLEY, (*Journal of the chem. Soc.*, n° CCXX, 111 ; 1881).

([5]) THOLLON, *Journal de physique*, (2), III, 421 ; 1884.

([6]) CORNU, *Ann. de chim. et de phys.*, (6), VII, 1; 1886.

([7]) On a figuré au milieu le spectre complet (le soleil étant à quelques degrés de l'horizon), en haut les raies d'absorption de l'atmosphère sèche, en bas les raies d'origine solaire; les raies attribuées à la vapeur aqueuse sont celles que l'on n'a prolongées ni vers le haut, ni vers le bas.

telluriques dont la cause est un gaz permanent, sans doute unique, car dans les trois groupes elles sont réunies en doublets, répartis sensiblement suivant la même loi ; des raies telluriques pro-

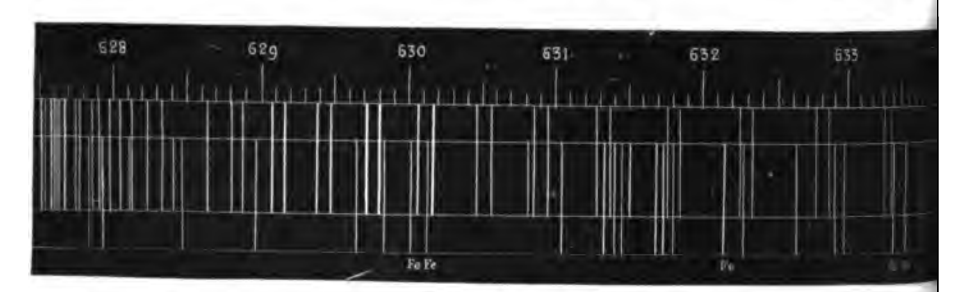


Fig. 358

venant de la vapeur d'eau ; enfin des raies solaires, particulièrement dans α.

Raies solaires. — Le plus grand nombre des raies, presque toutes celles que décrivit Fraunhofer, ont en effet leur origine dans le soleil même. C'est encore d'une absorption que résultent ces *raies solaires*.

La masse incandescente de l'astre, qui offrirait par elle-même un spectre continu, est entourée d'une atmosphère de gaz et de vapeurs à haute température que traversent les rayons émis par la photosphère : il y a absorption, et des raies sombres se produisent, inverses des raies lumineuses qui formeraient le spectre d'émission de ces gaz et vapeurs.

Cette théorie est l'œuvre puissante de Kirchhoff : en faisant des raies solaires les témoins des éléments contenus dans l'atmosphère du soleil, il a dévoilé la composition chimique de cette atmosphère, et il a ouvert à l'astronomie des voies inespérées vers la connaissance de la nature intime de l'étoile la plus éloignée par l'examen spectroscopique d'un seul de ses rayons. La grandeur du pas accompli par Kirchhoff ne doit pas néanmoins nous faire oublier les efforts des savants qui lui ont frayé la route. Cent ans auparavant, Euler avait affirmé ce principe « qu'un corps absorbe la série des oscillations qu'il peut lui-même produire » ; mais si l'égalité des pouvoirs émissif et absorbant se laissa vérifier sans

difficulté pour la chaleur, elle ne sembla pas s'appliquer aussi aisément à la lumière. Cependant, Foucault fit en 1849 une expérience qui aurait pu déceler l'origine des raies solaires. Une raie très brillante lui ayant paru occuper dans le spectre de l'arc voltaïque la même position que la raie sombre D dans le spectre du soleil, il voulut s'assurer si les deux raies coïncidaient réellement. A cet effet, il fit arriver les rayons solaires sur la moitié inférieure de la fente qui couvrait l'arc et il vit : 1° que la raie brillante du spectre voltaïque est la continuation exacte de la raie D du spectre solaire; 2° que cette raie D est infiniment plus obscure dans le spectre solaire fourni par des rayons ayant traversé l'arc que dans le spectre ordinaire. Ainsi Foucault avait constaté non seulement la *coïncidence* de la raie D de Fraunhofer avec la raie jaune du sodium (car telle était, comme le montra Swan, la raie brillante qu'il observait d'une manière presque constante dans le spectre de l'arc), mais encore le *renversement* de cette raie qui de brillante devenait obscure quand la vapeur incandescente, au lieu d'agir à l'état de source, intervenait à titre d'absorbant. Il ne comprit pas toutefois le sens profond de son expérience. D'autres expérimentateurs avaient noté de nouvelles coïncidences et des renversements sans en démêler la vraie cause, lorsque Kirchhoff [1], en 1860, établit la loi suivante par le calcul et l'expérience ainsi qu'il sera expliqué plus loin :

Le rapport entre le pouvoir émissif et le pouvoir absorbant, relatifs à une même radiation quelconque, est le même pour tous les corps à la même température.

Et comme conséquence il formula le renversement des raies.

Stokes [2] a fait remarquer qu'un système de vibrations lumineuses rencontrant un gaz est dans le même cas qu'un système de vibrations sonores pénétrant dans un espace rempli de cordes tendues. On sait qu'alors les cordes qui peuvent rendre quelqu'un des sons du système se mettent en mouvement, aux dépens de la force vive des vibrations incidentes synchrones (force vive qu'elles

(1) KIRCHHOFF, *Pogg. Ann.*, CIX, 245; et *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LIX, 124, et LXII, 160.

(2) STOKES, *Phil. Mag.*, (4), XIX, 196; 1860; et *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LIX, 505; 1860.

absorbent pour la dissiper en tous sens), tandis que les autres vibrations traversent cet espace sans affaiblissement.

De même, dans le gaz, les lumières simples qu'il est capable d'émettre sont seules excitées et conséquemment seules absorbées parmi les vibrations incidentes.

Mais cette absorption sera en général incomplète : une partie de la radiation incidente sera transmise et viendra s'ajouter à la radiation de même espèce émise par le gaz. Quel sera l'effet de cette superposition?

Théorie de Kirchhoff [1]. — Nous supposerons que la source de la lumière est un corps parfaitement noir, analogue au noir de fumée. Soient θ' la température et $\varepsilon_{\theta'}$ le pouvoir émissif (absolu) de ce corps, à la température θ', pour une radiation déterminée. Imaginons un tube cylindrique, de section droite égale à l'unité, partant de ce corps et traversant normalement une couche d'épaisseur connue d'un gaz donné. La quantité de force vive relative à la radiation considérée, que la source lance dans ce tube pendant l'unité de temps, est $\varepsilon_{\theta'}$. Le gaz à la température θ absorbe et retient, sous forme de chaleur, une fraction a_θ de la radiation reçue, et si l'on désigne par e_θ le pouvoir émissif du gaz à la même température, ε_θ désignant le pouvoir émissif (absolu) et $\alpha_\theta = 1$ le pouvoir absorbant (absolu) du noir de fumée à la même température, la loi de Kirchhoff s'exprime par la relation

$$\frac{e_\theta}{a_\theta} = \varepsilon_\theta.$$

Admettons que le gaz soit incolore, c'est-à-dire qu'il ne réfléchisse ni ne diffuse sensiblement aucune lumière. Le pouvoir absorbant a_θ est alors égal à la différence des quantités de radiation reçue 1 et transmise t_θ

$$a_\theta = 1 - t_\theta,$$

et l'on a

$$e_\theta = \varepsilon_\theta(1 - t_\theta).$$

L'observateur placé au delà du gaz reçoit cette quantité e_θ émise

[1] Nous mettons ici à profit le commentaire des idées de Kirchhoff par M. Duhem (*Journal de physique*, (2), IV, 221 ; 1885).

par le gaz, plus la portion $\varepsilon_{\theta'} t_\theta$ venant de la source et transmise par le gaz, soit en tout

$$\varepsilon_\theta(1 - t_\theta) + \varepsilon_{\theta'} t_\theta.$$

En l'absence du gaz il recevrait

$$\varepsilon_{\theta'}.$$

La différence

$$(\varepsilon_{\theta'} - \varepsilon_\theta)(1 - t_\theta)$$

représente la diminution d'intensité due au gaz.

Si à la température θ le gaz n'émet pas la radiation considérée, $e_\theta = 0$, par suite $1 - t_\theta = 0$: le gaz est sans action.

Si $1 - t_\theta > 0$, le signe de la différence est le même que celui de $\varepsilon_{\theta'} - \varepsilon_\theta$. Or l'expérience montre que le pouvoir émissif ε croît d'une façon continue avec la température. Donc l'interposition d'un gaz plus froid que la source diminue la radiation, l'interposition d'un gaz plus chaud l'augmente. Mais dans le spectre continu de la source, les plages qui sont situées de part et d'autre du rayon proposé et qui possèdent sensiblement même intensité sont transmises par le gaz sans altération; ce rayon va donc se projeter en une raie sombre dans le premier cas, lumineuse dans le deuxième. En d'autres termes, la raie du gaz reste brillante s'il est plus chaud que la source, elle est renversée s'il est plus froid [1].

Quand le gaz est coloré, si la radiation examinée n'est pas parmi celles qu'il diffuse, il agit comme un gaz incolore. Mais s'il diffuse une quantité d_θ de la radiation incidente, on a

$$a_{\theta'} = 1 - t_{\theta'} - d_\theta.$$

[1] Si le pouvoir émissif de la source $e_{\theta'}$ est inférieur à celui du noir de fumée ε_θ, on poura poser

$$e = \varepsilon_{\theta'}(1 - m_{\theta'}),$$

et la différence entre les intensités de la radiation avant et après interposition de gaz sera

$$(\varepsilon_{\theta'} - \varepsilon_\theta)(1 - t_\theta) - \varepsilon_{\theta'} m_{\theta'},$$

moindre qu'avec une source douée du pouvoir émissif absolu. Le renversement de la raie exigera une plus grande différence entre les températures θ' et θ.

La diminution d'intensité produite par le gaz devient

$$(\varepsilon_{1'} - \varepsilon_1)(1 - t_1) + \varepsilon_1 d_1 :$$

toutes choses égales d'ailleurs, elle est plus grande qu'avec un gaz ne diffusant pas la radiation.

On peut donc observer des lignes sombres correspondant à des radiations non émises, mais diffusées par le gaz.

Renversement des raies. — Nous avons déjà dit comment Foucault le premier constata ce renversement pour la raie jaune du

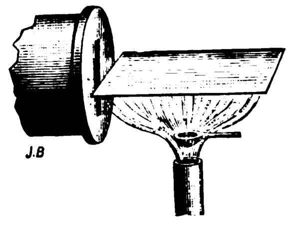


Fig. 359



Fig. 360

sodium. Voici la manière d'opérer, d'après Frankland. L'expérience étant disposée ainsi que nous l'avons indiqué pour obtenir dans le spectre voltaïque la raie brillante du sodium (à l'aide d'un charbon légèrement imprégné de sel marin), on place devant la fente de la lanterne un bec Bunsen dont on limite la flamme à la moitié inférieure de la fente au moyen d'une lame de platine (ou de tôle) ; on porte dans la flamme une petite cuiller de platine contenant un fragment de sel fondu, on voit aussitôt s'assombrir entièrement la moitié inférieure de la raie (¹). Quelques opéra teurs préfèrent dresser devant la fente un tube préparé à l'avance, dans lequel, après y avoir fait le vide, on a introduit un morceau de sodium qu'il suffit de chauffer un peu pour le volatiliser (²).

Mais la forme la plus instructive de l'expérience consiste à poser un fragment de sodium sur le charbon inférieur de la lampe : la

(¹) On peut employer la lumière Drummond, avec une lampe à alcool salé ou plus généralement chargé d'un sel alcalin.

(²) Bunsen disposait l'une devant l'autre deux flammes d'alcool salé, de grandeurs très inégales, la plus petite en avant : cette dernière paraissait alors sombre, comme fumeuse (surtout vers les bords) sur le fond brillant de la grande flamme beaucoup plus chaude.

raie D se montre d'abord en noir, la vapeur épaisse, dont le noyau central est enveloppé, amenant le renversement de la raie brillante, qui apparaît quand l'atmosphère absorbante s'est dissipée, pour s'obscurcir de nouveau si une vaporisation plus active a lieu. On retrouve ainsi les phénomènes que M. Fizeau (1) a signalés pour la première fois dans la combustion du sodium et qui caractérisent les raies spontanément renversables. « Une vapeur incandescente, sous faible densité et à basse température, émet une certaine radiation qui correspond, dans l'observation spectrale, à une certaine raie brillante, mais très fine ; si l'on augmente progressivement la température et la densité de la vapeur, la raie croît en intensité et en largeur et devient une véritable bande lumineuse à bords estompés : bientôt on voit, sur cette bande, naître une ligne sombre à la place de la raie fixe primitive ; finalement, la bande lumineuse s'étale d'une manière en quelque sorte indéfinie, offrant toujours la ligne sombre qui s'élargit aussi d'une manière à peu près proportionnelle. Sur le fond lumineux produit par l'épanouissement de la bande, les raies brillantes non renversables s'évanouissent complètement (2). »

Raies spontanément renversables. — Toutes les raies ne sont pas en effet spontanément renversables ; celles qui le sont affectent, d'après M. Cornu, une distribution régulière : « Elles vont en se resserrant vers le côté le plus réfrangible et en diminuant d'intensité. Ce caractère est d'autant plus frappant que le nombre des raies renversées est plus considérable et que le champ sur lequel elles se détachent est plus uniforme ; il semble qu'avec l'élévation de température le spectre tende vers un aspect limite, celui d'un fond brillant continu, dépouillé de toute raie autre que celle de la série régulière des raies spontanément renversées. » Parmi les spectres métalliques pouvant donner une série régulière de raies spontanément renversées, M. Cornu cite surtout l'aluminium et le thallium qui présentent chacun une série de doublets obéissant très sensiblement aux mêmes lois de répartition et d'intensité que les raies de l'hydrogène (tant dans le spectre ultraviolet que dans le spectre visible).

(1) Fizeau, *C. R.*, LIV, 393 ; 1862.

(2) Cornu, *C. R.*, LXXIII, 332, et C, 1181 ; 1871-85 ; et *Journal de physique*, V, 93 ; 1886.

Type hydrogène. — Les raies de l'hydrogène marquées sur la figure ci-contre sont (outre C et F) les seules qui appartiennent à ce gaz, comme l'a démontré M. Cornu. Par des précautions minu-

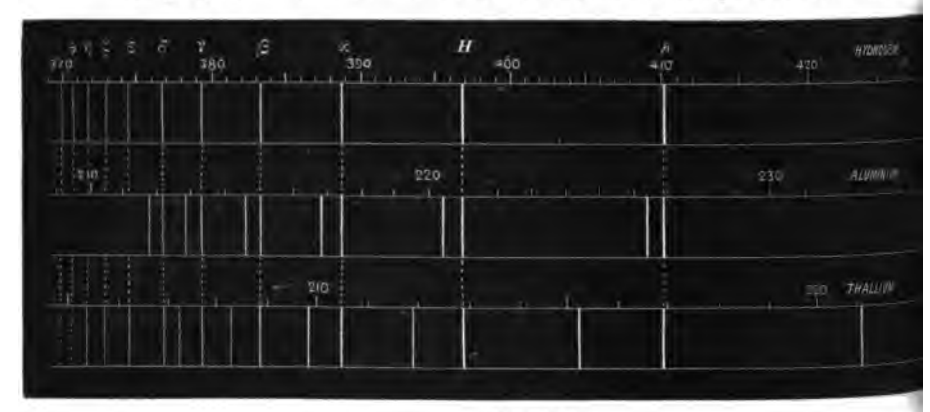


Fig. 361

tieuses, et spécialement par un lavage répété avec de l'ozone, il a réussi à obtenir des tubes ne contenant plus que des traces d'impuretés, où tout autre spectre s'efface devant les véritables raies de l'hydrogène, celles-là mêmes que M. Huggins a reconnues dans les étoiles blanches. Ces raies obéissent exactement à la relation proposée par M. Balmer

$$\lambda = \lambda_0 \frac{m^2}{m^2 - 4},$$

ainsi qu'on en peut juger d'après le tableau suivant que M. Vogel a établi en prenant $\lambda_0 = 364,542$.

Lignes	m	λ calculé	λ observé
C	3	656,18	656,18
F	4	486,06	486,06
G'	5	433,98	433,95
h	6	410,11	410,12
H'	7	396,95	396,92
α	8	388,84	388,81
β	9	383,48	383,49
γ	10	379,73	379,73
δ	11	377,00	376,99
ε	12	374,96	375,02
ζ	13	373,38	373,41
η	14	372,14	372,11
θ	15	371,14	371,12

Raies courtes, raies longues. — Quand on provoque électriquement les raies d'un métal, on constate que certaines raies persistent dans les régions les plus froides de l'arc, tandis que d'autres ne se manifestent qu'au centre de l'espace incandescent et au voisinage des charbons : on ne les aperçoit donc pas sur toute la longueur de la fente comme les premières. M. Lockyer s'est beaucoup occupé des *raies courtes* et des *raies longues* (1) ; selon M. Cornu, ces dernières ne seraient autres que les raies spontanément renversables.

Cartes du spectre solaire. — Pour édifier sa théorie des raies solaires, Kirchhoff (2) entreprit d'exécuter, avec son spectroscope à quatre prismes, un dessin fidèle du spectre comprenant toutes les raies solaires et en regard les raies métalliques que le prisme à réflexion totale lui permettait de voir juxtaposées.

Il dessina lui-même une bande de plus d'un mètre représentant la région qui s'étend depuis D jusqu'au delà de F ; son élève Hoffmann fit le reste. Toutes les raies du fer (plus de 60 dans la partie relevée par Kirchhoff et 13 dans les morceaux étudiés par Hoffmann), du calcium et du magnésium coïncidèrent strictement avec des raies solaires. Les plus brillantes seulement (sans doute les seules spontanément renversables) du baryum, du zinc et du cuivre trouvèrent leurs correspondantes dans le spectre solaire. Le lithium, le strontium, l'aluminium, l'étain (3), le mercure, le plomb, l'argent n'offrirent aucune concordance.

Ångström (4) reprit ce travail, en se servant non plus de prismes mais de réseaux qui donnent le spectre normal ; et, avec le concours de Thalén, il dressa une carte admirable (la figure 362 en montre une portion), sur laquelle deux raies dont les longueurs d'onde diffèrent de 1 millionième de millimètre sont distantes de 1 centi-

(1) Dans les expériences faites à la Monnaie de Londres, avec M. Chandler Roberts, il a pu déterminer la richesse d'un alliage en un certain métal par l'aspect des raies longues de ce métal.

(2) Kirchhoff, *Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente* dans les *Abhand. d. Berlin. Akad.* ; et, en tirage à part, Berlin ; 1861-63. Son spectre est rapporté à une échelle spéciale, dans laquelle A occupe la division 404,1, B 529,6, C 694,1, D_1 1002,8, D_2 1006,8, E 1522,7, b_1 1648,8, F 2080,0, G 2854,4.

(3) La portion ultraviolette du spectre solaire a des raies appartenant à l'aluminium et à l'étain.

(4) Ångström, *Spectre normal du soleil* (Atlas). Upsal ; 1868.

mètre. Confirmant et étendant les observations de Kirchhoff, il nota

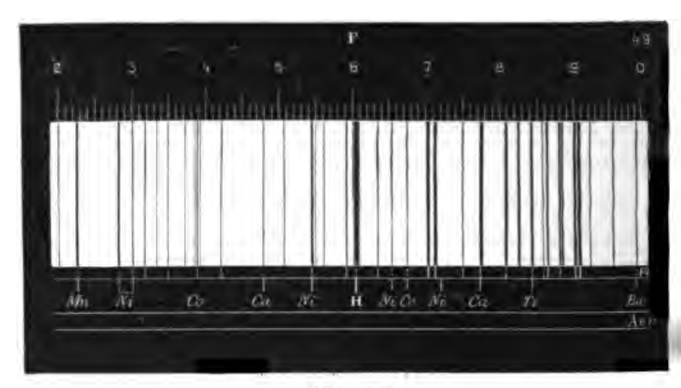


Fig. 362

les nombres suivants de coïncidences entre raies solaires et raies métalliques :

Substances	Nombre de lignes	Substances	Nombre de lignes
fer	450	baryum	11
titane	118	sodium	9
calcium	57	cuivre	7
manganèse	57	magnésium	4
nickel	33	hydrogène	4
cobalt	19	zinc	2
chrome	18	aluminium	2

En présence de tels chiffres, l'existence de ces métaux à l'état de



Fig. 363

vapeurs dans l'atmosphère solaire ne saurait être douteuse, d'autant

que les nombres précédents seraient encore accrus si nous tenions compte des coïncidences rencontrées dans la partie ultraviolette, pour laquelle M. Mascart, puis M. Cornu ont continué la carte d'Ångström jusqu'à $\lambda = 295$.

Nous reproduisons ici (fig. 363) une partie des spectres du soleil et du fer, vers $\lambda = 400$, photographiés sur la même glace par M. Lockyer (1).

Depuis le travail d'Ångström, l'étude du spectre solaire (2) ne

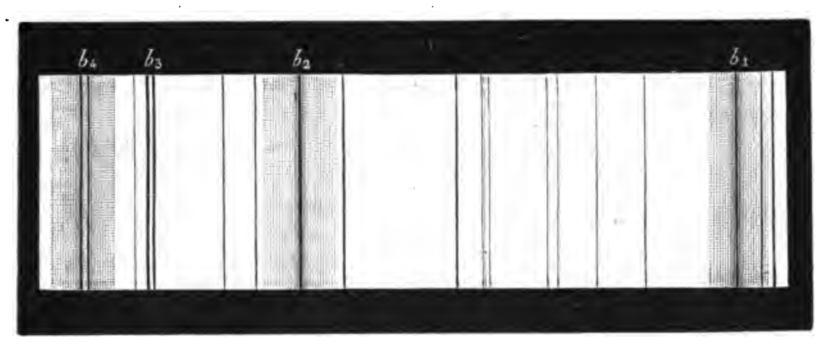


Fig. 364

s'est pas ralentie. Les beaux dessins de Thollon (3), auxquels nous empruntons le groupe *b*; le grand atlas de M. Fiévez (4), d'où nous

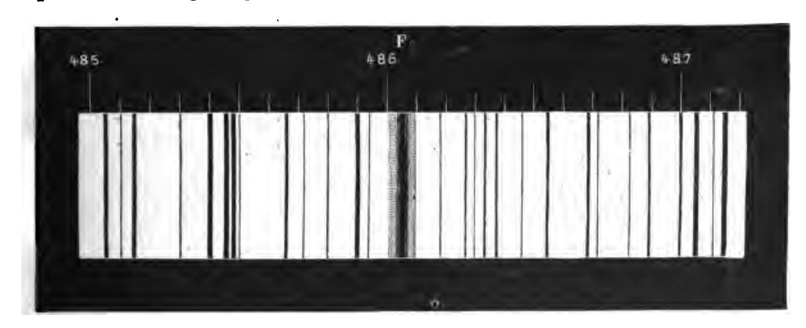


Fig. 365

détachons la partie afférente à la raie F; et surtout les photographies magistrales de M. Rowland en ont fait connaître les moindres

(1) LOCKYER, *Studies in spectrum analysis*. London; 1878.
(2) Il n'est toujours question ici que de la partie visible.
(3) THOLLON, *Journal de physique*, VIII, 73; 1879.
(4) FIÉVEZ, *Spectre solaire*. Bruxelles; 1882.

détails. D'un autre côté, les recherches de M. Janssen (1), à Meudon, en Algérie et au sommet du Mont-Blanc (2), l'ont amené à conclure que l'oxygène manque dans l'atmosphère solaire. Cette absence de l'un des éléments de l'eau contraste singulièrement avec l'abondance de l'autre élément qui constitue presque seul les couches élevées de l'atmosphère du soleil.

Tableau des principales raies. — Pour terminer ce rapide résumé des travaux consacrés à la portion visible du spectre solaire, nous réunirons dans le tableau ci-joint les résultats relatifs aux principales raies :

	Désignation.	Longueur d'onde en millionièmes de millimètre.	Remarques.	Origine.
Rouge extrême.	A $\{A_0$	762,02	Isolée.	Tellurique (O).
	A	759,81	Double.	
Rouge	a	718,45	Principale.	Tellurique (HO).
	B $\{B_0$	688,28	Isolée.	Tellurique (O).
	B	686,87	Principale (double).	
	C	656,18		H.
Orangé	α_0	628,66	Isolée.	Tellurique (O).
		627,69	Principale.	
	D $\{D_1$	589,50		Na.
	D	589,20		Ni.
Jaune	D $\{D_2$	588,90		Na.
	E	526,95	Double.	Fe et Ca.
	E	526,85		Fe.
Vert	b_1	518,30		Mg.
	b_2	517,20		Mg.
	b_3	516,86	Double.	Ni et Fe.
	b_4	516,67	Double.	Mg et Fe.
Bleu	F	486,06		H.
Indigo	G'	433,95		H.
Violet	G	430,72		Fe.
	h	410,12		H.
Ultraviolet	H $\{H_1$	396,80		Ca.
	H_2 ou K	393,30		Ca.

Résultats de l'analyse spectrale relativement à la constitution des astres. — Kirchhoff avait deviné l'atmosphère de vapeurs métalliques qui enveloppe le soleil d'après les raies d'absorption dont ces vapeurs sillonnent le spectre. Lors de l'éclipse totale de 1870,

(1) JANSSEN, *C. R.*, CVII, 672; CVIII, 1035 et CXI, 442; 1888-90.

(2) Au sommet du Mont-Blanc, la diminution d'intensité du groupe B a été particulièrement frappante.

au moment où le soleil allait sortir de l'ombre, M. Young vit leur spectre direct sous l'aspect de nombreuses raies brillantes, qui disparurent presque aussitôt, voilées par le spectre de l'astre avec ses raies sombres habituelles.

La photosphère est donc entourée d'une *atmosphère* très mince de vapeurs métalliques à basse tension. Ces vapeurs se précipitent sans cesse. Ainsi s'amassent des nuages brillants qui constituent essentiellement la surface rayonnante, et dont les déchirures se manifestent à nous avec l'apparence de *taches* sombres. Si l'image de l'une de ces taches passe sur la fente du spectroscope, la plupart des raies s'élargissent (particulièrement la raie D qui souvent devient diffuse), attestant une absorption plus énergique. Au contraire, les raies de l'hydrogène s'effacent, parfois même elles se mettent à briller. Par toutes les déchirures s'échappent en effet des torrents immenses d'hydrogène, formant les *protubérances* qui présentent la teinte de l'hydrogène dans les tubes de Geissler (¹). Quelquefois visibles à l'œil nu, tant elles sont gigantesques, les protubérances ont été très anciennement signalées; mais, comme elles restent presque toujours masquées par l'éclat du soleil, elles semblaient ne pouvoir être étudiées que pendant les éclipses, quand M. Janssen (²), à Guntoor (Inde), et M. Lockyer (³), à Londres, montrèrent que l'on peut les observer en tout temps au moyen du spectroscope, qui donne une image monochromatique (rouge C) de la portion de la protubérance projetée sur la fente. En déplaçant la fente devant cette image, on pourra donc en relever successivement toutes les parties. Il est même possible d'élargir beaucoup la fente de façon à voir une fraction notable de la protubérance, sans que l'image cesse d'être nette.

Le soleil est encore environné d'une région lumineuse changeante, qui s'étend à une distance presque égale au diamètre de l'astre et que l'on nomme la *couronne* : elle émet à la fois un spectre à raies brillantes (principalement les raies de l'hydrogène et la

(¹) Outre l'hydrogène, on a signalé dans les protubérances le magnésium et une substance inconnue, que M. Lockyer nomme hélium (ἥλιος, soleil), produisant une raie jaune, près de D.

(²) Janssen, *C. R.*, LXVII; oct. 1868; et *Annuaire du Bureau des longitudes* pour 1869, p. 584.

(³) Lockyer, *Proceed. R. S.*; oct. 1868.

fameuse raie 1474 de Kirchhoff, 531,59 d'Ångström, due probablement au fer) et un spectre continu (1), surtout intense dans le violet, ce qui a permis à M. Huggins d'en prendre des photographies à la lumière monoactinique que laisse passer une dissolution concentrée de permanganate de potasse.

La lune, éclairée par le soleil, offre le même spectre sans aucun indice d'absorption décelant une atmosphère autour de notre satellite. Les spectres des planètes (2) y révèlent au contraire une atmosphère d'autant plus développée qu'elles sont plus éloignées du soleil (Vogel). La figure ci-contre représente, d'après

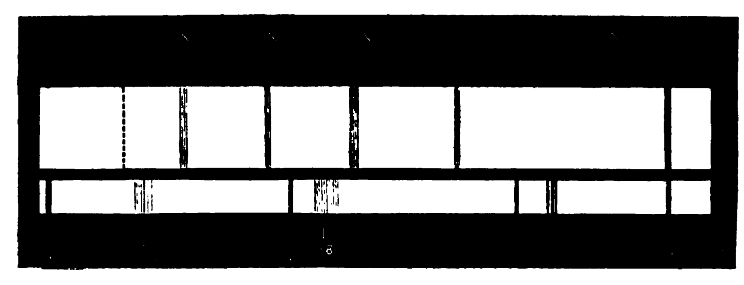


Fig. 366

M. Huggins, le spectre d'Uranus, auquel on a joint en haut les raies de l'azote N, en bas les principaux groupes telluriques du spectre solaire, avec les raies de Fraunhofer voisines et une échelle en longueurs d'onde.

Les spectres des étoiles ont été spécialement étudiés par le P. Secchi, M. Vogel, M. Huggins. Toutes ont, comme le Soleil, un spectre lumineux sillonné de raies obscures, correspondant à quelqu'un des éléments reconnus dans le Soleil (3) : ainsi, d'après M. Huggins, Sirius contient de l'hydrogène, du sodium, du magnésium, du fer.

(1) Ce spectre continu, sur lequel on distingue quelques raies obscures, entre autres D (Janssen), paraît dû à la réflexion des rayons solaires, la lumière de la couronne étant polarisée.

(2) Un astre de diamètre apparent insensible donnerait un spectre linéaire difficile à étudier. Pour l'élargir, Fraunhofer plaçait devant l'oculaire de la lunette astronomique une lentille cylindrique, de façon à obtenir une image linéaire réelle qu'il examinait à travers un prisme. La même disposition peut être conservée avec un spectroscope, la fente du collimateur étant amenée sur l'image. Dans certains appareils, le système de prismes est disposé entre l'objectif et l'oculaire, dont le verre collecteur est alors remplacé par une lentille cylindrique.

(3) Le spectre d'Arcturus montre plus de 30 des raies solaires.

On remarque toutefois des différences assez grandes qui ont conduit le P. Secchi, puis M. Vogel, à classer les étoiles en trois groupes :

1° Les étoiles blanches, c'est-à-dire la moitié environ des étoiles, et entre autres α de la Lyre (Véga), α du Grand Chien (Sirius), α de l'Aigle (Altaïr), α du Lion (Régulus), α du Petit Chien (Procyon), α des Gémeaux (Castor), caractérisées par un spectre intense dans le violet et à raies sombres peu abondantes (parmi lesquelles dominent les raies de l'hydrogène [1], larges et estompées), ce qui annonce une température très élevée.

2° Les étoiles jaunes, dont le type est notre Soleil et parmi lesquelles on peut citer α du Cocher (Chèvre), α du Taureau (Aldébaran), α du Bouvier (Arcturus), α de la Petite Ourse (Polaire), β des Gémeaux (Pollux), où une absorption plus énergique et accusée par de nombreuses raies obscures dans le rouge et dans le bleu, dénote une température moins haute.

3° Les étoiles rouges, telles que α d'Hercule, α d'Orion (Bételgeuse), α du Scorpion (Antarès), β de Pégase, parvenues à un degré encore plus avancé de refroidissement, de larges bandes d'absorption indiquant une décomposition incomplète [2].

Le spectre des nébuleuses résolubles est analogue à celui des étoiles. Les nébuleuses non résolubles donnent un spectre très dissemblable, qui témoigne d'une constitution toute différente : il est formé de quatre raies brillantes, dont la moins réfrangible, toujours présente, est Az ; deux autres appartiennent à l'hydrogène (F et G'), la quatrième semble coïncider avec la raie 495,67 du fer (Huggins) [3]. Il y a donc des nébuleuses qui ne sont point des amas d'étoiles, mais de simples masses gazeuses incandescentes, et dont la distance à la terre n'est pas nécessairement supérieure à celle des étoiles, tandis que les nébuleuses résolubles, composant des systèmes analogues à celui dont notre soleil fait partie, doivent être supposées beaucoup plus éloignées.

(1) γ de Cassiopée présente ces raies brillantes.

(2) Le P. Secchi distinguait un quatrième groupe, peu nombreux, composé de petites étoiles, de couleur rouge sang, dont le spectre trahit deux larges interruptions, et qui paraissent à un état de condensation peu avancé, nébuleux.

(3) Voir Maurat, *Journal de physique*, I, 403 ; 1872.

Le noyau des comètes émet un spectre consistant en trois bandes lumineuses, que M. Huggins attribue à la vapeur de carbone; la chevelure produit un spectre continu dans lequel on distingue nettement plusieurs des raies sombres de Fraunhofer et qui semble dû par conséquent à de la lumière solaire réfléchie par des particules solides.

Le spectre de l'aurore boréale ([1]) ne rappelle aucun des spectres connus ([2]) : Zöllner croit qu'il provient de décharges électriques dans de l'air beaucoup plus froid qu'à l'intérieur des tubes de Geissler; ce serait le spectre de l'azote très froid et très rare.

Résultats de l'analyse spectrale relativement au mouvement des astres ([3]). — Ce n'est pas seulement la constitution des astres, c'est aussi leur marche que la spectroscopie peut nous dévoiler.

Le mouvement du centre d'ébranlement influe en effet sur la couleur d'une lumière exactement comme sur la hauteur d'un son (399). Si le centre se rapproche, la raie caractéristique de cette lumière avance vers le violet; s'il s'éloigne, elle recule vers le rouge; et la grandeur du déplacement est liée à la vitesse du centre, de telle sorte que la mesure de cette grandeur conduit à détermination de la vitesse.

Ce principe, formulé pour la première fois par M. Fizeau ([4]), a été appliqué à quelques étoiles fixes par le P. Secchi mais avec des appareils insuffisants. Des instruments plus délicats ont permis à M. Huggins de constater dans le spectre de Sirius un déplacement de F vers le rouge (relativement à la même raie donnée par un tube à hydrogène), égal à peu près au $\frac{1}{8}$ de la distance des deux raies D. Or $D_1 - D_2 = 0,60$ millioniémes de millimètre, la vitesse de la lumière est 300,000 kilomètres. On a donc pour la vitesse de Sirius, en kilomètres,

$$u = 300\,000 \frac{0,075}{486,06} = 46^{\text{km}} \text{ environ.}$$

([1]) Voir Ångström, *Journal de physique*, III, 210; 1874. L'historique des premiers travaux relatifs à ce spectre a été donné par Bertin, *Ann. de chim. et de phys.*, (4), XXVI, 269; 1872.

([2]) La raie principale est 556 dans le jaune.

([3]) Voir Cornu, *Sur la méthode Doppler-Fizeau* dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes* pour 1891.

([4]) Fizeau, *Bulletin de la Société philomatique*, déc. 1848; et *C. R.*, LXIX, 743; LXX, 1062; 1869-70.

Pour évaluer ces faibles déplacements, Zöllner [1] a construit un spectroscope à réversion, dans lequel deux systèmes prismatiques, semblables mais opposés, projettent deux spectres aux couleurs étalées en sens inverse. Ces deux spectres sont observés avec une lunette dont l'objectif, aménagé comme un héliomètre, présente deux images de chacun des spectres. A cet effet, il est coupé en deux moitiés qu'une vis micrométrique permet de rapprocher ou d'éloigner. On agit sur la vis de façon à faire coïncider dans deux spectres inverses une même raie, F, fournie par une source fixe. Puis on dirige l'appareil sur la source en mouvement. Les deux moitiés de la raie, déplacées en sens contraires, se séparent d'une quantité qui est double du déplacement réel et que l'on mesure en rétablissant la coïncidence à l'aide de la vis micrométrique. L'appareil est très sensible, mais peu sûr : les deux faisceaux à comparer ne traversant pas les mêmes surfaces, il y a toujours un certain dédoublement avec une source fixe. On a pu toutefois s'en servir utilement pour démontrer la rotation du soleil : la coïncidence étant effectuée pour la raie F quand l'image de l'une des extrémités du diamètre équatorial tombe sur la fente, on amène ensuite sur la fente l'image de l'autre extrémité de ce diamètre : le déplacement n'est pas douteux. Contrairement, une raie tellurique, B, ne devrait pas changer, si l'appareil n'était entaché d'aucune erreur propre [2].

Laissons de côté la réversion qui complique le phénomène, et faisons tomber successivement les images des deux bords de l'équateur solaire sur la fente d'un spectroscope, les raies telluriques resteront fixes, tandis que le déplacement des raies solaires par rapport à ces dernières sera très appréciable. On pourra donc distinguer ainsi les deux sortes de raies. Ce procédé a été employé par Thollon [3]; mais la pratique en est fort délicate, le déplacement étant très petit [4] et relatif.

(1) Zöllner, *Ann. de chim. et de phys.*, (4), XVIII, 475 et XXVI, 274; 1870-72.

(2) La précision des mesures avec le réseau est devenue si grande que l'on réussit aujourd'hui à mesurer la rotation solaire non seulement sur l'équateur, mais sur chaque parallèle.

(3) Thollon, *C. R.*, XCI, 369; 1883.

(4) La différence des vitesses aux deux bords étant de 4^{km}, le déplacement n'est que $\frac{1}{75}$ de l'intervalle des deux raies D.

M. Cornu [1] est arrivé à des résultats très précis en produisant la substitution rapide et alternative de l'un des bords à l'autre, le spectroscope étant réglé aplanétiquement. Les raies telluriques éprouvent alors un balancement qui permet de les distinguer à coup sûr des raies solaires. C'est par ce moyen que M. Cornu a pu débrouiller les groupes A, α, B.

Absorption par les liquides et les solides. — Nous avons déjà indiqué que l'oxygène liquide offre les bandes de l'oxygène gazeux. De même l'acide hypoazotique liquide montre les bandes les plus importantes de la vapeur [2].

Si l'on vise une lumière suffisamment intense à travers un tube d'au moins 2 mètres, plein d'eau filtrée, on voit les bandes d'absorption qui révèlent dans l'atmosphère la présence de la vapeur d'eau [3]. On retrouve facilement ces mêmes bandes en observant à travers une eau limpide un fond clair illuminé par le soleil. M. Vogel [4] dit que l'eau de la grotte de Capri éteint le rouge jusqu'à la raie D (comme une solution de sulfate de cuivre ammoniacal), tout en donnant nettement la bande d'absorption sur bE; les substances étrangères modifient en effet profondément le spectre ainsi que la couleur de l'eau [5].

Le sang, en solution étendue, présente entre D et E deux bandes d'absorption qui se réunissent en une seule par l'addition de quelques gouttes de sulfhydrate d'ammoniaque ou d'acétate de fer ammoniacal [6].

La chlorophylle a des bandes non moins caractéristiques, signalées par M. Stokes. M. Hagenbach en compte sept très nettes sur les dissolutions alcooliques ou éthérées; les plus notables sont une première bande qui commence à la raie B et s'allonge vers C, une deuxième entre C et D, une troisième un

(1) CORNU, *loc. cit.*

(2) KUNDT, *Pogg. Ann.*, CXLI, 157; 1870. — GERNEZ, *C. R.*, LXXIV, 465; 1872.

(3) SCHÖNN, *Pogg. Ann.*, *Erg.* 8, 670; 1878.

(4) VOGEL, *Practische Spectralanalyse*. Berlin, Oppenheim; 1889; p. 320.

(5) Le spectre d'émission de l'eau apparaît dans la flamme de l'hydrogène. L'œil n'y voit qu'une lueur verte continue; mais la photographie y décèle plusieurs raies brillantes dans l'ultraviolet.

(6) Le spectre n'éprouve aucun changement sous l'action des réducteurs si le sang contient de l'oxyde de carbone. Dans ce cas d'ailleurs les raies sont plus pâles, plus effacées, et un peu déplacées du côté du vert.

peu plus loin que D, une quatrième dans le vert immédiatement avant E.

Les verres colorés agissent par absorption. On s'en sert couramment dans les laboratoires pour obtenir des rayons d'une certaine couleur. Le meilleur est le verre rouge, à l'oxydule de cuivre, qui procure une lumière presque monochromatique, voisine de C. On a encore, mais beaucoup plus difficilement, de bons verres violets et verts.

Brewster employait plus volontiers des lames de gélatine colorée, qui ont en effet des teintes très variées, dont certaines sont assez simples (on le reconnaît aisément avec un petit spectroscope de poche). La dissolution de sulfate de cuivre ammoniacal est souvent utilisée pour isoler le bleu. Un mélange de perchlorure de fer et de chlorure de nickel permet d'isoler le jaune ([1]).

Les sels de lanthane et de didyme manifestent de remarquables spectres d'absorption, qu'on les examine en dissolution, en cristaux, ou même par réflexion.

Aux spectres d'absorption appartiennent effectivement ceux qui proviennent de la lumière réfléchie à la surface des corps ; car la couleur superficielle d'un corps se compose des éléments non absorbés de la lumière incidente. On étudie très bien la couleur d'un papier peint en projetant un spectre sur un écran qui porte l'une au-dessus de l'autre une bande de papier peint et une bande de papier blanc.

II. — Mesure des indices de réfraction.

436. Mesure des indices à l'aide du prisme. — *Méthode générale.* — Le prisme fournit le moyen le plus ordinairement usité pour la mesure des indices.

Quand des rayons lumineux traversent un prisme d'angle A au minimum de déviation, l'indice n du prisme pour les rayons considérés est lié à l'angle A et à la déviation minimum ∂ par la re-

([1]) En dissolvant dans l'eau 22gr,321 de perchlorure de fer et 27gr,191 de chlorure de nickel, on obtient un liquide qui ne laisse passer que la lumière de longueur d'onde 582, d'après M. Crova (*Comptes rendus du Congrès des électriciens tenu à Paris en* 1889, p. 211).

lation suivante, qui résulte immédiatement des équations (2) établies plus haut (426),

$$n = \frac{\sin \frac{A+\delta}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Nous avons déjà vu (414) comment s'évalue l'angle A du prisme. Les mêmes appareils et toutes les dispositions prises pour l'ajustement serviront à mesurer ensuite δ. Après s'être assuré que les rayons traversent le prisme au minimum de déviation, on aura directement δ en relevant l'angle formé par les rayons déviés et par les prolongements des rayons incidents, si certains rayons se prolongent effectivement au dehors du prisme jusqu'à la lunette. Sinon, en faisant tourner sur elle-même la plate-forme qui supporte le prisme de manière à produire la déviation minimum de l'autre côté, on mesurera l'angle compris entre les deux positions de la lunette recevant successivement les rayons déviés dans deux directions symétriques par rapport au rayon incident : cet angle sera égal à 2δ.

Ces mesures n'auront d'ailleurs de signification précise que si l'on opère sur une lumière simple et à une température détermi-

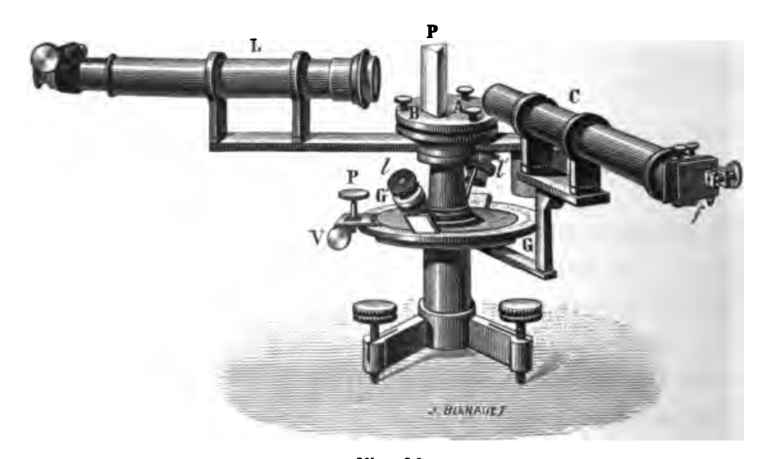


Fig. 367

née. Quand on fait usage de la lumière blanche, le résultat se rapporte grossièrement à la partie la plus éclairée du spectre voi-

sine de D. Mais pour avoir des mesures définies il faut recourir à une lumière monochromatique, soit que l'on éclaire la fente avec la flamme du sodium, du lithium, du thallium, avec un tube de Plücker à hydrogène, ou toute autre source donnant des raies brillantes, soit que l'on utilise comme repères les raies obscures du spectre solaire.

La figure 367 représente un goniomètre de Fraunhofer, construit par Brünner. Cet instrument, muni d'un collimateur, permet d'effectuer de très bonnes mesures : chaque angle se lisant (sur un cercle de Gambey) à 5″ près, on peut avoir l'indice avec 4 décimales exactes ([1]).

Vérification de la loi de Descartes. — Au moyen d'un appareil de ce genre il est aisé de vérifier la loi de Descartes (422).

On a, en général, entre l'indice n, l'angle A du prisme, l'angle d'incidence i et la déviation D, les relations (1).

L'indice pour la raie considérée et l'angle du prisme étant

([1]) On a, en effet,

$$dn = -\frac{\sin\frac{\partial}{2}}{\sin^2\frac{A}{2}}\frac{dA}{2} + \frac{\cos\frac{A+\partial}{2}}{\sin\frac{A}{2}}\frac{d\partial}{2}.$$

Or l'erreur probable est la même sur la mesure de ∂ que sur la mesure de A ; et comme l'on doit supposer que les deux erreurs, que nous désignerons l'une et l'autre par $\delta\alpha$, s'ajoutent arithmétiquement, on a pour l'erreur probable de n

$$\delta n = \left(\frac{\sin\frac{\partial}{2}}{\sin^2\frac{A}{2}} + \cos\frac{\frac{A+\partial}{2}}{\sin\frac{A}{2}}\right)\frac{\delta\alpha}{2}.$$

Toutes choses égales d'ailleurs, δn est d'autant plus petit que A est plus grand. Mais A doit être inférieur au double de l'angle limite (426). Pour la plupart des corps, n est plus petit que 2 ; on pourra prendre $A = 60°$. Admettons cette valeur de A et supposons $n = 1,5$, l'erreur probable sera

$$\delta n = \frac{4}{3}\delta\alpha.$$

L'arc de 5″ ayant pour longueur 0,000024 dans le cercle de rayon 1, $\delta n = 0,000032$.

Pour avoir l'indice à une unité près de la 5[e] décimale, il faudrait que les erreurs de lecture n'atteignissent pas 2″, ce qui sera très difficile, moins encore à cause des imperfections de l'appareil et du réglage que par suite du manque de planéité des faces.

connus, on mesure l'angle d'incidence (en fait l'angle (180-2i) que le rayon réfléchi par la face d'entrée fait avec le prolongement du rayon incident) ainsi que la déviation ; et l'on reconnaît que dans tous les cas les observations sont absolument d'accord avec les formules. La loi de Descartes est donc démontrée d'une façon péremptoire.

Mesure des indices des solides et des liquides. — La méthode du prisme s'applique immédiatement aux corps solides. Un liquide sera introduit dans un prisme creux dont on aura préalablement déterminé l'action à vide, les glaces qui forment les parois n'étant pas à faces exactement parallèles [1]. On prendra toujours soin de noter la température du corps soumis à l'expérience.

Indices des gaz. — La réfraction d'un gaz s'étudiera de même à l'aide d'un prisme creux ; mais, comme cette réfraction est très faible, qu'elle dépend essentiellement de la densité qui varie elle-même dans des proportions considérables avec la température et la pression, il faut nécessairement tenir compte de toutes ces circonstances.

A la fin du dix-huitième siècle, Hawksbee, sur l'invitation de Newton, essaya d'évaluer la réfraction atmosphérique en regardant un objet éloigné à travers un prisme (de petit angle) successivement vide et rempli d'air ; les moyens dont il disposait étaient trop imparfaits pour conduire à un nombre quelque peu précis. Borda reprit la question, mais il mourut avant d'avoir terminé ses expériences et l'on n'a pas même pu retrouver un seul de ses résultats.

Déterminations de Biot et Arago [2]. — Biot entreprit de mener ce travail à bonne fin avec le concours d'Arago qui sortait à peine de l'École polytechnique. Ils se servirent du prisme même de Borda ; c'était un gros tube, dont les extrémités, taillées en biseau et fermées par des glaces à faces parallèles, comprenaient entre elles un angle de 143°7′28″. Ce prisme, muni à la partie supérieure d'un

[1] Pour atténuer cette imperfection, on prend les deux glaces dans une même lame bien travaillée, que l'on coupe suivant une direction autant que possible parallèle à l'arête du petit angle qui reste encore, et l'on oppose les deux morceaux l'un à l'autre, de sorte que leurs effets s'entredétruisent mutuellement.

[2] Biot et Arago, *Mémoires de l'Académie des sciences*, VII, 301 ; 1806.

manomètre et à la partie inférieure d'une tubulure à robinet, fut monté sur un axe vertical; et on l'installa dans une salle du palais du Luxembourg en même temps qu'un cercle répétiteur de Borda, destiné à la mesure des angles. Un paratonnerre de l'Observatoire, situé à 1400 mètres de distance, tint lieu de mire. Pour mesurer la déviation, on visait le signal à travers le prisme, on lisait la position de la lunette sur le cercle, puis on faisait tourner le prisme de 180° autour de son axe; on amenait de nouveau la lunette sur le signal, et pour cela il fallait la déplacer d'un angle 2δ, double de la déviation cherchée, l'action du prisme étant égale et contraire dans les deux positions successives (¹).

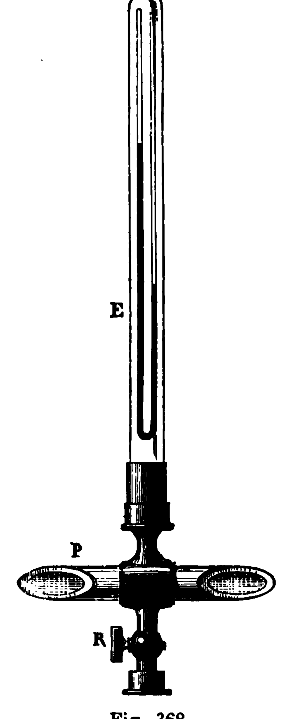


Fig. 368

On ne se contentait pas d'une seule mesure: remettant le prisme dans sa position initiale, on ramenait la lunette sur la mire, en manœuvrant, non la lunette fixée momentanément au cercle, mais le cercle lui-même. Puis, retournant à nouveau le prisme, on rejoignait l'image en faisant mouvoir la lunette sur le cercle, comme la première fois : elle décrivait une seconde fois l'arc 2δ qui se portait sur le cercle à la suite du premier; et en recommençant de la même manière, on pouvait multiplier indéfiniment les observations (²).

Cela posé, laissant le prisme librement ouvert dans l'atmosphère (le manomètre enlevé), on détermina d'abord la déviation due au prisme en raison du défaut de parallélisme entre les deux faces de chaque glace. Elle se trouva être de 16″,6 (du côté de la base du

(¹) On remarquera que le rayon qui se meut suivant l'axe du tube traverse le prisme au minimum de déviation, de sorte que si le retournement n'est pas exactement de 180°, le déplacement n'en sera pas affecté d'une quantité sensible, résultat fort important pour la sûreté des observations.

(²) Ne pas confondre cette méthode de multiplication avec la méthode de réitération (116)..

prisme), quantité très petite quand on la compare à la déviation totale, qui, avec le prisme vide, dépassait 6′ en sens contraire.

On faisait en effet le vide dans le prisme; et si l'on avait pu enlever tout l'air, la déviation (qui se produisait vers le sommet du prisme), augmentée de 16″,6, eût fait connaître l'indice $\frac{1}{n}$ du vide relativement à l'air extérieur, et par suite l'indice n de cet air. Mais il restait toujours une certaine quantité d'air dans le prisme; ce que l'on mesurait, c'était donc l'indice $\frac{1}{k}$ de l'air intérieur relativement à l'air extérieur,

$$\frac{1}{k}=\frac{n_i}{n_e}.$$

Or, d'après Newton, la *puissance réfractive* n^2-1 est proportionnelle à la densité d, ou, en d'autres termes, le *pouvoir réfringent* $\frac{n^2-1}{d}$ est constant.

Si donc on appelle :

n_0 l'indice de l'air sec sous la pression 76^{cm} et à $0°$,

n_i l'indice de l'air intérieur sous la pression résiduelle h et à la température t (marquée par deux thermomètres en contact avec les faces extérieures du prisme),

n_e l'indice de l'air extérieur sous la pression H (¹) et à la température t,

on aura

$$\frac{n_i^2-1}{n_0^2-1}=\frac{h}{76(1+\alpha t)},$$

et

$$\frac{n_e^2-1}{n_0^2-1}=\frac{\mathrm{H}}{76(1+\alpha t)},$$

d'où

$$\frac{1}{k^2}=\frac{1+\dfrac{(n_0^2-1)h}{76(1+\alpha t)}}{1+\dfrac{(n_0^2-1)\mathrm{H}}{76(1+\alpha t)}},$$

(¹) L'état hygrométrique de l'air ne joue aucun rôle, la vapeur d'eau ayant à peu près le même pouvoir réfringent que l'air atmosphérique à pression égale (voir Biot, *Traité de physique*, III, 317. Paris, Deterville; 1816).

ou très approximativement, les deux termes de la fraction différant peu de 1,

$$(n_0^2 - 1)(H - h) = (k^2 - 1)76(1 + \alpha t).$$

Biot et Arago trouvèrent ainsi (nous transcrivons toutes leurs décimales)

$$n_0^2 - 1 = 0,000589 1712\ (^1),$$

ou

$$n_0 = 1,000294.$$

Ils introduisirent ensuite dans le prisme sous la pression atmosphérique successivement divers gaz et ils mesurèrent les déviations correspondantes. Avec un gaz, dont l'indice serait n'_0 dans les conditions normales de température et de pression, l'expérience donnait le rapport $\frac{1}{k'}$ de l'indice de ce gaz sous la pression H' à l'indice de l'air sous la pression H, et l'on avait

$$(n_0^2 - 1)H - (n_0'^2 - 1)H' = (k'^2 - 1)76(1 + \alpha t),$$

d'où l'on tirait

$$n_0'^2 - 1.$$

Leurs mesures portèrent sur l'oxygène, l'azote, l'hydrogène, l'ammoniaque et le gaz des marais.

Pour plusieurs de ces gaz, et en particulier pour l'air, ils vérifièrent que le pouvoir réfringent est de fait constant, quand la pression varie de quelques millimètres à 76 centimètres, et la température de $-1°,5$ à $25°$.

Ils reconnurent en outre que la puissance réfractive d'un mélange gazeux est égale à la somme des puissances réfractives des gaz constituants sous la pression qui leur appartient dans le mélange.

Ainsi, pour l'air atmosphérique, en appelant N l'indice de l'air, n celui de l'oxygène et n' celui de l'azote, on aura

$$N^2 - 1 = 0,21(n^2 - 1) + 0,79(n'^2 - 1),$$

(1) Le pouvoir réfringent $\frac{n_0^2 - 1}{d}$ est par suite, à un facteur constant près, 4530. Newton avait déduit de la réfraction atmosphérique 5208. En combinant un grand nombre d'observations avec la formule de Laplace, Delambre trouva 4525.

ou, N, n et n' étant très peu différents de 1 [1],

$$N = 0,21\, n + 0,79\, n'.$$

Si l'on substitue à n et n' leurs valeurs, 1,000272 et 1,000300, il vient en effet N = 1,000294.

Mesures de Dulong [2]. — La constance du pouvoir réfringent d'un gaz étant admise, Dulong détermina les indices relatifs à l'air d'une manière très simple.

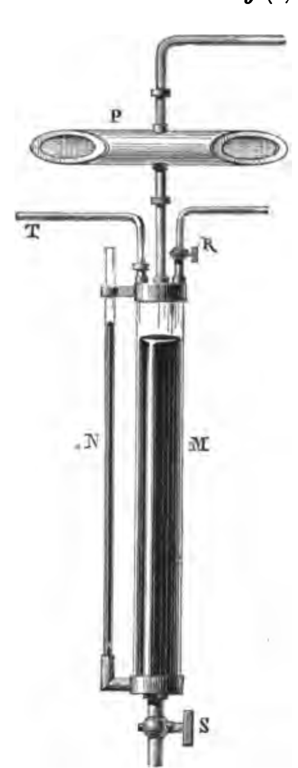


Fig. 369

Le prisme étant d'abord rempli d'air à la pression atmosphérique H, on amène sous le fil du réticule de la lunette l'image de la mire vue à travers le prisme, on immobilise la lunette. On remplace dans le prisme l'air par le gaz à étudier, que nous supposerons plus réfringent que l'air; on diminue graduellement la pression du gaz jusqu'à ce que la mire paraisse de nouveau sous le réticule [3]. Soit alors h la pression du gaz, la température étant restée constante pendant la durée de l'observation, on a tout uniment

$$\frac{n_0'^2 - 1}{h} = \frac{n_0^2 - 1}{H}.$$

Avant chaque expérience, le prisme était lavé à plusieurs reprises avec le gaz soigneusement préparé. Quand il s'agissait d'opérer sur une vapeur, on produisait cette vapeur dans l'appareil même en laissant arriver par le petit tube quelques gouttes de liquide.

Expériences de M. Le Roux [4]. — M. Le Roux a repris et étendu

[1] Posant $n = 1 + \varepsilon$, on a $n^2 - 1 = 2\varepsilon + \varepsilon^2$, ou, en négligeant ε^2 (ce qui est permis au degré d'exactitude des expériences), $n^2 - 1 = 2(n - 1)$.

[2] Dulong, *Ann. de chim. et de phys.*, (2), XXXI, 154; 1826.

[3] Si le gaz était moins réfringent que l'air, la manœuvre se faisait en sens inverse. Pour le chlore, qui attaque le mercure, le prisme fut d'abord rempli de chlore directement sous la pression atmosphérique, puis de cyanogène dont on réduisit la pression jusqu'à ce que sa puissance réfractive devînt égale à celle du chlore.

[4] Le Roux, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXI, 385; 1861.

les mesures relatives aux vapeurs à l'aide d'un appareil tout semblable à celui de Biot et Arago, sauf que le prisme était enfermé dans une enceinte pouvant être chauffée jusqu'à 500°. Le prisme, était formé par un tube en fer, que terminaient deux glaces inclinées de 125°, et qui se prolongeait de chaque côté par un tube en fer étroit,

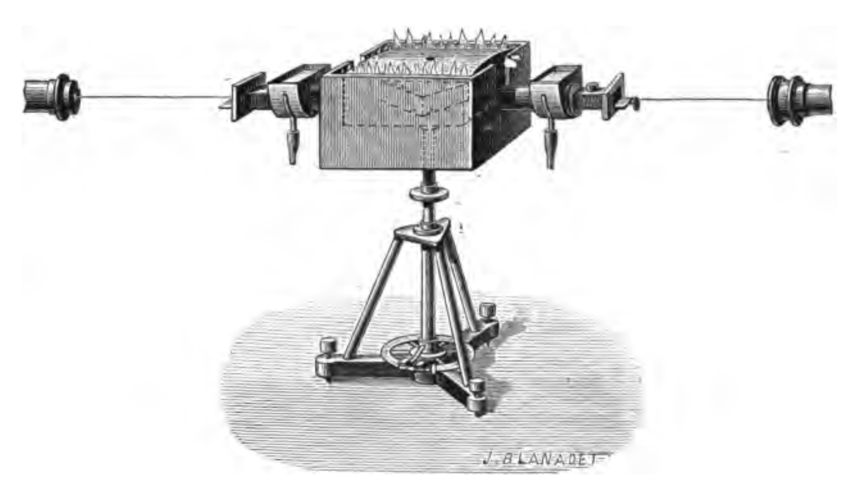


Fig. 370

sortant de l'enceinte et refroidi à sa partie extérieure : les deux faces du prisme se trouvaient ainsi en contact avec deux colonnes d'air qui, l'équilibre établi, se composaient respectivement d'une série de tranches à température constante (la température variant d'une tranche à l'autre depuis la température de l'enceinte jusqu'à celle de l'air extérieur), de sorte que la déviation observée était due uniquement (on l'admettait du moins) à la différence des indices de la vapeur et de l'air considérés tous les deux à la température de l'enceinte. Le prisme, mobile autour d'un axe vertical, était installé entre un collimateur fixe et une lunette également immobile, mais pourvue d'un micromètre oculaire que l'on pouvait déplacer de façon à mesurer le déplacement angulaire de l'image [1] quand on faisait tourner le prisme de 180° autour de son axe.

Ces expériences ont montré que les vapeurs lourdes sont en général très réfringentes (la vapeur de soufre bouillant, dont la den-

[1] La tangente de cet angle est égale au déplacement du micromètre divisé par la distance focale de la lunette, qui était d'environ 2 mètres.

sité est 6,6, a pour indice 1,001629); que certaines d'entre elles ont un pouvoir dispersif considérable (avec la vapeur de phosphore le spectre avait une étendue de 1′20″ : toutes les couleurs y étaient bien visibles); que la vapeur d'iode réfracte plus énergiquement le rouge que le violet. C'était le premier exemple de *dispersion anomale*, phénomène qui a été relevé depuis sur un assez grand nombre de substances (¹).

437. Mesure des indices par la réflexion totale. — *Procédé de Wollaston* (²). — Wollaston appliqua le phénomène de la réflexion totale (433) à la mesure des indices. Un prisme rectangle étant mis en contact avec une face plane du corps à étudier, si l'indice n du corps est plus petit que celui N de la matière du prisme, la réflexion totale se produira à la surface de séparation des deux milieux à partir d'un angle λ tel que

$$\sin\lambda = \frac{n}{N}.$$

Mais, d'après la loi de Descartes, l'angle φ du rayon émergent avec l'horizon est lié à l'angle λ par la relation

$$\sin\varphi = N\cos\lambda.$$

On a donc

$$n^2 = N^2 - \sin^2\varphi.$$

Ainsi, il suffira de mesurer φ pour avoir n, N étant connu; et avec un prisme donné on pourra déterminer tous les indices compris entre N et $\sqrt{N^2 - 1}$.

L'appareil étant disposé comme l'indique la figure ci-jointe, on déplace le cercle sur la tige et la lunette sur le cercle jusqu'à ce que la substance examinée, de sombre qu'elle paraissait, devienne

(¹) M. Le Roux signala en outre des coïncidences remarquables entre les valeurs du pouvoir réfringent de corps chimiquement analogues :

	Pouvoir réfringent.		Pouvoir réfringent.
Oxygène	4924	Azote	6187
Soufre	4923	Phosphore	6264

Mais le pouvoir réfringent de l'arsenic (2110) ne concorde pas avec celui de l'azote ou du phosphore.

(²) Wollaston, *Phil. Trans.*, XCII, part II, 365; 1802.

subitement brillante : la lunette fait alors avec l'horizon l'angle cherché (1).

La méthode a l'avantage capital de n'exiger qu'une très petite

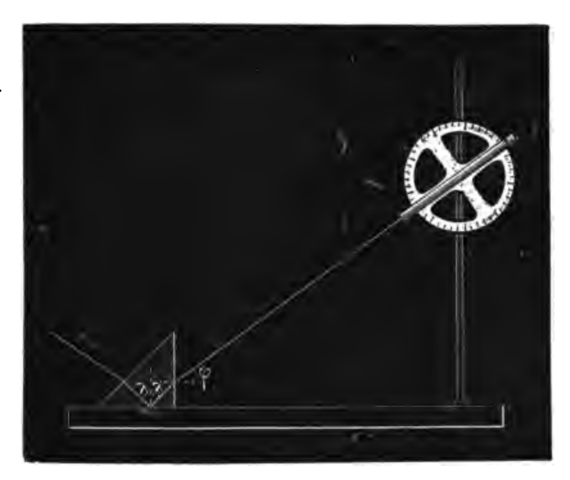


Fig. 371

quantité de matière, une goutte de liquide ou un fragment de solide présentant une face plane. Dans ce dernier cas, pour établir le contact avec le prisme on se sert d'un liquide dont l'indice $\mathcal{N}$ soit

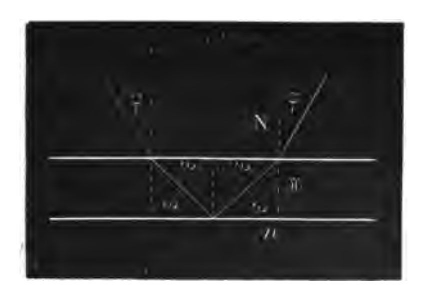


Fig. 372

supérieur à n (2). Ce liquide forme entre le prisme et le corps

(1) Wollaston substitua ensuite à la lunette un œilleton porté par un système articulé : une graduation tracée sur l'une des tiges indiquait sans calcul la valeur de l'indice cherché ; mais la mesure ainsi simplifiée perdait toute précision.

(2) Les liquides les plus employés sont : les essences d'anis (1,5573 à 15°,1), de cassia (1,6065 à 16°,2), de cannelle (1,6188 à 23°,5) ; le sulfure de carbone (1,6274 à 20°) ; la naphtaline monobromée (1,6585 à 16°,1) ; la liqueur de

une lame à faces parallèles dont on n'a pas à tenir compte. Si en effet ω est l'angle limite au passage du liquide $\mathfrak{N}$ dans le solide n.

$$\sin\omega = \frac{n}{\mathfrak{N}}.$$

Or, à l'angle ω dans le milieu $\mathfrak{N}$ correspond un angle φ dans le milieu N tel que

$$\sin\varphi = \frac{\mathfrak{N}}{N}\sin\omega.$$

On a donc

$$\sin\varphi = \frac{n}{N},$$

c'est-à-dire que φ est l'angle limite relatif aux milieux N et n.

Généralisation de ce procédé. — Au prisme rectangle, rarement exact, on substituera avantageusement un prisme quelconque, à

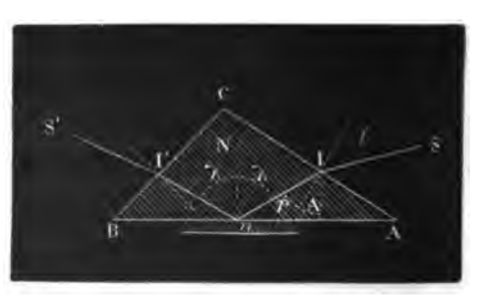


Fig. 373

l'exemple de Malus ([1]). Les équations précédentes s'écriront alors, l'angle λ étant égal à $r + A$,

$$\sin(r + A) = \frac{n}{N},$$

$$\sin i = N \sin r,$$

d'où

$$n = \cos A \sin i + \sin A \sqrt{N^2 - \sin^2 i}.$$

Thoulet, iodure de mercure dissous dans de l'iodure de potassium, (1,7167 à 18°, pour la solution de poids spécifique 3,1) ; l'iodure de méthylène (1,755 à 18°, et jusqu'à 1,95 quand on y dissout du phosphore et de l'iode).

([1]) Malus, *Mémoires des savants étrangers*, II, 509 ; 1811.

Si donc on connaît N et A, la mesure de i donnera n [1].

Le prisme étant monté sur un goniomètre dont la lunette possède un réticule éclairé, on s'arrangera de manière que l'image du réticule dans la face AC coïncide avec le réticule lui-même : la lunette sera alors normale à la face AC, et l'angle dont il faudra la faire tourner (ou faire tourner le prisme) pour recevoir le premier rayon totalement réfléchi sera précisément l'angle i.

Si la lunette n'est pas munie d'un réticule éclairé, on visera suivant SI, puis suivant S'I', la source étant amenée en S ; on mesurera ainsi l'angle

$$\alpha = \pi - C + i + i'.$$

Comme il existe entre n, B et i' une relation semblable à celle que nous avons établie entre n, A et i, on voit que si les trois angles du prisme sont connus, n sera déterminé.



Fig. 374

Le calcul se simplifie si $A = B$, et si par conséquent $i = i'$.

Quand $A = B = \frac{\pi}{2}$, $C = 0$, le prisme se transforme en un parallélipipède (Feussner) : l'on a

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i},$$

et l'angle i est égal à la moitié de l'angle $\widehat{SI, S'I'} = \alpha$.

Courbe limite. — Dans tous les cas, le passage de la réflexion partielle à la réflexion totale entraîne une variation brusque d'intensité, et le champ de la vision est coupé en deux portions d'éclat très différent, séparées par les rayons réfléchis sous l'angle limite λ.

[1] On peut déterminer N en appliquant le procédé au cas où le deuxième milieu est l'air, $n = 1$, et l'on a

$$N^2 = \frac{1 - 2 \cos A \sin i + \sin^2 i}{\sin^2 A}.$$

Supposons le centre de l'œil placé en O ([1]). Les rayons qui ont rencontré la surface sous un angle $i < \lambda$ frapperont la rétine en haut; et, comme l'impression est renversée, la partie inférieure du champ paraîtra sombre, la partie supérieure éclairée, et la séparation entre



Fig. 375

les deux sera marquée par les rayons qui sont situés sur le cône d'axe O*o* et d'angle au sommet *o*O*k*. La courbe limite, sur laquelle de Sénarmont ([2]) a le premier appelé l'attention, sera donc sensiblement un arc de cercle tournant sa concavité vers la région obscure. Dans la lumière blanche, cet arc se borde des couleurs de l'iris.

Appareil de M. Kohlrausch ([3]). — M. Kohlrausch, qui a utilisé la réflexion totale pour la mesure des indices des cristaux, a construit un réfractomètre dans lequel la lame à étudier, au lieu d'être appliquée contre un bloc solide, est plongée dans un liquide très réfringent. Elle y est soutenue verticalement par une pince munie des pièces nécessaires pour le réglâge et portant une alidade mobile sur un cercle gradué horizontal. On s'arrange de manière à ce que la face réfléchissante de la lame soit exactement verticale et autant que possible dans l'axe même de rotation. Une lunette horizontale fixe vise à travers une fenêtre ménagée dans le vase qui contient le liquide. Les rayons d'une lampe monochromatique sont dirigés sur la lame. On déplace la lampe et on tourne la pince sur elle-même jusqu'à ce que la réflexion totale se manifeste. On amène la courbe limite sous le fil du réticule. Puis

([1]) Pour simplifier la figure, on n'a pas marqué la brisure des rayons dans le verre.

([2]) De Sénarmont, *C. R.*, XLII, 65; et *Journal de mathématiques*, (2), I, 305; 1856.

([3]) F. Kohlrausch, *Wied. Ann.*, IV, 1; 1878.

on transporte la lampe de l'autre côté de la ligne de visée, et pour faire revenir la courbe limite sous le fil du réticule il faut évidemment tourner la pince de l'angle 2λ.

Réfractomètre de Soret (1). — Soret a établi sur le même principe un réfractomètre où la source de lumière est un collimateur éclairé par le soleil et conséquemment fixe. La lunette est donc mobile et elle entraîne dans son mouvement le cristal qui lui est relié par un mécanisme agencé pour qu'elle reçoive toujours le rayon réfléchi. Cette lunette possède d'ailleurs un prisme à vision directe, de sorte que l'observateur peut faire coïncider la courbe limite successivement avec chacune des raies du spectre.

Observation par transmission. — Si le cristal, transparent, est taillé sous la forme d'une lame à faces parallèles, on peut mettre la source en regard de la lunette, de façon que la lumière traverse la lame. Les rayons qui se trouvent à l'intérieur du cône d'angle au sommet 2λ pénètrent seuls dans le cristal : ils ressortent parallèlement à eux-mêmes et sont compris à l'émergence dans un cône de même angle éclairé intérieurement et sombre extérieurement, à l'inverse de ce qui avait lieu dans les appareils précédents. L'observation est facile; mais la méthode ne convient qu'à une lame extrêmement mince, où les rayons qui échappent par la tranche ne provoquent pas de réduction appréciable dans l'angle du cône émergent (2).

Mesure des indices des liquides: Terquem et Trannin (3), *E. Wiedemann* (4). — La même méthode s'adapte aisément à la mesure de l'indice d'un liquide, soit que l'on opère avec une lame solide d'indice connu, soit que, à l'exemple de MM. Terquem et Trannin et E. Wiedemann, on se serve d'une double lame, constituée par deux plaques de verre que sépare une mince couche d'air : les choses se passent alors comme si la réflexion totale s'effectuait à la surface du liquide et de l'air.

(1) Soret, *Archives de Genève*, (3), IX, 5; 1883.
(2) L'erreur atteint 5 unités de la 4e décimale quand l'épaisseur est le $\frac{1}{50}$ de la largeur.
(3) Terquem et Trannin, *C. R.*, LXXVIII, 1843; 1874; et *Journal de physique*, IV, 232; 1875.
(4) E. Wiedemann, *Archives de Genève*, LI, 340; 1874; et *Pogg. Ann.*, CLVIII, 375; 1876.

Totalréflectomètre de Pulfrich (¹). — M. Pulfrich est revenu à la méthode primitive et lui a donné un haut degré de précision. Son appareil, destiné particulièrement aux mesures minéralogiques qui doivent pouvoir être faites dans tous les azimuths, se compose

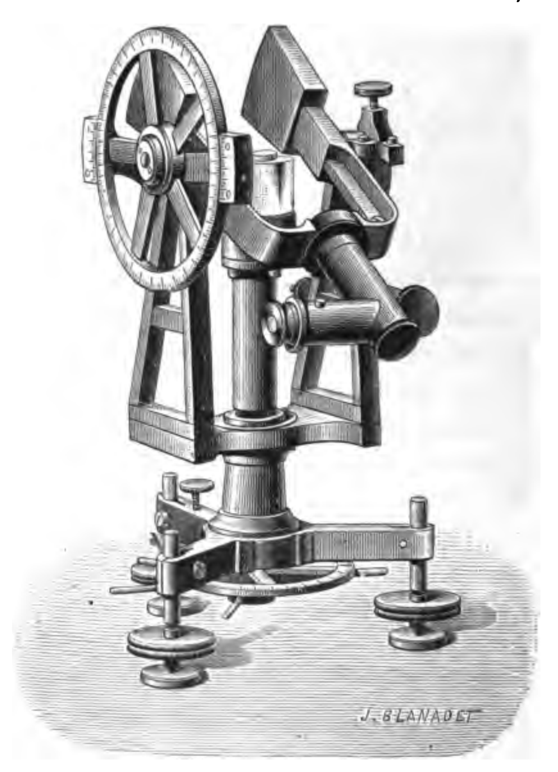


Fig. 376

d'un cylindre de verre très réfringent ($n_D = 1,73727$), bien poli, sur lequel se met la lame cristalline ou le liquide à étudier : une lunette mobile en face d'un cercle gradué, et brisée à angle droit pour plus de commodité, sert à déterminer l'angle limite. L'éclairement est produit par des rayons ayant suivi un chemin symétrique de celui qu'ils parcourent à la sortie (ce qui nécessite un ajustement convenable de la source), soit, plus simplement, par des rayons arrivant à l'incidence rasante (la lame doit alors être trans-

(¹) Pulfrich, *Wied. Ann.*, XXX, 193, 317, et 487; 1887; et *Journal de physique* (2), VI, 343; 1887 (Macé de Lépinay). M. Pulfrich a décrit en détail son appareil dans une brochure intitulée *Das Totalreflectometer*, Leipsig; 1890.

parente et taillée sous la forme d'un cylindre, mais la courbe limite est plus nette). Dans l'un et l'autre cas, l'indice est défini par la formule

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i};$$

l'erreur ne dépasse pas quelques unités du cinquième ordre décimal.

Réfractomètre Bertrand (¹). — Nous citerons encore le petit appareil construit par M. Émile Bertrand pour des mesures rapides. La réflexion totale s'opère sur la face plane d'une lentille demi-

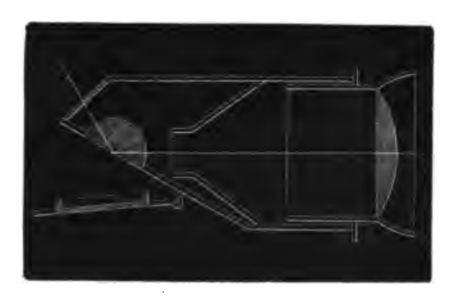


Fig. 377

boule, et la courbe limite vient se dessiner dans le plan focal où l'on a placé un micromètre, sur lequel vise une loupe oculaire. L'appareil ayant été gradué empiriquement, il suffit d'une lecture pour avoir immédiatement, avec deux décimales exactes, l'indice du corps liquide ou solide qui est en contact avec la lentille.

438. Mesure des indices des lames à faces parallèles. — *Procédé du duc de Chaulnes* (²). — Le procédé imaginé par le duc de Chaulnes pour évaluer rapidement l'indice d'une lame transparente peut aussi rendre des services. La lame étant mise sur le porte-objet d'un microscope, on mesure le chemin qu'il faut faire parcourir au corps de l'instrument pour viser successivement les poussières qui se trouvent sur la face supérieure, puis celles qui sont sur la face inférieure de la lame. L'indice est égal (423) au

(¹) E. Bertrand, *Bulletin de la Société minéralogique de France*, VIII, 375; et *Journal de physique* (2), V, 223; 1886 (Dufet).

(²) Duc de Chaulnes, *Mémoires de l'Académie des sciences* (*Histoire de l'Académie*; 1767), p. 423.

rapport inverse de l'épaisseur apparente, indiquée par ce chemin, à l'épaisseur réelle, mesurée directement [1]. L'expérience est facile si le microscope est muni d'une vis micrométrique à tambour gradué.

Modification de Bertin [2]. — On peut se passer de la vis micrométrique en opérant de la manière suivante, proposée par Bertin. Sur la lame en expérience on dispose un micromètre; et, après avoir beaucoup tiré l'oculaire, on met au point : on voit le micromètre avec un certain grossissement G. Si l'on place au contraire le micromètre sous la lame, sans changer l'objectif, il faudra enfoncer l'oculaire pour retrouver l'image, que l'on verra avec un grossissement moindre γ. Enfin, en enlevant la lame pour laisser le micromètre à nu, on devra de nouveau enfoncer l'oculaire : l'image reparaîtra avec un grossissement encore plus petit g. Ces trois grossissements étant mesurés, on en déduira l'indice par la relation

$$n = \frac{g}{\gamma}\frac{G-g}{G-\gamma}.$$

Mais la méthode est peu sensible.

439. Résultats. — Les mesures d'indices ont conduit non seulement à des données d'une utilité pratique évidente, mais aussi à des résultats généraux que l'on a formulés en considérant

soit le *pouvoir réfringent* $\frac{n^2-1}{d}$ (Newton),

soit l'*énergie réfractive* $\frac{n-1}{d}$ (Gladstone) [3],

soit la *constante de réfraction* $\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$ (Lorentz et Lorenz) [4],

(1) On a aussi tenté de mesurer l'indice d'une lame par le déplacement qu'elle imprime au rayon. Cette méthode a été employée par BERNARD, puis par PICHOT (Voir DESAINS, *Leçons de physique*, II, 317).

(2) BERTIN, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XXVI, 288; 1849.

(3) GLADSTONE et DALE, *Phil. Trans.*; 1858-63. — LANDOLT, *Pogg. Ann.*, CXVII et CXXII; 1862-64.

(4) LORENTZ (d'Arnheim), *Wied. Ann.*, IX, 641; 1880. — LORENZ (de Copenhague), *Wied. Ann.*, XI, 70; et PRYTZ (de Leyde); *ibid.*, 104; 1880.

qui serait une constante pour chaque corps dans quelques conditions qu'il se trouvât placé.

Gaz [1]. — Pour les gaz, ces trois quantités sont sensiblement proportionnelles [2]; chacune peut être regardée comme une constante caractéristique du gaz [3].

On a donc pour les variations de pression et de température qui obéissent à la loi de Mariotte et à la loi de Charles [4]

$$n - 1 = (n_0 - 1)\frac{p}{76(1 + \alpha t)}.$$

Le tableau ci-joint fait connaître l'indice de réfraction moyen, calculé pour la température de 0° et la pression de 76^{cm}, d'après M. Mascart [5].

Air................	1,000 292 5	Acétylène	1,000 607
Azote..............	298	Acide sulfureux......	704
Oxygène...........	271	Cyanogène	822
Hydrogène.........	139	Eau.................	257
Oxyde de carbone ..	335	Chlore	770
Acide carbonique...	454	Brome	1 127
Protoxyde d'azote...	516	Alcool...............	881
Bioxyde d'azote.....	297	Éther	1 507
Formène...........	442	Chloroforme.........	1 457
Éthylène...........	720	Sulfure de carbone...	1 478

(1) Outre les travaux dont nous avons parlé, les gaz ont été l'objet de recherches par la méthode interférentielle de la part d'Arago et Fresnel, de Jamin, de M. Mascart et d'autres savants, dont les résultats seront indiqués plus bas (Arago, *Œuvres*, X, 298 et 312. — Jamin, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LIX, 282; 1860. — Mascart, *Ann. de l'École normale*, (2), VI, 9; 1877).

(2) Quand n est voisin de 1, on a sensiblement $n - 1 = \frac{1}{2}(n^2 - 1)$, et $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3}(n^2 - 1) = \frac{2}{3}(n - 1)$.

(3) MM. Chappuis et Rivière ont opéré sur l'air à 21° de 0 atmosphère à 20 atmosphères, sur l'acide carbonique à 21° de 0 atmosphère à 19 atmosphères, sur le cyanogène entre 0° et 35° de 1 atmosphère à 4 atmosphères, en mesurant dans chaque cas l'indice et la densité; et ils ont trouvé que pour ces trois gaz, dont les propriétés physiques aux températures ordinaires sont très différentes, la loi $\frac{n - 1}{d} = C^{te}$ était exactement vérifiée (Chappuis et Rivière, *Ann. de chim. et de phys.*, (6), XIV, 5; 1888).

(4) M. Benoît a vérifié que, pour l'air, le coefficient de variation avec la température, entre 0° et 80°, est précisément égal au coefficient de dilatation 0,00367 (R. Benoît, *Travaux et Mémoires du Bureau international des poids et mesures*, VI; 1888; et *Journal de physique*, (2), VIII, 451).

(5) Mascart, *Annuaire du Bureau des longitudes* pour 1891, p. 590.

M. Ketteler [1] et M. Lorenz [2] ont mesuré les indices de quelques gaz pour différentes lumières. Voici les moyennes de leurs résultats relatifs à l'air pour les principales raies de Fraunhofer :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1,000	29110	29171	29203	29289	29350	29498	29680	29828

L'hydrogène est moins dispersif : $n_E - n_C = 0,000\,001\,28$,
l'acide carbonique l'est davantage : 304,
l'acide sulfureux beaucoup plus : 866,
le cyanogène plus encore : 944.

La formule de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4},$$

réduite à ses deux premiers termes $A + \frac{B}{\lambda^2}$, suffit à exprimer les résultats.

La vapeur d'iode, dont nous avons signalé la dispersion anomale, a pour indices, à 700°, dans le rouge (C) $n_r = 1,0205$ et dans le violet (G) $n_v = 1,019$, ce qui dénote un pouvoir dispersif négatif, $\frac{n_v - 1}{n_r - 1} = 0,06$, très voisin du pouvoir dispersif positif du flint [3].

Liquides. — Loi de Gladstone. — Pour les liquides [4] la loi de Gladstone

$$\frac{n-1}{d} = C^{te}$$

semble s'appliquer exactement aux variations de pression et seulement d'une manière approximative aux variations de température :

(1) Ketteler, *Farbenzerstreuung der Gase*. Bonn ; 1865 ; et *Pogg. Ann.*, CXXIV, 390 ; 1865.

(2) Lorenz, *Wied. Ann.*, XI, 70 ; 1880.

(3) Hurion, *Recherches sur la dispersion anomale* (thèse), 1877 ; et *Journal de physique*, VII, 181 ; 1878.

(4) Quand un corps passe de l'état gazeux à l'état liquide, l'énergie réfractive se conserve sensiblement : M. Lorenz et M. Prytz ont étudié sous les deux états quinze corps appartenant à la chimie organique, (plus l'eau et le sulfure de carbone), et ils ont trouvé que, malgré la très grande variation de densité qui accompagne le changement d'état, l'énergie réfractive, ou mieux encore la constante de réfraction reste la même (à 5 p. 100 près), résultat confirmé par M. Bleekrode, qui a étendu ses recherches à la plupart des gaz liquéfiables (Bleekrode, *Journal de physique*, (2), IV, 109 ; 1885).

quand la température s'élève, l'indice diminue en même temps que la densité, mais toujours un peu plus rapidement que ne le voudrait la loi [1].

Des expériences récentes de M. Quincke [2] sur différents liquides et en particulier sur l'eau ont montré que le coefficient de compressibilité, déduit des variations de l'indice avec la pression d'après la loi de Gladstone, concorde d'une façon presque absolue et pour toutes les couleurs avec le coefficient mesuré directement. Ainsi il trouve pour le coefficient de compressibilité de l'eau, à 22°,9, 0,00004563 au lieu de 0,00004575 (Grassi).

La variation de la réfrangibilité de l'eau avec la température est représentée par le tableau suivant, qui se rapporte à la raie D [3]. Comme Jamin l'a annoncé, le passage par 4° ne cause aucune perturbation dans le phénomène.

t	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$	t	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$
0°	1,33397	0,33401	15°	1,33333	0,33362
1	96	398	20	292	50
2	94	95	25	242	39
3	92	92	30	185	27
4	89	89	40	049	03
5	86	86	50	1,32896	0,33289
6	82	83	60	713	66
7	78	80	70	505	38
8	74	78	80	287	19
9	69	76	90	066	10
10	64	73	100	(1,31853)	(0,33227)

(1) DUFET, *Journal de physique*, (2), IV, 477 ; 1885.

(2) QUINCKE, *Wied. Ann.*, XIX, 401 ; 1883. Cf. ZEHNDER, *ibid.*, XXXIV, 91 ; 1888.

(3) De nombreux expérimentateurs ont étudié la réfrangibilité de l'eau à différentes températures et pour diverses lumières : FRAUNHOFER, *Denkschriften d. K. Akad. d. Wiss. zu München*, V, 193; 1817. — JAMIN, *C. R.*, XLIII, 1191; 1856. — GLADSTONE et DALE, *Phil. Trans.*, CXLVIII, 887; 1858. — LANDOLT, *Pogg. Ann.*, CXVII, 353; 1862. — MÜTTRICH, *Pogg. Ann.*, CXXI, 398 ; 1864. — FOUQUÉ, *Ann. de l'Observ. de Paris*, IX ; 1867. — BAILLE, *C. R.*, LXIV, 1029; 1867. — RÜHLMANN, *Pogg. Ann.*, CXXXII, 1 et 177; 1867. — WÜLLNER, *Pogg. Ann.*, CXXXIII, 1; 1868. — VAN DER WILLIGEN, *Arch. du Musée Teyler*, II, 199; 1869. — SIEBEN, *Wied. Ann.*, VIII, 137; 1879. — LORENZ, *Wied. Ann.*, XI, 70; 1880. — PRYTZ, *Wied. Ann.*, XI, 104 ; 1880. — DAMIEN, (thèse), *Ann. de l'Éc. Norm.*, (2), X, 233; 1881. — DUFET, *Bulletin de la Société minéral.*, VIII; 1885. — PULFRICH, *Wied. Ann.*, XXXIV, 326; 1888. — On trouvera les résultats de leurs mesures dans les tables de LANDOLT et BÖHNSTEIN (*Physikalisch-chemische Tabellen.* Berlin, Springer; 1883), et dans le mémoire de M. DUFET (*loc. cit.*). Nous avons pris pour les indices les valeurs données par M. Dufet de 0° à 50° (complétées de 50° à 100° par les déterminations de M. Rühlmann) et pour les densités les nombres adoptés par M. Rossetti.

La dispersion de l'eau est nettement marquée par les nombres ci-après, relatifs à la température de 20° (Dufet) :

B	C	D	E	F	h
1,33					1,34
038	109	292	512	701	208

Ces nombres obéissent très bien à la formule de Briot,

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} - D\lambda^2,$$

plus générale que celle de Cauchy.

L'examen d'autres liquides conduit à des résultats analogues. Ainsi Landolt trouve avec la lumière rouge :

	t	d	n_C	$\frac{n_C - 1}{d}$ (1)
Alcool éthylique.........	12°	0,8054	1,3638	0,4426
	28	0,7917	1,3574	0,4423
Alcool amylique..........	16	0,8151	1,4073	0,4996
	26	0,8075	1,4034	0,4995
Essence d'amandes amères.	16	1,0496	1,5412	0,5156
	26	1,0401	1,5361	0,5154

Mais les différences s'accentuent pour les lumières plus réfrangibles dans les liquides très dipersifs. Si par exemple nous rapprochons les mesures d'indices dues à Dale et Gladstone et les valeurs de la densité données par I. Pierre, nous avons :

	t	d	n_A	$\frac{n_A - 1}{d}$	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$	n_H	$\frac{n_H - 1}{d}$
Sulfure de carbone.	10°	1,2785	1,6144	0,4806	1,6346	0,4964	1,7081	0,5538
	30	1,2485	1,5995	0,4802	1,6182	0,4952	1,6896	0,5524

Dale et Gladstone furent donc amenés à considérer non plus l'indice n, mais la constante de la dispersion A, et à poser

$$\frac{A - 1}{d} = C^{te}.$$

Les nombres qu'ils apportaient à l'appui et ceux qu'obtint de son côté Landolt offrant encore quelques variations, et celles-ci pouvant provenir de ce qu'ils employaient des échantillons différents de ceux qui avaient servi à I. Pierre ou à Kopp pour mesurer les densités, Rühlmann et Wüllner entreprirent concurremment des recherches dans lesquelles ils déterminèrent, pour chaque liquide,

(1) La constance de $\frac{n^2_C - 1}{d}$ est moins satisfaisante.

en même temps l'indice et la densité à diverses températures; et ils arrivèrent l'un et l'autre à cette conclusion que la loi n'était qu'approchée ([1]).

Elle n'est cependant pas sans importance.

L'énergie réfractive se conserve à très peu près dans les mélanges et même dans les combinaisons ([2]), de sorte que l'énergie réfractive d'un composé (organique) peut se calculer au moyen de celle des éléments par une simple règle d'alliage ([3]).

Elle est donc la même dans les composés isomères, dans les

([1]) Voici les résultats obtenus par M. Wüllner (les longueurs d'onde sont exprimées en dix-millièmes de millimètres : $\lambda_D = 5,892$).

Solution saturée de chlorure de zinc (eau 100, chlorure 254,735), entre 20° et 40°.

$$n_\lambda = 1,494538 - 0,0002857t + \frac{0,633266 - 0,0001007t}{\lambda^2}$$

$$d = 1,96816 - 0,001153t \qquad \frac{A-1}{d} = 0,25126 + 0,0000028t$$

Glycérine, à peu près privée d'eau, entre 15° et 35°.

$$n_\lambda = 1,454262 - 0,0002683t + \frac{0,404553 - 0,0000669t}{\lambda^2}$$

$$d = 1,25073 - 0,000635t \qquad \frac{A-1}{d} = 0,36325 - 0,0000310t$$

Alcool, entre 15° et 35°.

$$n_\lambda = 1,36086 - 0,000384t + \frac{0,325707 - 0,0002008t}{\lambda^2}$$

$$d = 0,81281 - 0,00085t \qquad \frac{A-1}{d} = 0,44396 - 0,0000082t$$

Sulfure de carbone, entre 7° et 24°.

$$n_\lambda = 1,601500 - 0,0007539t + \frac{1,170258 - 0,0005956t}{\lambda^2} + \frac{10,09856 - 0,0229000t}{\lambda^4}$$

$$d = 1,29366 - 0,001506t \qquad \frac{A-1}{d} = 0,46496 - 0,0000424t$$

([2]) BERTHELOT, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), XLVIII; 1856. — SCHRAUFF, *Pogg. Ann.*, CXXVI, 344; 1865. — HAAGEN, *Pogg. Ann.*, CXXXI, 117; 1867. — GLADSTONE et DALE, *Phil. Mag.*, (4), XXXIX, 232; 1870.

([3]) La règle s'applique généralement bien aux mélanges de liquides organiques (M. Wüllner a obtenu des vérifications précises avec des mélanges d'alcool et de glycérine), de même qu'aux dissolutions salines très étendues. Mais, dans bien des cas, les choses se passent moins simplement. Ainsi, van der Willigen trouve pour les indices de divers hydrates d'acide sulfurique relativement à la raie D, à 18°,3 (p étant le poids d'acide pour 100) :

p	n	p	n	p	n
0	1,33327	30,10	1,37009	85,98	1,43807
0,1	1,33382	56,25	1,40308	88,97	1,43669
4,46	1,33862	71,97	1,42466	94,72	1,43163
19,08	1,35630	81,41	1,43596		

L'indice croît jusqu'à l'hydrate $SO^3,2HO$ (84,1), et décroît ensuite.

mélanges ou combinaisons de même composition centésimale [1].

Si l'on multiplie l'énergie réfractive par l'équivalent, on a *l'équivalent de réfraction*, et l'on peut dire que l'équivalent de réfraction d'une molécule est égal à la somme des équivalents de réfraction des atomes qui la composent, énoncé plus général, mais non plus exact, d'une règle qui n'est qu'approximative.

Sans entrer dans la discussion des difficultés résultant de l'influence de l'atomicité, nous donnerons ici les équivalents de réfraction r des éléments principaux, selon M. Haagen [2] :

	p	$\frac{n-1}{d}$	r		p	$\frac{n-1}{d}$	r
H	1	1,300	1,3	O	16	0,1875	3
Cl	35,5	0,2758	9,8	S	32	0,5009	16
Br	80	0,1918	15,3	Az			4,1 (Gladstone).
I	127	0,1958	25	C	12	0,4167	5

[1]) Citons quelques exemples d'après M. Landolt :

1° Composés isomères :

		d	n_C	$\frac{n_C-1}{d}$
$C^3H^6O^2$	Acide propionique	0,9963	1,3846	0,3860
	Acétate de méthyle	0,9053	1,3592	0,3967
	Formiate d'éthyle	0,9078	1,3580	0,3944
$C^4H^8O^2$	Acide butyrique	0,9610	1,3955	0,4116
	Acétate d'éthyle	0,9021	1,3705	0,4110
$C^5H^{10}O^2$	Acide valérique	0,9313	1,4022	0,4319
	Butyrate de méthyle	0,8976	1,3869	0,4311
$C^6H^{12}O^2$	Acide caproïque	0,9252	1,4116	0,4449
	Valérate de méthyle	0,8809	1,3927	0,4458
	Butyrate d'éthyle	0,8906	1,3940	0,4424
	Formiate d'amyle	0,8816	1,3959	0,4491

2° Mélanges ou combinaisons de même composition centésimale :

$C^2H^4O^2$	Acide acétique	1,0514	1,3699	
$C^4H^8O^2$	Acide butyrique	0,9610	1,3955	
$C^3H^6O^2$	Mélange	0,9930	1,3851	0,3878
$C^3H^6O^2$	Acide propionique	0,9963	1,3856	0,3860
$C^3H^6O^2$	Acide propionique	0,9963	1,3846	
H^2O	Eau	1	1,3311	
$C^3H^8O^3$	Mélange	1,0220	1,3856	0,3775
C^2H^6O	Alcool éthylique	0,8011	1,3605	
CH^2O^2	Acide formique	1,2211	1,3693	
$C^3H^8O^3$	Mélange	0,9602	1,3610	0,3760
CH^4O	Alcool méthylique	0,7964	1,3279	
$C^2H^4O^2$	Acide acétique	1,0514	1,3699	
$C^3H^8O^3$	Mélange	0,9606	1,3594	0,3741
$C^3H^8O^3$	Glycérine	1,2615	1,4706	0,3731

A noter aussi les observations de M. Doumer (*C. R.*; 1890) sur les sels métalliques.

([2]) Quelques nombres montreront le degré d'exactitude de la règle.

	r observé.	r calculé.		r observé.	r calculé.
Alcool méthylique	13,17	13,20	Aldéhyde	18,58	18,20
— éthylique	20,70	20,80	Éther	36,26	36,00
— propylique	28,30	28,40	Glycérine	34,32	34,40
— butylique	36,11	36,00	Acide lactique	31,81	31,80
— amylique	43,89	43,60	Eau	5,96	6,13

Le tableau suivant renferme les indices de plusieurs liquides pour diverses lumières, d'après Baden Powell, Gladstone et Dale, van der Willigen, Kundt (1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	
lf. de carbone (15°)...	1,6114	1,6177	1,6209	1,6303	1,6434	1,6554	1,6779	1,7035	G.D.
azine (15°)...........	1,4905	1,4939	1,4955	1,5002	1,5066	1,5124	1,5234	1,5329	K.
;. de térébenth. (20°,7).	1,4663	1,4682	1,4693	1,4721	1,4759	1,4793	1,4857	1,4913	W.
loroforme (10°).......	1,4438	1,4457	1,4466	1,4490	1,4526	1,4555	1,4614	1,4661	G.D.
;ool (15°)............	1,3600	1,3612	1,3621	1,3638	1,3661	1,3683	1,3720	1,3751	G.D.
ıer (15°)...	1,3529	1,3545	1,3554	1,3566	1,3590	1,3606	1,3646	1,3683	G.D.
›rit de bois (15°)....	1,3290	1,3302	1,3308	1,3326	1,3344	1,3362	1,3384	1,3421	K.
ıence d'anis (15°).....	»	1,5487	1,5508	1,5573	1,5659	1,5744	1,5912	1,6084	P.
;ence de cassia (15°)..	»	1,5659	1,5690	1,5780	1,5905	1,6029	»	»	K.
ı. de cannelle (23°,5).	1,5967	1,6038	1,6077	1,6188	1,6348	1,6508	»	»	W.

Nous rappelons les liquides très réfringents cités plus haut (437).

Solides. — Dans les corps solides, l'indice est beaucoup moins affecté par la chaleur que la densité : l'énergie réfractive ne reste donc pas constante aux différentes températures (2).

En général, l'indice augmente quand la température s'élève ; dans le crown il ne change pas ; dans le spath-fluor, il diminue. Le

(1) Baden Powell, *Pogg. Ann.*, LXIX, 110 ; 1846. — Gladstone et Dale, *Phil. Trans.*, CXLVIII, 887 ; 1858 ; et CLIII, 317 ; 1863 ; et *Phil. Mag.*, (4), XVII, 222 ; 1859 ; et XXVI, 484 ; 1863. — Van der Willigen, *Arch. du Musée Teyler*, I, 161, II, 222 et III, 15 ; 1868-70. — Kundt, *Wied. Ann.*, IV, 34 ; 1878.

(2) Cette quantité est néanmoins utile à considérer. Ainsi, en calculant l'indice de l'iode solide d'après l'indice de sa vapeur au moyen de la loi de Gladstone, M. Hurion trouve : dans le rouge 1,89, dans le bleu 1,83.

D'autre part, en comparant les indices d'une dissolution d'iode au $\frac{1}{500}$ dans le sulfure de carbone aux indices du dissolvant, et en admettant que l'énergie réfractive d'un mélange est la somme des énergies réfractives des corps qui le constituent, il obtient pour les indices de l'iode solide : dans le rouge 2,07, dans le bleu 1,98, nombres voisins des précédents.

D'après M. Damien, il n'y a pas de différence sensible entre l'énergie réfractive du phosphore liquide et celle du phosphore solide, à la même température. Ses expériences lui donnent en effet :

t	$\frac{A-1}{d}$ solide.	$\frac{A-1}{d}$ liquide.
29°,2	0,561707	0,561718
34°,7	623	567
37°,5	601	541

Les différences sont faibles et attribuables aux erreurs d'expérience.

tableau ci-dessous contient les nombres obtenus par M. Fizeau [1] pour quelques corps isotropes par la méthode si précise à laquelle nous avons déjà fait plusieurs fois allusion et dont l'exposé trouvera sa place plus loin. Dans ce tableau, d représente, comme d'habitude, la densité, k le coefficient de dilatation cubique, n_D l'indice relatif à la raie D, et α le coefficient de variation de l'indice avec la température :

$$(n_D)_t = (n_D)_o(1 + \alpha t).$$

	d	k	n_D	α
Verre de Saint-Gobain (19°,1-81°,3).	2,438	0,00002584	1,5033	0,00000108
Autre verre de Saint-Gobain (18°-55°).	2,514	2584	1,528	065
Crown Maës à oxyde de zinc (18°-60°,5).	2,626	255	1,5204	000
Flint ordinaire (13°,4-60°,75).......	3,584	243	1,6112	163
Flint lourd (20°-53°)...............	4,14	198	1,682	408
Spath-fluor (12°-55°)...............	3,2	621	1,436	—0,00000949

Nous laissons de côté, pour le moment, les résultats qui concernent les corps biréfringents.

M. Dufet [2] a montré que dans les mélanges de sels isomorphes, l'indice du mélange pouvait se calculer comme pour un mélange de liquides. D'autre part, des mesures faites par M. Soret [3] sur les aluns à l'aide de son réfractomètre, il ressort que d'une base alcaline à une autre la variation d'indice est très sensiblement constante, sauf pour les aluns de cœsium [4]. L'énergie réfractive spécifique des éléments se conserve donc dans une certaine limite. Newton l'avait bien senti quand, après avoir remarqué que les corps les plus réfringents étaient en général facilement inflammables, il en avait hardiment conclu que le diamant devait être combustible.

Au tableau qui suit figurent les indices des verres le plus fréquemment employés et de certains corps isotropes [5].

(1) Fizeau, *Ann. de chim. et de phys.*, (3), LXVI, 429; 1862.

(2) Dufet, *Journal de physique*, VII, 325; 1878.

(3) Soret, *Archives de Genève*, XII, XIII, XIV, XX; 1884-88.

(4) On trouve des faits du même ordre dans les corps biréfringents (Dufet, *Journal de physique*, (2), VI, 301; 1887).

(5) M. Dufet a réuni dans le 1er fascicule du volume des *Constantes*, publié par la Société française de physique, les renseignements les plus exacts sur les indices de réfraction pour tous les corps où ils ont été mesurés.

	A	B	C	D	E	F	G	H
ass n° 13...		1,524312	1,525279	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
13.........		1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
								FRAUNHOFER (1814-15)
St-Gobain.		1,44600	1,44711	1,44979	1,45290	1,45657	1,46238	1,52073(?)
Guinand..		1,61440	1,61605	1,62090	1,62730	1,63314	1.64432	1,65421
raday......		1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637
								DUTIROU (1850)
tossette....	1,52814	1,53011	1,53113	1,53386	1,53735	1,54037	1,54607	1,55093
Guinand...	1,57829	1,58114	1,58261	1,58671	1,59197	1,59673	1,60589	1,61360
ssette......	1,60927	1,61268	1,61443	1,61929	1,62569	1,63148	1,64269	1,65268
								MASCART (1860)
eil (léger)...		1,5126	1,5134	1,5160		1,5222	1,5278	1,5323
St-Gobain.		1,5244	1,5254	1,5280		1,5343	1,5397	1,5443
eil (lourd)..		1,5554	1,5568	1,5604		1,5690	1,5769	1,5836
bichon.....		1,6131	1,6149	1,6198		1,6321	1,6435	1,6534
ette (lourd)..		1,6771	1,6795	1,6858		1,7019	1,7171	1,7306
(lourd).....		1,7801	1,7831	1,7920		1,8149	1,8368	1,8567
								BAILLE (1867)
Iéna (ord.).	1,60301	1,60646	1,60822	1,61292	1,61919	1,62478	1,63549	
(lourd) (1).	1,72229	1,72735	1,72997	1,73717	1,74708	1,75597	1,77352	
								PULFRICH (1887)
:...........		2,46062		2,46986	2,47902			
								SCHRAUFF (1860
.........:.....				2,369				
								H. BECQUEREL (1877)
inelle......				1,7155				
								DESCLOIZEAUX (1868)
me (2)......	1,53663	1,53918	1,54050	1,54418	1,54901	1,55324	1,56129	1,56833
....	1,48377	1,48597	1,48713	1,49031	1,49455	1,49830	1,50542	1,51061
uor........		1,43200		1,43390		1,43709	1,43982	1,44204
								STEFAN (1871)
n..........	2,653	2,730	2,786	2,980				
								SIRCKS (1871)
re.........			2,09300			2,15831		
								DAMIEN (1881)
lu Canada ..			1,528					
								WOLLASTON (1802)
lu Pérou....		1,585		1,593		1,613		1,653
								BADEN POWELL (1846
ne		1,545						
								JAMIN (1850)
....		1,73	1,81	1,90			1,31	1,54
								WERNICKE (1875)

(1) Les verres fabriqués à Iéna par MM Abbe et Schott forment une série bien définie dans laquelle nous citerons :

Numéros.	d	n_D	$n_F - n_C$	uméros.	d	n_D	$n_F - n_C$
O,118	3,58	1,6129	0,01660	O,113	4,64	1,7372	2600
O,102	3,87	1,6489	1919	O,165	4,78	1,7541	2743
O,192	4,10	1,6734	2104	O,198	4,99	1,7782	2941
O, 41	4,49	1,7174	2434	S, 57	6,33	1,9626	4882

(2) Voir la Note sur l'application de la formule de Briot à la dispersion dans le sel gemme, par M. CARVALLO, *Journal de physique*, (2), VIII, 179 ; 1889.

On remarquera l'indice élevé de la blende (presque égal à celui du diamant), le pouvoir dispersif presque nul du spath-fluor, et la dispersion anomale de la fuchsine.

A l'aide de prismes assez minces pour être transparents, M. Kundt a pu mesurer directement les indices de plusieurs métaux et il a obtenu des résultats concordants avec les nombres déduits des expériences de Jamin, Haugton et Quincke sur la réflexion métallique. Il a trouvé :

	Lumière rouge.	Lumière blanche.	Lumière bleue.
Argent		0,27	
Or	0,38	0,58	1,00
Cuivre	0,45	0,65	0,95
Platine	1,76	1,64	1,44
Fer	1,81	1,73	1,52
Nickel	2,17	2,01	1,85
Bismuth	2,61	2,26	2,13

Les métaux se rangent quant à leur facilité à transmettre la lumière sensiblement dans le même ordre que pour leur aptitude à conduire la chaleur ou l'électricité.

III. — Achromatisme.

440. Aberration de réfrangibilité. — *Décomposition de la lumière par une lentille.* — Une lentille offre d'un point autant d'images séparées qu'il y a d'éléments distincts dans la lumière blanche. Par suite de cette *aberration de réfrangibilité*, en quelque endroit que l'on coupe le faisceau émergent on n'a jamais qu'une image colorée.

Histoire de l'achromatisme. — Newton croyait ces colorations inévitables : d'après lui, la dispersion étant proportionnelle à la réfraction, on ne pouvait supprimer l'une qu'en annulant l'autre. Euler [1] fit observer que cependant l'œil donne des images incolores et, comme cet organe est composé de plusieurs milieux réfringents, il en conclut que l'on devait pouvoir faire des lentilles achromatiques au moyen de deux ou plusieurs verres unis par quelque liquide. Peu après, un professeur d'Upsal, Klingens-

[1] Euler, *Sur la Perfection des verres objectifs des lunettes*, dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*; 1747. Déjà, Gregory avait avancé que « peut-être il serait utile de réaliser l'objectif d'une lunette par une combinaison de différents milieux, comme en a usé pour l'œil la nature qui ne fait rien en vain » (Gregory, *Catoptricæ et dioptricæ sphæricæ elementa*; 1695). Voir plus loin, p. 593.

tjerna ([1]) montra qu'en effet les expériences de Newton étaient inexactes. Il communiqua son travail à l'opticien anglais Dollond qui, avec un prisme de verre et un prisme d'eau à angle variable, réussit à faire disparaître la coloration tout en conservant une certaine déviation. De là Dollond passa à la combinaison du crown avec le flint, et bientôt (1557) il réussit à construire des lunettes achromatiques ([2]).

Lentilles achromatiques. — Une combinaison convenable de deux lentilles permet effectivement de superposer les foyers relatifs à deux couleurs données.

Soit un système de deux lentilles infiniment minces juxtaposées. Examinons d'abord l'action de ce système sur une lumière simple déterminée (le rouge par exemple).

La puissance du système est égale à la somme des puissances respectives des deux lentilles

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}, \qquad (1)$$

ou

$$\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+(n'-1)\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right), \qquad (2)$$

n et n' étant les indices des verres constituant les deux lentilles pour la lumière proposée, R_1, R_2, R_3, R_4, les rayons de courbure des quatre surfaces dirimantes.

Pour une autre lumière simple (le violet, par exemple), les indices étant $n+\Delta n$ et $n'+\Delta n'$, la distance focale du système devient $F+\Delta F$; et ΔF sera nul si

$$\Delta n\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\Delta n'\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)=0. \qquad (3)$$

Δn et $\Delta n'$ étant de même signe, les deux parenthèses doivent être de signes contraires : si l'une des lentilles est convergente, l'autre doit être divergente. Quant au système total, il sera convergent si la lentille convergente est formée du verre le moins dispersif,

([1]) Klingenstjerna, *Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar*; 1754.

([2]) La priorité lui fut contestée par un gentilhomme de More Hall (Essex), nommé Chester; mais le parlement donna gain de cause à Dollond.

$\frac{\Delta n}{n-1}$ étant le *pouvoir dispersif* (1). En effet $\frac{1}{F}$ est proportionnel à $\frac{n-1}{\Delta n}-\frac{n'-1}{\Delta n'}$: c'est donc la lentille dont le pouvoir dispersif est le plus faible qui décide du signe de F.



Fig. 378

L'équation (3) pouvant s'écrire

$$\frac{\Delta n}{n-1}\frac{1}{f}+\frac{\Delta n'}{n'-1}\frac{1}{f'}=0,$$

on voit que dans un système achromatique de deux lentilles, les pouvoirs dispersifs respectifs des deux lentilles sont proportionnels à leurs distances focales principales.

A l'équation (2) qui définit la distance focale que l'on veut assurer au système, à l'équation (3) qui règle l'achromatisme (2), il faut encore joindre deux conditions pour déterminer les quatre rayons. Généralement, on prend $R_3=-R_2$, de manière que les faces en regard des deux lentilles s'adaptent exactement l'une sur l'autre.

Reste à fixer une dernière condition : on s'imposera que l'aberration de sphéricité soit minimum (3).

(1) On appelle souvent *pouvoir dispersif total*, ou simplement *pouvoir dispersif*, le rapport $\frac{n_H-n_B}{n_D-1}$ de la différence des indices extrêmes (au point de vue pratique) à l'excès de l'indice moyen sur l'unité. Pour la plupart des verres, l'effet de la température sur le pouvoir dispersif est beaucoup plus marqué que sur la réfraction (Hastings, *American Journal of Sciences;* 1878).

(2) Ces équations établies dans l'hypothèse de lentilles infiniment minces conviennent presque exactement aux objectifs astronomiques.

(3) L'indice du flint étant peu différent de celui du crown, la condition est sensiblement la même que pour une lentille unique. Le rayon de courbure de la face d'entrée doit donc être à très peu près le 1/6 de celui de la face de sortie.

La condition d'achromatisme (3) suppose la connaissance du rapport $\frac{\Delta n}{\Delta n'}$. Si les différents indices des verres sont fournis par le fabricant ou ont été mesurés directement, Δn et $\Delta n'$ se trouvent en effet connus.

Sinon, on taillera dans les deux verres deux prismes d'angles quelconques, mais petits, a et a', on achromatisera successivement chacun de ces prismes à l'aide d'un prisme d'indice $\mathfrak{N}$, en amenant l'angle variable de ce prisme d'abord à la valeur α puis à la valeur α', ce qui donnera deux équations d'où l'on tirera le rapport cherché.

Prismes achromatiques. — En effet, un prisme de petit angle A, traversé à peu près normalement par un faisceau de rayons homogènes (rouges), imprime à ce faisceau une déviation

$$D=(n-1)A\ (^1).$$

Un second prisme, placé en sens contraire, produit une déviation inverse

$$D'=(n'-1)A'.$$

La déviation totale due au système des deux prismes est donc

$$D-D'=(n-1)A-(n'-1)A'.$$

Elle aura la même valeur pour un second faisceau de rayons (violets), si l'on a

$$A\Delta n-A'\Delta n'=0, \tag{4}$$

ou

$$\frac{A}{A'}=\frac{\Delta n'}{\Delta n}. \tag{5}$$

Telle est la condition d'achromatisme d'un couple de prismes.

Appliquons-la aux deux phases de l'expérience décrite plus haut :

1° Le prisme a est achromatisé par un prisme α

$$a\Delta n-\alpha\Delta\mathfrak{N}=0;$$

(1) On a en effet, vu la petitesse des angles,

$$i=nr,$$
$$i'=nr',$$
$$r+r'=A,$$
$$D=(i+i')-(r+r').$$

2° Le prisme a' est achromatisé par un prisme α'

$$a'\Delta n' - \alpha'\Delta\mathfrak{N} = 0.$$

De ces deux équations on déduit

$$\frac{\Delta n}{\Delta n'} = \frac{a'}{a}\frac{\alpha}{\alpha'} \text{ (1)}.$$

Diasporamètres : Boscowitch, Rochon, Brewster. — Le diasporamètre (διασπορά, dispersion ; μέτρον, mesure) est un prisme à angle variable, disposé pour la mesure en question.

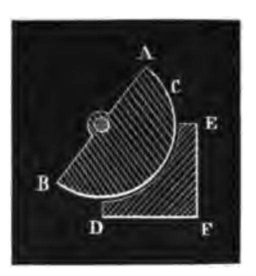


Fig. 379

Le plus simple théoriquement est le *diasporamètre de Boscowitch* : une gouttière cylindrique DE creusée dans un bloc de verre reçoit un demi-cylindre ABC, du même verre, qui peut être mis à l'inclinaison voulue. Mais la taille des pièces est délicate, et le frottement dépolit assez vite les surfaces en contact.

Le *diasporamètre de Rochon* se compose de deux prismes rectangles, égaux, ACB, ACD, pris dans le même verre, et accolés par une de leurs faces AC : l'un des prismes ACB est fixe, l'autre est mobile autour de l'axe de l'appareil Om, de manière que l'angle compris entre les faces externes varie de zéro au double de l'angle γ de chacun des prismes. Un calcul facile permet de déterminer l'angle x du prisme total correspondant à une rota-

(1) Si $a = A$, $A' = \frac{\alpha}{\alpha'} a'$: tel serait l'angle du prisme d'indice n' achromatisant le prisme d'angle A et d'indice n. La déviation, proportionnelle à $\frac{n-1}{\Delta n} - \frac{n'-1}{\Delta n'}$, se produit vers la base du prisme formé du verre le moins dispersif.

tion ω du prisme mobile à partir de l'azimuth zéro, pour lequel il y a parallélisme. Soient en effet Om l'axe de rotation, On la normale par O à la face AB, Op la normale par le même point O à la position actuelle de la face CD. Le plan Omn est section principale du prisme ACB, le plan Omp section principale du prisme

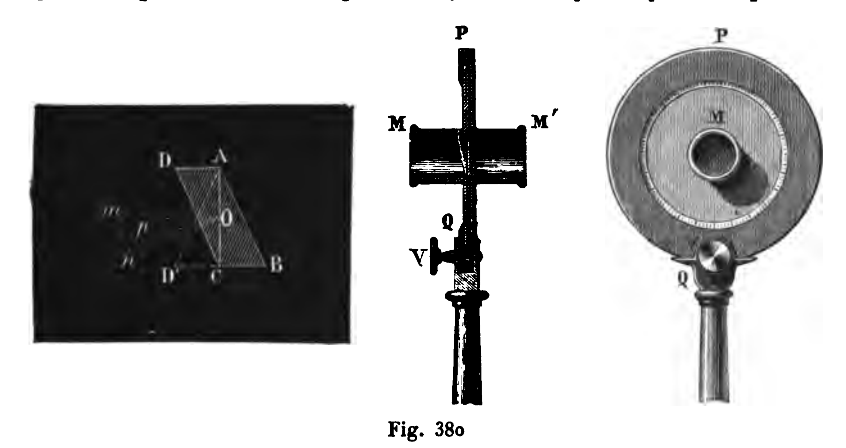


Fig. 380

ACD, le plan Onp section principale du prisme total. Si donc nous décrivons de O comme centre une sphère avec un rayon égal à l'unité; dans le triangle sphérique mnp nous avons $m = \omega$, $mn = \gamma$, $mp = \gamma$, $pn = x$, et par suite

$$\cos x = \cos^2\gamma + \sin^2\gamma \cos\omega,$$

ou, en remplaçant $\cos x$ et $\cos\omega$ par $1 - 2\sin^2\frac{x}{2}$ et $1 - 2\sin^2\frac{\omega}{2}$,

$$\sin\frac{x}{2} = \sin\gamma \sin\frac{\omega}{2},$$

formule calculable par logarithmes.

Pour se servir de l'instrument, on le dispose à la suite du prisme à essayer éclairé par la lumière du jour, et l'on reçoit dans l'œil cette lumière à travers le système. On fait tourner le prisme mobile du diasporamètre jusqu'à ce que toute coloration ait disparu. On a alors achromatisé le prisme en expérience, non pas pour deux lumières choisies à l'avance, mais, ce qui est plus pratique, pour les deux lumières (le jaune et le bleu) qui donnent le mieux satisfaction à l'œil.

Il y a toutefois dans le maniement de l'appareil quelques tâtonnements provenant de ce que, quand on fait tourner le prisme mobile, la section principale du prisme résultant tourne également, et il faut déplacer le prisme à l'étude de façon à remettre les deux sections principales dans le même plan. On évite cet inconvénient en rendant mobiles les deux prismes du diasporamètre, et en les faisant tourner de quantités égales et contraires, comme l'a indiqué Jamin : la section principale du prisme résultant demeure alors fixe, et l'angle ω est le double de l'angle dont a tourné chacun des prismes.

Le *diasporamètre de Brewster* est plus simple et plus précis. Il repose sur ce principe : si l'on regarde une fente à travers un prisme

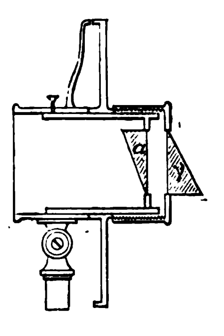


Fig. 381

déterminé d'angle faible γ dont l'arête fait un angle ω avec la direction de la fente, le spectre est égal en largeur à celui que fournirait un prisme de la même substance, d'angle $\gamma \cos \omega$. En effet, soit l la largeur du spectre quand le prisme est parallèle à la fente, si nous inclinons le prisme d'un angle ω, l'épanouissement du spectre d'un point de la fente restant le même dans le plan de la section principale du prisme, quelle que soit l'orientation de ce plan, la largeur comptée perpendiculairement à la fente, c'est-à-dire dans une direction inclinée de ω sur la section principale, sera $l \cos \omega$; elle sera la même que celle du spectre produit par un prisme d'angle $\gamma \cos \omega$ dont l'arête serait parallèle à la fente. Cela posé, on observe la fente au travers du prisme à étudier a, établi parallèlement à la fente, et au travers d'un prisme-type γ, placé d'abord exactement en sens inverse. Nous admettrons que dans cette position la dilatation causée par le prisme-type soit supérieure à celle que provoque le

prisme a. On pourra toujours trouver une position ω du prisme γ pour laquelle la fente sera vue sans irisation; on aura alors

$$a\Delta n = \gamma \cos\omega\, \Delta\mathfrak{N}.$$

En opérant de même avec le prisme a', on sera conduit à une équation toute semblable

$$a'\Delta n' = \gamma \cos\omega' \Delta\mathfrak{N},$$

d'où l'on tirera

$$\frac{\Delta n}{\Delta n'} = \frac{a'}{a}\,\frac{\cos\omega}{\cos\omega'}$$

Spectre secondaire, tertiaire,... — Quand par un système de deux prismes (ou de deux lentilles) on imprime même déviation à deux rayons simples, on résout à la fois la question pour une infinité d'autres couples satisfaisant à la même condition

$$A\,\Delta n = A'\Delta n'. \qquad (4)$$

Dans le spectre résultant ou spectre secondaire, suivant chaque direction se superposent deux rayons de réfrangibilités différentes, la déviation présentant un maximum ou un minimum pour la couleur de longueur d'onde λ telle que

$$A\frac{dn}{d\lambda} = A'\frac{dn'}{d\lambda}\ (^1).$$

Si cette longueur d'onde est le vert par exemple, le spectre est replié sur lui-même à partir du vert et forme une bande sensiblement blanche dans toute sa partie moyenne, mais verte sur l'un des bords et teinte sur l'autre de pourpre provenant de la superposition du rouge et du violet.

Avec trois prismes ou trois lentilles on aurait un *spectre tertiaire*

[1] Si nous nous reportons à l'équation (4) (p. 495) qui définit la dispersion élémentaire, et si nous écrivons que la dispersion relative à une variation $d\lambda$ de la longueur d'onde est nulle pour un système de deux prismes inverses, 1 et 2, juxtaposés, nous avons

$$\frac{\sin A_2}{\cos i_2 \cos r'_2}\,\frac{dn_2}{d\lambda} = \frac{\sin A_1}{\cos i'_1 \cos r_1}\,\frac{dn}{d\lambda},$$

équation qui se réduit à celle du texte quand les angles sont très petits.

replié deux fois sur lui-même et par conséquent encore plus resserré et plus décoloré. Si par exemple la déviation était maximum pour le jaune et minimum pour le bleu, le spectre se réduirait à un



Fig. 382

trait blanc, à peine teinté de rouge sur l'un des bords et de violet sur l'autre. On construit en effet des lentilles à trois verres (¹), formées d'une lentille divergente en flint comprise entre deux lentilles convergentes en crown.

IV. — Couleurs.

441. Composition des couleurs. — *Principes.* — La couleur est un caractère physiologique de la lumière. Bien que physiquement définie par le nombre des vibrations, elle n'en reste pas moins, comme la tonalité, une sensation (²); et par suite elle comporte dans son appréciation quelque incertitude selon les individus et les circonstances.

Les lumières colorées, ou, suivant le langage reçu, les couleurs du spectre sont tenues pour simples (³). Mais l'œil ne sait point,

(¹) Si l'on suppose les lentilles infiniment minces, le calcul des courbures s'effectuera comme pour deux verres.

(²) C'est au P. Malebranche qu'est due la véritable théorie des couleurs. Avant Euler à qui on en attribue ordinairement la gloire, il a affirmé d'une façon expresse la périodicité des vibrations lumineuses, ainsi que l'analogie entre les différences de coloration et les différences de tonalité (Malebranche, *Mémoires de l'Académie des sciences*, année 1699, p. 22). Voir à ce sujet un article de M. Lechalas dans la *Revue philosophique*, année 1884, p. 293.

(³) D'après Aristote, toute couleur était un mélange de blanc et de noir. Ce fut aussi l'opinion de Gœthe : sa fameuse théorie des couleurs repose sur la coloration produite par les milieux troubles qui rendent rouge la lumière transmise et bleue la lumière réfléchie; il admet donc que la coloration est un genre par-

ainsi que l'oreille, distinguer un mélange et en séparer les éléments. Une couleur composée agit sur lui de la même manière qu'une couleur simple.

Dans un mélange, deux couleurs équivalentes jouent un rôle identique. D'ailleurs, le nombre des couleurs résultant des mélanges est limité : on les obtient toutes par des associations de deux couleurs simples. La plupart même des couleurs résultantes peuvent être réalisées par des combinaisons différentes de couleurs simples prises deux à deux.

Cercle de Newton. — Newton le premier a indiqué le moyen de calculer la teinte d'un mélange quelconque de couleurs.

A la suite d'expériences répétées, il a formulé cette règle :

Partagez la circonférence en sept arcs proportionnels aux intervalles des huit notes de la gamme [1], $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, ou aux

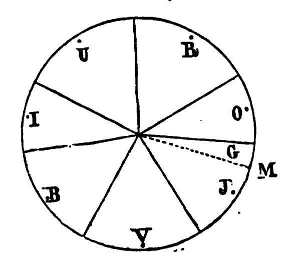


Fig. 383

nombres entiers 80, 45, 72, 80, 72, 45, 80, dont la somme est 474; répartissez toutes les couleurs simples du spectre sur la circonférence de façon que le premier arc contienne les diverses nuances du rouge, le deuxième celles de l'orangé, le troisième celles du jaune... ; marquez les centres de gravité R, O, J... de ces arcs. Si vous voulez connaître le résultat du mélange de *r* parties de rouge, *o* d'orangé, *j* de jaune..., appliquez aux points R, O, J... des poids *r*, *o*, *j*... et prenez la résultante de ces forces parallèles : elle aura son point d'application (centre de gravité du système) en G. Ce point définira la couleur résultante qui sera celle du point M de la

ticulier d'obscurcissement, les milieux les plus transparents étant pour lui faiblement troubles.

(1) Il s'agit toujours des intervalles de la gamme phrygienne.

circonférence en face duquel il tombe, lavée d'une quantité de blanc d'autant plus considérable qu'il sera plus voisin du centre C (qui figure le blanc pur) : si ρ est le rayon de la circonférence, d la distance CG, la proportion de blanc sera $\frac{\rho-d}{\rho}$. La grandeur de la résultante représente l'intensité de la couleur.

Cette règle, ajoute Newton, sans être d'une rigueur absolue, est assez exacte pour la pratique. En effet, Biot et Fresnel s'en sont servis utilement pour le calcul des teintes qui se manifestent dans différents phénomènes d'interférence. Elle laisse échapper toutefois les diverses nuances de *pourpre* qui proviennent du mélange des rayons situés aux deux extrémités du spectre et qui forment un passage continu entre le violet et le rouge ([1]). Si l'on intercale ce pourpre entre le violet et le rouge, la règle de Newton suffit pour définir physiologiquement toute couleur dans ses trois éléments fondamentaux : l'intensité, le ton et le degré de saturation.

Couleurs fondamentales. — Au lieu de définir ces trois éléments, comme le fait Newton, par un mélange déterminé de blanc (équivalent à deux couleurs) et d'une certaine couleur saturée, couleur du spectre ou pourpre, on peut prendre trois autres variables.

C'est une idée très ancienne que toutes les couleurs peuvent être reproduites par le mélange en proportions convenables de trois couleurs fondamentales. Née chez les peintres qui la déduisirent des effets obtenus par les mélanges de couleurs matérielles sur leur palette, cette doctrine a été confirmée par toutes les expériences sur les couleurs spectrales ([2]). Young lui donna un corps en admettant

([1]) Le *carmin* est une nuance du pourpre voisine du rouge. Le *rose* est du pourpre blanchâtre.

([2]) Il y a toutefois une différence essentielle entre les deux sortes de mélanges, ainsi que l'a expliqué M. von Helmholtz (*Optique physiologique*, trad. Javal et Klein, p. 361). Le mélange des poudres colorées produit sur la lumière un effet analogue à celui des verres colorés : un verre bleu qui arrête le rouge et le jaune et un verre jaune qui arrête le bleu donnent *par soustraction* du vert. De même, une poudre colorée, cristallisée et transparente, renvoie vers l'œil une lumière privée de certaines teintes; et le mélange de deux poudres agit par double soustraction et non par addition. Aussi les mélanges de poudres colorées sont-ils bien plus foncés que les poudres simples ; et l'on comprend comment aux trois couleurs fondamentales des peintres (bleu, jaune, orangé) Léonard de Vinci joignait déjà le vert, sans doute parce qu'il avait remarqué que le vert simple est bien plus vif que le vert composé.

qu'il existe dans l'œil trois sortes de fibres nerveuses dont l'excitation fait naître respectivement la sensation du rouge, du vert ou du bleu (Young disait du violet [1], d'accord en cela avec la prédilection des maîtres italiens), chaque espèce de fibre étant excitée spécialement [2] par la lumière correspondante [3]. Sans doute le choix des trois couleurs fondamentales a quelque chose d'arbitraire. Les travaux ultérieurs d'Helmholtz [4] et de Maxwell [5] paraissent indiquer que les couleurs choisies par Young sont, à un petit changement près, celles qui conviennent le mieux.

Maxwell prend pour couleurs fondamentales dans le spectre : un *rouge* situé entre C et D et deux fois plus éloigné de D que de C; un *vert* voisin de E; et un *bleu* entre F et G, deux fois plus loin de G que de F. Trois fentes, qui peuvent varier de largeur, et dont les milieux coïncident avec les trois couleurs fondamentales, laissent passer de ces couleurs des quantités variables que l'on combine par addition [6].

Étude des couleurs spectrales. — Maxwell a mesuré pour chacune des couleurs simples du spectre la proportion des trois couleurs fondamentales produisant une coloration équivalente [7].

(1) A ce sujet voir UNGER, *Pogg. Ann.*, LXXXVII, 121; 1852; et *C. R.*, XL, 239; 1855 (Chevreul); et HELMHOLTZ, *loc. cit.*, p. 356.

(2) Nous ne disons pas exclusivement : une couleur saturée paraît blanchâtre quand elle est très intense. Comme le remarque M. von HELMHOLTZ (*loc. cit.*, p. 383), le point capital de l'hypothèse d'Young est de regarder les sensations colorées comme résultant de trois actions distinctes qui se produiraient dans la substance nerveuse, plutôt que d'admettre trois sortes de fibres essentiellement différentes ; toutefois l'énoncé primitif, plus clair et mieux concevable, mérite d'être conservé.

(3) La paralysie des nerfs sensibles au rouge produit l'*anérythropsie* (ἀ privatif, ἐρυθρός rouge, ὄψις vue), ou *daltonisme* (Dalton en était atteint). L'œil affecté de ce défaut confond le rouge avec le vert. En effet, deux couleurs fondamentales, le vert et le bleu, subsistant seules, le rouge qui n'excite que faiblement les fibres du vert paraîtra un vert peu intense; le jaune semblera un vert intense et saturé; le vert, présentant déjà un mélange de l'autre couleur fondamentale, sera un degré plus intense, mais plus blanchâtre, de la même couleur que le rouge et le jaune (von HELMHOLTZ, *loc. cit.*, p. 393).

(4) HELMHOLTZ, *Athen*, 1197; 1853 ; et *Pogg. Ann.*, XCIV; 1855.

(5) MAXWELL, *Phil. Trans.*, CL, 57; 1860.

(6) Voir dans HELMHOLTZ (*loc. cit.*, p. 402), les précautions à prendre pour effectuer correctement les mélanges de couleurs simples, et dans PELLAT (*Journal de physique*, VIII, 20; 1879), la description d'un appareil convenant à ce genre de recherches.

(7) La même méthode s'appliquerait à l'évaluation numérique d'une couleur quelconque.

Soient R, V, B les quantités de lumière relatives aux trois couleurs fondamentales pour la largeur 1 des fentes. Il cherche d'abord les largeurs r, v, b, pour lesquelles le mélange des trois couleurs provoque sur l'œil le même effet que la lumière blanche non décomposée W : il a alors

$$rR + vV + bB = W.$$

Puis, en modifiant la largeur des fentes, il détermine les quantités de deux de ces couleurs qu'il faut mêler à une certaine quantité x de la couleur donnée X pour reproduire le même blanc

$$r'R + v'V + xX = W,$$

d'où, W s'éliminant,

$$X = \frac{r - r'}{x}R + \frac{v - v'}{x}V + \frac{b}{x}B = \rho R + \varphi V + \beta B.$$

C'est ainsi qu'il a obtenu le tableau suivant, complété par lord Rayleigh ([1]). La première colonne contient les numéros d'une échelle arbitraire à laquelle était rapporté le spectre dans les expériences et qui sont marqués sur la figure 384, la deuxième les longueurs d'onde λ des lumières étudiées.

Numéros.	λ	Couleurs.	ρ	φ	β
16	0μ,698	Rouge.	+0,140		
20	663	»	420	+0,009	+0,063
24 R	630	Écarlate.	1,000		
28	606	Orangé.	1,155	360	−0,006
32	583	Jaune.	0,846	877	005
36	562	Jaune vert.	484	1,246	032
40	544	Vert.	127	1,206	008
44 V	528	»		1,000	
48	513	Vert bleuâtre.	−0,063	0,759	+0,085
52	500	Bleu vert.	055	506	282
56	488	Bleu verdâtre.	050	340	495
60	477	Bleu.	047	190	753
64	467	»	033	033	905
68 B	457	»			1,000
72	449	Indigo.	+0,019	006	0,944
76	441	»	025	016	693
80	434	»	005	−0,028	479
84	428	Violet.			333
88	422	»			208
92	416	»			146
96	411	»			083
100	406	»			042
		Sommes algébriques :	+3,973	+6,520	+6,460

([1]) Lord Rayleigh, *Edinb. Phil. Trans.*, XXXIII, part I, 157; et *Phil. Trans.*, CLXXVII, 157 ; 1886.

Un coefficient négatif, $-\rho_1$ par exemple, annonce que la couleur proposée X (figurée ci-contre par M'), en se combinant avec la couleur fondamentale correspondante, R, donne une teinte équivalente à celle que produit une combinaison des deux autres couleurs fondamentales

$$X+\rho_1 R=\varphi V+\beta B.$$

Cela revient à dire que, rabattue de blanc, la couleur proposée équivaut à une combinaison des deux couleurs V et B.

Si en effet on ajoute aux deux membres de l'équation précédente une quantité w de blanc W, on a

$$X+wW=(wr-\rho_1)R+(wv+\varphi)V+(wb+\beta)B$$

et, si l'on prend $w=\frac{\rho_1}{r}$, il vient

$$X+\frac{\rho_1}{r}W=\left(\frac{\rho_1}{r}v+\varphi\right)V+\left(\frac{\rho_1}{r}b+\beta\right)B.$$

Triangle de Maxwell. — Si l'on veut représenter graphiquement ces résultats, aux trois sommets d'un triangle équilatéral, figurant respectivement le rouge, le vert et le bleu, on placera des

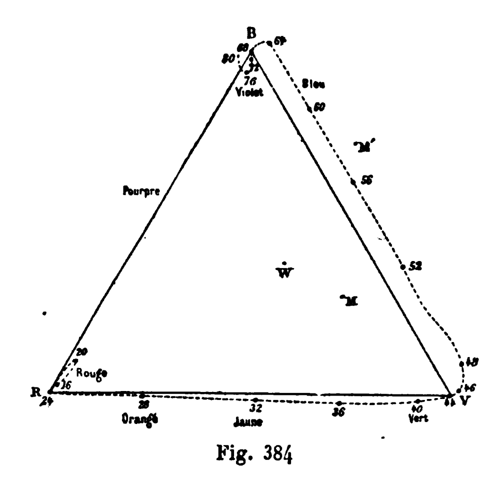


Fig. 384

poids ρ, φ, β, et on cherchera le centre de gravité du système résultant, d'après la règle de Newton. Le blanc sera ainsi marqué par le centre de gravité W de trois poids égaux à 3,973, 6,520, 6,460.

La ligne ponctuée, qui trace la variation des nuances dans le spectre, suit de très près le contour du triangle : toutefois les bleus spectraux sont sensiblement plus saturés que les couleurs correspondantes du triangle. En effet ces bleus, pour lesquels ρ est négatif, tombent en dehors du triangle; par conséquent, si l'on mène le rayon vecteur joignant le blanc W à l'un d'eux, ce rayon coupera le côté VB en un point qui peut être regardé comme désignant un mélange de blanc et du bleu considéré. On voit ainsi nettement la signification des coefficients négatifs, déjà indiquée plus haut.

CHAPITRE V

INSTRUMENTS D'OPTIQUE

I. — Œil.

442. Œil. — *Description physique.* — L'étude de l'œil précède naturellement celle des instruments d'optique, qui n'ont pour objet que de corriger les imperfections et d'augmenter la puissance de cet organe.

Au point de vue physique, l'œil constitue une chambre noire dont la paroi, formée par la sclérotique, tapissée de la choroïde, reçoit l'épanouissement du nerf optique (rétine). La sclérotique devient transparente en avant où elle prend le nom de cornée; de même la choroïde se modifie à la partie antérieure pour enchâsser le cristallin, véritable lentille située à l'entrée de cette chambre noire et recouverte par un diaphragme (iris) percé d'un trou (pupille) qui peut se rétrécir ou s'agrandir sous l'action de muscles spéciaux. Entre la cornée et le cristallin est un liquide incolore, se distinguant à peine de l'eau (humeur aqueuse); entre le cristallin et la rétine, l'œil est rempli par une masse gélatineuse peu consistante (corps vitré). La lumière du dehors a donc à traverser toute une série de milieux d'indices variés et de courbures différentes [1] avant d'arriver à la rétine. La connaissance de ces quantités suffit pour calculer l'effet produit. Le calcul a été effectué par Listing d'après un ensemble de mesures dont les

[1] Les deux surfaces de la cornée sont sensiblement des sphères, la face antérieure du cristallin un ellipsoïde de révolution, la face postérieure un paraboloïde. Mais, dans leur partie utile, toutes ces surfaces peuvent être confondues avec des sphères.

résultats peuvent, sans inconvénients, s'écrire en nombres ronds : ils se rapporteront à une sorte d'œil moyen, abstraction faite des petites variations individuelles.

Conception théorique : Listing ([1]), *Volkmann* ([2]). — La cornée n'ayant qu'une épaisseur de $0^{mm},4$, présentant sur ses deux faces sensiblement le même rayon de courbure (égal, d'après Listing, à 8^{mm}) et possédant un indice de réfraction (1,340) très peu supérieur à celui de l'humeur aqueuse (1,337), il est permis, ainsi que l'a proposé M. von Helmholtz, de ne considérer qu'une seule réfraction s'effectuant entre l'air et l'humeur aqueuse à la surface antérieure de la cornée, dont les distances focales principales (427) seront, en conséquence, 24^{mm} et 32^{mm}.

D'autre part, les indices de réfraction de l'humeur aqueuse (1,337) et de l'humeur vitrée (1,338) étant presque identiques, le cristallin se comporte comme une lentille placée dans l'humeur aqueuse, sa face antérieure à 4^{mm} de la face antérieure de la cornée, et qui aurait, suivant Listing, 4^{mm} d'épaisseur, des rayons de courbure de 10^{mm} et de 6^{mm}, et un indice de réfraction total égal à $\frac{16}{11} = 1,4545$. La distance focale principale de cette lentille est 44^{mm}; les plans principaux sont tous les deux à l'intérieur de la lentille, à $2^{mm},35$ et $1^{mm},40$ des faces correspondantes; enfin l'interstice a pour valeur $0^{mm},25$ ([3]).

Si nous appliquons à cet appareil les formules relatives à la combinaison de deux systèmes optiques, en y faisant $f_1 = 24^{mm}$, $f'_1 = 32^{mm}$, $f_2 = f'_2 = 44^{mm}$, $e = 6^{mm},35$, nous obtenons pour les deux distances focales principales du système unique équivalent, compris entre les mêmes milieux extrêmes (air et humeur vitrée), $f = 15^{mm}$ et $f' = 20^{mm}$. La distance du premier plan principal à la face antérieure de la cornée est $h = 2^{mm},15$; la distance du deuxième plan principal à la même face, $6^{mm},60 - h' = 2^{mm},55$: ces deux plans sont donc contenus dans la chambre antérieure de l'œil et leur écart est à peine $0^{mm},4$. Les points nodaux sont à l'intérieur du

([1]) Listing, *Dioptrik des Auges*, in *Wagner's Handwörterbuch d. Physiologie*; 1851.

([2]) Volkmann, *Sehen*, in *eod. loc.*; 1846.

([3]) Dans l'œil vivant, le cristallin est un peu plus convergent qu'après la mort (429).

cristallin, près de sa face postérieure (le premier à $0^{mm},75$, le second à $0^{mm},35$ en avant de cette surface), et séparés l'un de l'autre par la même distance très petite $0^{mm},4$. Enfin, fait capital, le second foyer tombe exactement sur la rétine, qui se trouve à 15^{mm} derrière le cristallin (23^{mm} au delà de la face antérieure de la cornée), la très faible différence que nous rencontrons (moins d'un demi-millimètre) étant inférieure aux incertitudes des

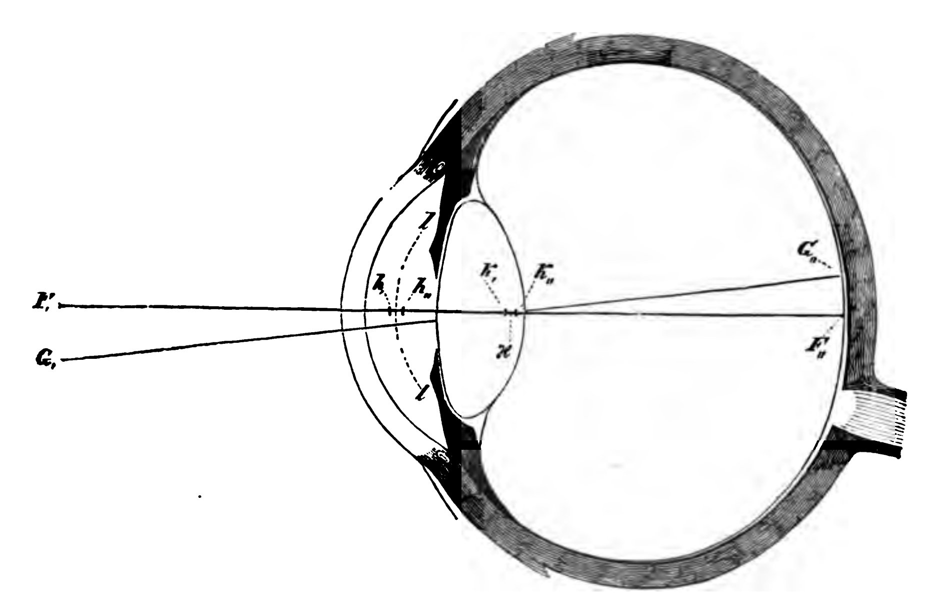


Fig. 385

données. La figure 385, empruntée à M. von Helmholtz, représente l'*œil schématique de Listing*, visant à l'infini : F, F,, sont les foyers principaux, *h*, *h*,, les points principaux, *k*, *k*,, les points nodaux.

La petitesse de l'interstice permet de confondre en un seul les deux points principaux et de même en un seul les deux points nodaux. On obtient ainsi un système que Listing nomme l'*œil réduit* : une simple surface sphérique *ll*, dont le pôle serait au point principal unique à $2^{mm},35$ en arrière de la surface antérieure de la cornée, dont le centre (point par lequel passent les rayons sans déviation) serait au point nodal double $\varkappa$, à $0^{mm},55$ en

avant de la surface postérieure du cristallin, et qui séparerait l'air de l'humeur aqueuse ou vitrée (¹). Cette conception est le plus souvent suffisante.

On peut encore comprendre le rôle des milieux réfringents de l'œil en supposant la rétine dans l'air et en mettant devant elle à 15^{mm} (contre la face postérieure du cristallin) une lentille convergente infiniment mince de 15^{mm} de distance focale.

Antérieurement aux calculs de Listing, les expériences de Volkmann avaient établi que l'œil se comporte en effet à la façon d'une lentille unique placée dans l'air. En disposant plusieurs mires en avant d'un œil isolé, dont il avait raclé la sclérotique pour la rendre transparente, il constatait que ces mires projetaient sur la rétine leurs images dans des directions qui se coupaient toutes en un même point situé près de la face postérieure du cristallin.

On construira donc, d'après les règles ordinaires, les images qui seront semblables aux objets et renversées.

Quant à ce renversement, signalons au passage l'inanité de la question souvent posée : Comment voit-on les objets droits, leurs images sur la rétine étant renversées (²)? L'image produite dans l'œil n'est pas un tableau que nous regarderions du dedans. « Notre conscience naturelle, dit à ce sujet M. von Helmholtz, ignore complètement et l'existence de la rétine et la formation des images optiques : comment saurait-elle quelque chose de la position des images qui s'y forment? » La sensation reste aussi inexpliquée, quelle que soit dans l'organe la situation de l'image.

Théorie physique de la vision. — Expérience du P. Scheiner (³). — La netteté de la vision a pour condition nécessaire l'existence d'une image nette sur la rétine. Parmi les nombreuses démonstrations à l'appui de ce principe, nous citerons seulement l'expérience du

(¹) Le rayon de courbure de cette surface est $5^{mm},10$; les distances focales principales restent 15^{mm} et 20^{mm}.

(²) Par contre, une image droite fait voir l'objet renversé. A travers un petit trou percé dans une carte opaque, regardons une surface très éclairée, la flamme d'une bougie, par exemple; entre l'œil et la carte, faisons passer un objet délié (plume, épingle). La pupille agit alors comme une grande ouverture : l'*ombre* de l'objet tombe sur la rétine sans renversement; l'objet paraît renversé et semble se déplacer en sens inverse de son mouvement réel.

(³) SCHEINER, *Oculus, sive fundamentum opticum*. Innspruck; 1619.

P. Scheiner. Dans une carte opaque on perce deux trous à un intervalle moindre que le diamètre ordinaire de la pupille (qui est d'environ 4^{mm}). On met cette carte devant l'œil et l'on regarde à travers les deux trous une aiguille située à petite distance : on voit deux images. Si l'on retire la carte, on n'en perçoit plus qu'une, mais très confusément. Éloigne-t-on l'objet, les deux images se rapprochent et finissent par se réunir. Si alors on enlève la

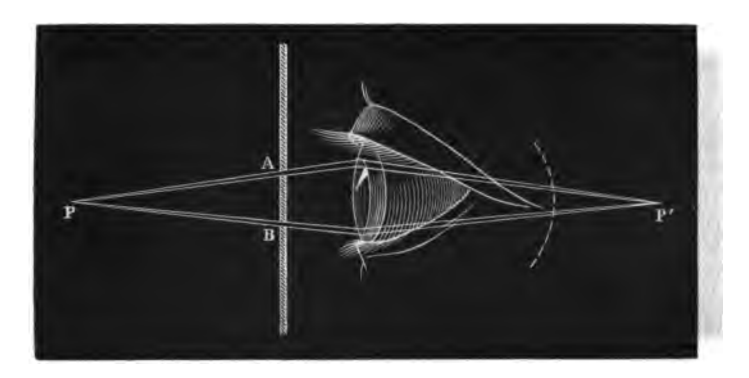


Fig. 386

carte, l'image unique reste parfaitement nette. La figure ci-contre fait comprendre immédiatement ces différentes apparences. Quand le point P est très voisin de l'œil, son conjugué P′ est derrière la rétine : vu directement, l'objet manque de netteté; examiné à travers les deux trous A et B qui isolent deux pinceaux étroits, il paraîtra double. Le point P s'éloignant, P′ se rapproche de la rétine, et quand il y arrivera, la vision sera également nette à l'œil nu ou à travers la carte [1]. Nous conclurons donc que la vue n'est distincte que s'il y a image nette sur la rétine.

Vue distincte. — Toutefois ce principe ne doit pas être appliqué avec une rigueur géométrique qui ne convient à aucun de nos organes. Il importe avant tout de savoir ce que l'on appelle *vue distincte*. Un œil normal voit la lune se détacher nettement sur le fond du ciel, mais il ne saisit aucun détail de la surface.

[1] Si l'œil est myope, P continuant à s'éloigner, P′ passera en avant de la rétine et l'on verra de nouveau à travers la carte deux images, mais croisées, l'image supérieure correspondant au trou inférieur, et réciproquement.

Dans toute image, les détails au-dessous d'une certaine grandeur angulaire nous échappent effectivement.

Inégale sensibilité des diverses parties de la rétine : punctum cæcum, fovea centralis. — Le nerf optique lui-même est insensible à la lumière. Le point où il pénètre dans l'œil constitue le *punctum cæcum*, la tache aveugle, dont on peut facilement reconnaître sur soi-même l'existence, au moyen de l'expérience suivante, due à Mariotte (¹) : Que l'on ferme l'œil gauche et que l'on regarde fixement



Fig. 387

avec l'œil droit la croix blanche de la figure ci-contre, empruntée à M. von Helmholtz, en avançant ou en reculant le livre maintenu verticalement, on trouve aisément une distance (30^{cm} environ) pour laquelle le cercle blanc s'effacera complètement (²). La région la plus sensible de l'œil, celle sur laquelle on amène toujours l'image quand on arrête son regard sur un objet (quand on lit ou qu'on écrit), est la *fovea centralis*, la partie centrale d'une *tache jaune* (³) placée un peu en dehors du *punctum cæcum*. Elle est formée essentiellement par la juxtaposition d'un très grand nombre de tout petits organes, les *cônes*, dans lesquels se terminent les dernières ramifications du nerf optique : ce sont les véritables éléments impressionnables par la lumière (⁴). De leur grandeur dé-

(¹) Mariotte, *Œuvres*, dans les *Mémoires de l'Académie*; 1669-82.

(²) Le diamètre apparent de la tache aveugle est, selon M. von Helmholtz, 7° (onze pleines lunes y tiendraient sur une seule rangée), le diamètre vrai $1^{mm},8$.

(³) A l'état normal, la rétine est rouge; le pourpre rétinien, qui a son siège dans les bâtonnets, fait défaut dans la tache jaune : il ne joue donc pas un rôle essentiel dans la vision, comme on l'a parfois prétendu.

(⁴) Dans les autres parties de la rétine (sauf le *punctum cæcum*), les cônes se trouvent mêlés en proportions diverses, suivant les régions, aux bâtonnets qui font également défaut dans la tache aveugle.

pend nécessairement le degré d'exactitude que peut atteindre la vision. Or les cônes ont dans la *fovea centralis* un diamètre de 3^{μ} à 4^{μ}, d'après Kölliker. Assurément on peut voir un objet dont l'image rétinienne a géométriquement un diamètre bien inférieur, si ce objet est assez éclairé pour affecter sensiblement l'un des cônes : c'est ainsi que l'œil perçoit très nettement les étoiles, malgré l'infinie petitesse de leur diamètre apparent. Mais on ne pourra pas distinguer deux points lumineux dont la distance apparente sera inférieure à 40″, angle visuel correspondant à 3^{μ} [1]. En fait, par suite des aberrations, le pouvoir séparateur de l'œil diffère peu de 1′, ce qui correspond à une tache lumineuse de $4^{\mu},5$.

Toute déviation des conditions idéales de la vision qui n'entraîne pas de perturbation au delà de cette limite sera donc absolument négligeable. L'œil normal qui voit nettement à l'infini verra encore nettement un objet distant de 13^{m}, le cône des rayons réfractés ne détachant pas encore sur la rétine un cercle d'un diamètre supérieur à $4^{\mu},5$ [2]. Mais un œil normal voit nettement les objets très rapprochés, non pas, il est vrai, sans un certain travail intérieur dont l'observateur a conscience et que l'on appelle l'accommodation.

Accommodation : images de Sanson [3]. — Guidé par une ancienne expérience d'Young, le chirurgien français Sanson a indiqué le moyen de déterminer en quoi cette accommodation consiste. Plaçant devant l'œil du sujet une bougie allumée, il en percevait trois images: deux, droites et virtuelles, provenant de la réflexion sur les surfaces convexes de la cornée et du cristallin (l'image donnée par ce dernier étant plus grande et bien moins brillante), la troisième (beaucoup plus petite que l'image cornéenne et que la première image cristallinienne), renversée et réelle, relative à

[1] Les images, ou plus exactement les centres des images de ces points tombent alors sur un seul cône ou sur deux cônes adjacents; l'impression sera identique à celle que produirait l'image d'un point unique rencontrant un seul élément ou la ligne de contact de deux éléments. L'œil ne peut distinguer deux images que si elles se forment sur deux éléments séparés par un troisième ne recevant pas de lumière ou en recevant moins que les deux autres.

[2] Telle est du moins la conclusion du calcul quand on remplace l'œil par la lentille infiniment mince de 15^{mm} de distance focale. La limite s'abaisse à 8^{m} si l'on tient compte de la figure réelle des surfaces réfringentes et de la forme qui en résulte pour le faisceau réfracté, comme l'a fait Sturm.

[3] Sanson, *Leçons sur les maladies des yeux*. Paris ; 1837.

la surface concave du cristallin ; et par l'aspect de ces images il jugeait de l'état de l'œil. Le physicien hollandais Cramer (1) disposa l'expérience de façon à observer les déformations des images quand la vue se porte brusquement d'un objet éloigné à un objet rapproché P : la première image droite reste fixe, ce qui signifie que la cornée ne change pas de forme ; mais la graude image droite se déplace beaucoup, prouvant ainsi que la face antérieure du cris-



Fig. 388

tallin a subi une forte augmentation de courbure. L'observation de l'image renversée montre que la face postérieure a au contraire pris une courbure un peu moindre. Au moyen de son ophtalmomètre (429), M. von Helmholtz a pu mesurer exactement ces variations de courbure, et mettre hors de doute ce fait que la convergence du cristallin s'accroît pour les faibles distances (2).

Diverses sortes de vues. — Avec l'âge, la faculté d'accommodation diminue, et la limite inférieure de la vision distincte recule : on devient *presbyte* (πρέσβυς, ancien). Pour voir de près, on devra placer devant l'œil un verre convergent (3).

(1) Cramer, *Het Accomodatievermogen der Oogen.* Haarlem ; 1853.

(2) L'œil accommodé pour une certaine distance voit mal les objets plus éloignés ou plus rapprochés, parce que leurs images sur la rétine ne sont pas au point.

(3) La distance f de ce verre sera donnée par l'équation

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{\pi}=\frac{1}{f},$$

d étant la distance à laquelle on veut réduire la limite inférieure de la vision distincte, limite actuellement égale à π (abstraction faite de la distance du verre à l'œil).

L'œil *normal* ou *emmétrope* (ἐν dans, μέτρον mesure, ὤψ œil) voit distinctement depuis l'infini jusqu'à une courte distance (environ 15cm); en d'autres termes, des deux limites de la vision distincte la plus lointaine, le *punctum remotum* est à l'infini; la plus rapprochée, le *punctum proximum*, est à 15cm (1).

Le système optique de l'œil peut présenter un excès ou un défaut de convergence par rapport à la distance à laquelle se trouve la rétine : de là deux amétropies.

L'œil *myope* (μύειν serrer, ὤψ œil, à cause de l'habitude qu'ont les myopes de serrer les paupières pour voir un peu moins mal) ou *brachymétrope* (βραχύς, court) ne voit distinctement qu'entre deux limites finies : une limite supérieure, toujours peu éloignée (2), et une limite inférieure qui se réduit souvent à quelques centimètres. Si le rapprochement du *punctum proximum* n'a pas d'inconvénients, le raccourcissement de la limite supérieure est fort gênant : on y remédie à l'aide d'un verre divergent (3).

L'œil *hypermétrope* (ὑπέρ, au delà) ne voit nettement à aucune distance (4) : pour se rassembler sur la rétine, les rayons incidents doivent déjà posséder une certaine convergence : le *punctum remotum*, défini comme le point où l'œil voit sans accommodation,

(1) Le nombre de 30cm, que l'on cite souvent comme distance normale de la vision distincte et qui n'est autre chose que la distance convenable pour lire ou pour écrire, correspond à nos conditions de vie civilisée et n'aurait aucune signification physiologique si l'habitude ne donnait en effet à l'œil de l'homme d'étude une facilité particulière d'accommodation pour cette distance. C'est ainsi que les enfants, entre les mains desquels on met des livres mal imprimés les obligeant à regarder de près, deviennent myopes par la persistance d'un état d'abord passagèrement imposé. Inversement les chasseurs, les montagnards, les marins, accoutumés à observer les objets éloignés, perdent la facilité d'accommoder leur vue aux courtes distances et sont presbytes de très bonne heure.

(2) Si elle atteignait quelques mètres, la vue serait nette jusqu'à l'infini.

(3) Ce verre devra avoir pour distance focale la distance ρ du *punctum remotum*. La vision sera alors distincte depuis l'infini jusqu'à une distance d déterminée par la formule

$$\frac{1}{\pi}-\frac{1}{d}=\frac{1}{\rho},$$

π étant la distance du *punctum proximum*.

(4) Pour certains yeux hypermétropes, l'accommodation permet de voir les objets éloignés jusqu'à une distance minima correspondant au *punctum proximum*. Ce point peut donc être situé à distance finie. Il peut aussi être à l'infini, ou même passer derrière l'œil, c'est-à-dire être virtuel, sa distance absolue étant alors plus grande que celle du *punctum remotum*.

est virtuel. On corrige cette imperfection par l'emploi permanent d'un verre convergent ([1]).

Astigmatisme. — L'œil est presque toujours affecté d'astigmatisme (432) : à distance convenable, un système de deux droites rectangulaires offrira généralement, sous une certaine orientation, l'une des droites très nette et l'autre confuse. Un faisceau de droites rayonnant à partir d'un même point se prête encore mieux à l'expérience et suffit à déterminer immédiatement les deux directions rectangulaires de puissance minima et maxima. Pour faire disparaître cette inégalité, l'œil devra s'armer d'un verre cylindrique, agissant en sens inverse; et si l'œil est en outre myope, l'autre surface du verre sera concave et sphérique.

Aberrations. — Ce procédé ne supprime pas les aberrations. Comment se fait-il donc qu'elles soient assez peu gênantes pour passer habituellement inaperçues?

Toutes les surfaces de l'œil (corrigé, s'il y a lieu, de l'astigmatisme) étant assimilables à des sphères de très petits rayons, on serait fondé à penser que l'aberration de sphéricité doit être considérable. Mais deux causes tendent à la réduire :

1° Sous l'influence d'une lumière vive ([2]), l'ouverture de la pupille se resserre de manière à n'admettre que les rayons centraux : les rayons marginaux sont donc éliminés quand leur action ne saurait échapper.

2° Le cristallin se compose de couches superposées à la manière des tuniques successives d'un oignon et douées d'indices décroissants du centre à la superficie; les rayons latéraux ont ainsi leur foyer moins près de la lentille que si elle était homogène : le système peut se trouver aplanétique. Assurément l'œil, pas plus qu'aucun autre organe, n'est rigoureusement ajusté; mais en tous cas cette disposition diminue beaucoup l'aberration de sphéricité.

L'expérience suivante, instituée par Volkmann sur le modèle de celle du P. Scheiner, permet de constater l'aberration résiduelle et d'en fixer le signe. Dans une carte on perce quatre

([1]) Ce verre aura une distance focale égale à ρ, en valeur absolue, et il permettra de voir nettement les objets situés depuis l'infini jusqu'à une distance positive d, donnée par l'équation

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{\pi}=\frac{1}{\rho}.$$

([2]) D'après M. Brown-Sequard, la lumière jaune agit seule sur l'iris.

trous :⁚ formant un trapèze de dimensions telles qu'il puisse se loger dans la pupille disposée pour une lumière peu intense. A travers ces quatre trous, on regarde une aiguille horizontale placée assez près pour que chaque trou donne une image distincte. Si alors on éloigne graduellement l'aiguille, on voit les quatre images se rapprocher jusqu'à se réunir en une seule quand on atteint le *punctum proximum*. Mais la réunion s'effectue d'une façon différente selon les yeux ; le plus souvent, les images centrales se superposent les premières : l'aberration est alors de signe contraire à celle d'une lentille convergente; d'autres fois, ce sont les images marginales qui commencent par se joindre : l'aberration est de même signe que dans une lentille ordinaire; parfois enfin il arrive que la coïncidence a lieu simultanément pour les quatre images : l'aberration est nulle.

Les milieux de l'œil agissant comme une série de prismes dont les actions concorderaient, l'aberration de réfrangibilité semble également devoir être considérable; et cependant elle est en général tout à fait insensible. Cela tient toujours à la petite ouverture de la pupille dans une lumière vive : chaque faisceau de rayons monochromatiques est très effilé dans sa portion utile, et par conséquent la superposition des divers faisceaux est presque complète sur la surface suivant laquelle ils sont coupés par la rétine. Mais si, par une instillation de belladone, on maintient la pupille aussi dilatée au grand jour qu'elle l'est normalement à une faible lumière, les objets apparaissent entourés d'une auréole colorée. Le défaut d'achromatisme de l'œil se manifeste encore dans l'expérience de Scheiner : les deux images de P (fig. 386) sont irisées. Si l'on a en P une fente lumineuse, on voit deux spectres tournés en sens inverse. Nous rappellerons enfin l'observation de Fraunhofer : en étudiant le spectre avec une lunette achromatique, il avait remarqué que cependant la mise au point différait beaucoup d'une couleur à l'autre, circonstance qui prouve le défaut d'achromatisme de l'œil et qui permettrait même de le mesurer [1].

Persistance des impressions lumineuses sur la rétine : thaumatrope, phénakisticope, cercles de Faraday. — Bien que nous lais-

[1] Le raisonnement d'Euler (p. 568) reposait donc sur une donnée tout à fait fausse.

sions ici entièrement de côté l'étude physiologique de l'œil, nous ne pouvons passer sous silence un phénomène qui joue en physique un rôle important, déjà signalé à plusieurs reprises, c'est-à-dire la persistance des impressions lumineuses sur la rétine. Au moyen d'un disque tournant analogue à celui de la figure

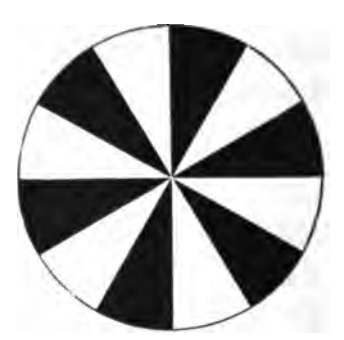


Fig. 389

ci-dessus, on peut aisément constater que la durée de cette persistance, variable d'ailleurs avec les conditions de l'expérience, est d'environ un dixième de seconde.



Fig. 390

Parmi les appareils établis sur ce fait, nous citerons :

Le thaumatrope (θαῦμα, merveille; τρέπω, tourner) [1], carton

[1] PARIS, *Edinb. journ.*, IV, 87.

circulaire tournant autour d'un de ses diamètres et portant sur l'une de ses faces un dessin incomplet, sur l'autre les parties manquantes qui, dans la rotation, s'ajoutent aux premières.

Le phénakisticope (φεναχιστιχός, trompeur) [1] : quand les deux disques A et B (fig. 390) tournent ensemble, l'œil reçoit par les fentes venant successivement passer devant lui une série d'impressions qui se prolongent de façon à provoquer la sensation d'un mouvement continu de l'objet dessiné à diverses phases de ce mouvement sur le carton B (362).

Les roues de Faraday [2] : ce sont deux roues identiques, tournant en sens inverse avec la même vitesse suffisamment grande et offrant l'aspect d'une roue unique, fixe, qui aurait un nombre de rais double de ceux que possède réellement chacune des roues



Fig. 391

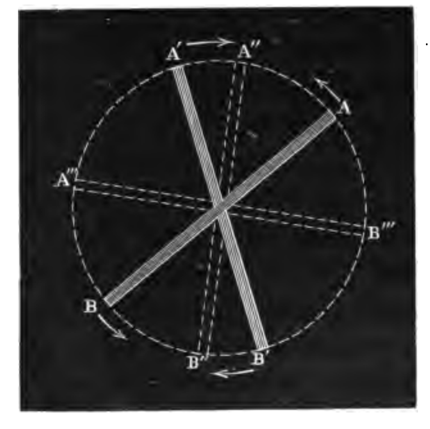


Fig. 392

mobiles. Pour nous rendre compte de cette apparence, considérons d'abord une simple barre supposée brillante : si cette barre tourne assez vite, le champ paraîtra uniformément éclairé puisque pour notre œil la lumière de la barre se répartira égale-

[1] PLATEAU, *Correspond. math. et phys. de l'Observ. de Bruxelles*, VII, 365; 1833. Cf. STAMPFER, *Die stroboskopischen Scheiben*. Wien; 1833. Dans les disques stroboscopiques, les figures sont tracées sur le même carton que les fentes : pour se servir de l'appareil, on se met devant une glace, les figures faisant face à la glace, et on regarde à travers les fentes.

[2] FARADAY, *Journal of the Royal Institution*, I, 1831.

nent sur tout le cercle. Si devant cette barre nous en plaçons une [illegible] tournant en sens contraire à vitesse [illegible] sera doublé [illegible] lesquels les deux barres [illegible] la barre supérieure [illegible] deux bandes [illegible] obscures. Le raisonnement [illegible] quelconque de barres et [illegible] Faraday.

[illegible] — [illegible] Wheatstone. Brewster. [illegible] — Nous ne [illegible] absolument le phénomène de la vision [illegible] mieux avec deux yeux [illegible] et qui n'a guère [illegible] la simplicité de l'apparence [illegible] l'image.

Pour [illegible] d'abord assez éloigné, paraisse [illegible] les images de chacun de ses points se forment en [illegible] physiologiquement correspondants des deux rétines. Le fait arrive normalement quand les axes des deux yeux sont dirigés vers l'objet. Mais il suffit de déranger l'un des yeux par une légère pression du doigt pour détruire cet arrangement et faire surgir deux images. Lorsque l'objet est rapproché, les images produites dans les deux yeux ne peuvent plus être identiques, et le principe posé plus haut cesse d'être rigoureusement applicable. Il en résulte une vision spéciale, causant la sensation du relief, comme le prouve ce qui se passe dans le stéréoscope [illegible], solide [illegible], voir [2].

Cet appareil, imaginé par Wheatstone, donne la sensation du relief en mettant devant chaque œil une image de l'objet telle que la recevrait cet œil et en assurant aux rayons émanés de cette image la direction qu'ils auraient s'ils venaient réellement de l'objet. Procurons-nous deux photographies de l'objet prises au

(1) Si les deux roues tournent en sens inverse avec des vitesses différentes, les rais de l'image paraissent tourner en sens contraire de la roue qui va le plus vite, avec une vitesse égale à la demi-différence des vitesses des deux roues.

(2) Wheatstone, in *Mayo's Outlines of human Physiology*; 1833; et *Phil. Trans.* 1838, part II, p. 371.

moyen de deux objectifs braqués sur lui ainsi que le seraient les deux yeux; et, à l'exemple de Wheatstone [1], plaçons-les en AB

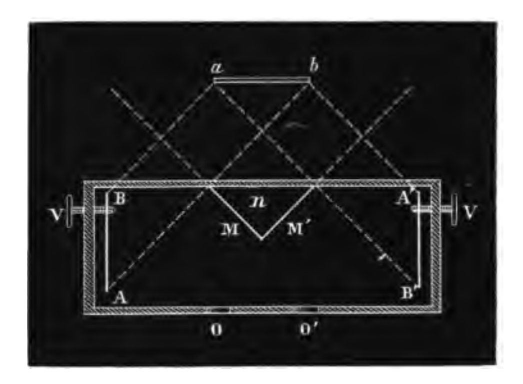


Fig. 393

et A'B', vis-à-vis de deux miroirs plans M, M', perpendiculaires entre eux : les images se superposant en *ab*, le relief paraît.

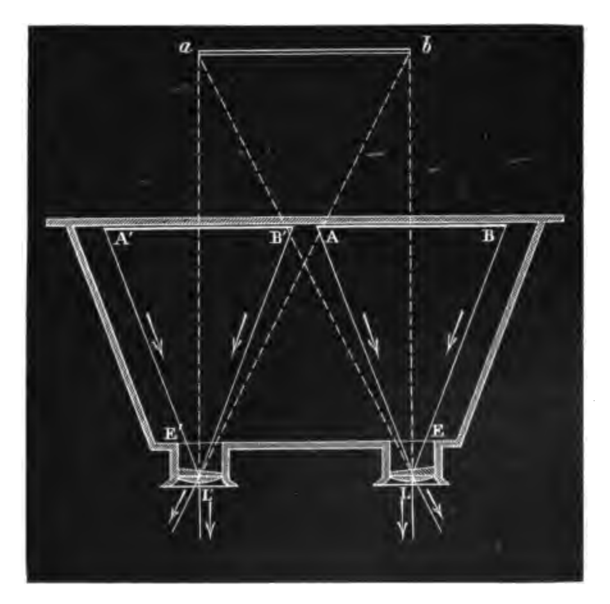


Fig. 394

raît. Brewster a produit le même effet plus commodément avec deux lentilles prismatiques : chacune d'elles peut être considérée

[1] Wheatstone se servait de dessins tracés géométriquement.

comme constituée par la juxtaposition d'une lentille qui fournit une image virtuelle à la distance de la vision distincte et d'un prisme qui rejette cette image en *ab* où les deux images se réunissent.

Le phénomène se montre sous une forme très frappante dans l'expérience de d'Almeida. Sur un écran on superpose en projection deux images stéréoscopiques, l'une rouge, l'autre verte, de façon à obtenir une image unique, incolore et sans relief. Mais si l'on regarde cette image à travers une paire de lunettes dont l'un des verres soit rouge, et l'autre vert, l'image prend un relief saisissant, tout en restant incolore.

II. — Instruments d'optique.

443. Propriétés générales. — Les instruments d'optique ont tous pour but d'augmenter la puissance de l'œil.

Puissance. — D'après Verdet, on appelle puissance d'un instrument le diamètre apparent sous lequel cet instrument fait voir l'unité de longueur prise à la surface de l'objet.

Grossissement. — Le grossissement est le rapport des diamètres apparents [1], toujours petits, sous lesquels on voit l'objet à travers l'instrument ou à l'œil nu, dans les conditions où s'effectue chacune des visées.

Il importe, en effet, de préciser la position de l'œil non seulement par rapport à l'objet, mais aussi par rapport à l'image que l'instrument substitue à l'objet [2].

L'instrument est toujours théoriquement réductible à une lentille unique. Soient F′ le second foyer et H′K′ le second plan principal de cette lentille. Par le sommet Q de l'objet PQ [3] menons QK′ parallèle à l'axe, tirons F′K′. Le sommet Q′ de l'image P′Q′ se

(1) Au lieu des diamètres apparents, il serait peut-être plus naturel de considérer les grandeurs des images rétiniennes; mais, les déplacements du point nodal de l'œil avec l'accommodation étant négligeables, les deux quantités sont proportionnelles, et l'usage des diamètres apparents est plus commode dans la pratique.

(2) Voir Guébhard, *Annales d'oculistique*, LXXXIX, 197, et *Journal de physique*, (2), II, 266; 1883; et Gariel, *Études d'Optique géométrique*. Paris, Nony, 1889; p. 162.

(3) Si PQ = 1, angle PCQ mesure la puissance de l'instrument.

formera sur cette droite F'K' à une distance qui dépend de la distance même de l'objet.

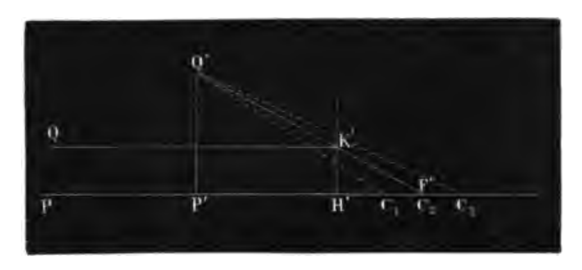


Fig. 395

Le centre optique de l'œil C peut occuper trois positions par rapport au point F'.

1° Le centre optique de l'œil C_1 est en deçà du foyer F', entre F' et P'Q'. Il est manifeste que le grossissement sera d'autant plus grand que P'Q' sera plus près de C_1. L'instrument devra donc être ajusté de façon que l'image se fasse au *punctum proximum*. Si l'œil peut se déplacer, il se mettra le plus loin possible de F' et par conséquent le plus près possible de l'instrument. Il y a d'ailleurs entre le dernier verre et l'œil un écartement minimum, égal à la distance du centre optique à la cornée plus l'épaisseur des paupières et la longueur des cils, soit au total environ 15 millimètres [1];

2° Le centre optique de l'œil C_2 coïncide avec le foyer F'. Le diamètre apparent de P'Q' est alors indépendant de sa position. On évitera toute fatigue d'accommodation en éloignant l'image au *punctum remotum*;

3° Le centre optique de l'œil C_3 est au delà du foyer F'. Ce cas est l'inverse du premier. L'image devra se faire au *punctum remotum*. En outre, on rapprochera C de F' autant que cela se pourra.

Les deux derniers cas sont les plus fréquents. La position de l'œil au foyer peut même être regardée comme la condition théorique dont on s'éloigne généralement fort peu dans la pratique.

Ces considérations se traduisent aisément en formules.

[1] Les opticiens comptent 13 millimètres de la cornée et par conséquent 20 millimètres du centre optique de l'œil aux besicles.

Soient Δ la distance CP' du centre de l'œil à l'image,
ε la distance F'C du foyer au centre de l'œil,
distances comptées positivement du côté d'où vient la lumière.

Nous avons désigné plus haut (428) par ϖ' la distance FA' du foyer à l'image, comptée positivement dans le sens où va la lumière.

On a donc

$$-\varpi'=\Delta+\varepsilon;$$

par suite, l'équation

$$\frac{-I}{O}=\frac{\varpi'}{f'} \qquad \text{(V)},$$

I et O étant les grandeurs linéaires de l'image et de l'objet, et f' la seconde distance focale (égale à la première f quand le système est dans l'air), s'écrira

$$\frac{I}{O}=\frac{\Delta+\varepsilon}{f}.$$

L'angle θ_1 sous lequel l'image est vue du point C est

$$\theta_1=\frac{I}{\Delta}=\frac{O}{f}\,\frac{\Delta+\varepsilon}{\Delta}.$$

La puissance a donc pour expression

$$P=\frac{1}{f}\,\frac{\Delta+\varepsilon}{\Delta},$$

ce qui peut s'écrire

$$P=\frac{1}{f}\left(1+\frac{\varepsilon}{\Delta}\right).$$

Δ est nécessairement positif pour tout œil non hypermétrope. Par conséquent, si ε est positif (œil en deçà du foyer), la puissance sera d'autant plus grande que Δ sera plus petit et ε plus grand : on devra placer l'image au *punctum proximum* et s'éloigner autant que possible du foyer. Si ε est négatif (œil au delà du foyer) les conclusions sont inverses : on reculera l'image au *punctum remotum* et on se rapprochera le plus que l'on pourra du foyer. Si ε est

nul (œil au foyer), la puissance sera indépendante de Δ, et elle aura pour valeur la puissance intrinsèque du système (428)

$$P=\frac{1}{f};$$

mais, pour éviter la fatigue de l'accommodation, il sera avantageux d'éloigner l'image jusqu'au *punctum remotum*.

Le diamètre apparent θ_0 sous lequel on voit à l'œil nu l'objet placé à la distance Δ_0 est

$$\theta_0=\frac{O}{\Delta_0}.$$

On a donc pour le grossissement

$$G=\frac{\theta_1}{\theta_0}=\frac{\Delta_0(\Delta+\varepsilon)}{f\Delta},$$

formule que l'on discutera facilement dans chaque cas particulier.

Pouvoir séparateur (1). — Il ne faut pas oublier que la théorie géométrique exposée ici est incomplète. Par suite des phénomènes de diffraction, la visibilité des détails dépend du diamètre de la tache lumineuse formant le centre de l'image complexe que donne un point. Toutes choses égales d'ailleurs, ce diamètre est en raison inverse du diamètre de la surface effective des plans principaux (2). Par conséquent, l'angle apparent sous lequel la tache centrale est vue du deuxième point nodal du système (3) et que l'on appelle le pouvoir séparateur de l'instrument, est défini uniquement (pour une lumière déterminée) par la surface utile des plans principaux.

D'après Foucault, le pouvoir séparateur est 1″, soit environ $\frac{1}{200\,000}$ (telle est à peu près la longueur de l'arc de 1″ dans un cercle de rayon 1), pour un objectif de 13 centimètres de diamètre. Suivant Dawes, la constante de séparation (produit du pouvoir sé-

(1) Voir Mascart, *Traité d'Optique*, I, 130. Paris, Gauthier-Villars; 1889.

(2) Il est en outre proportionnel à la longueur d'onde et aussi à la distance de l'image au deuxième plan principal.

(3) Cet angle est égal à celui sous lequel apparaît à la surface de l'objet la distance de deux points dont les images se touchent : nous admettons que c'est la plus petite distance pour laquelle les deux points sont distincts.

parateur par le diamètre en centimètres) serait 11",6. Nous adopterons 12" comme résultat moyen de ces mesures.

Le diamètre de la pupille varie de 3 millimètres dans une lumière vive à 8 millimètres dans l'obscurité. Si nous admettons un diamètre de 4 millimètres, qui correspond à un éclairage ordinaire, l'œil pourrait donc résoudre un angle de $\frac{120}{4}$ 1"=30", presque identique à la limite résultant du diamètre des cônes sur la *fovea centralis* (442).

Cette limite n'est jamais atteinte [1] : dans un œil normal, l'acuité visuelle, mesurée par le pouvoir séparateur, diffère peu de 1', comme si le diamètre utile de la pupille n'était que 2 millimètres. La distance des détails que sépare un œil visant à 30 centimètres est par conséquent d'environ $\frac{1}{10}$ de millimètre [2].

Clarté. — On nomme clarté le rapport entre les éclats intrinsèques de l'image et de l'objet.

Soit E l'éclat intrinsèque de l'objet, c'est-à-dire la quantité de lumière envoyée par l'unité de surface de l'objet sur une surface égale à l'unité placée à l'unité de distance, la surface éclairante et la surface éclairée étant l'une et l'autre normales aux rayons. Si nous appelons s la surface de l'objet, σ la surface utilisée sur le premier plan principal du système, la quantité de lumière que reçoit cette surface σ située à la distance p de l'objet est

$$Q = \frac{Es\sigma}{p^2}.$$

Abstraction faite des absorptions, le deuxième plan principal reçoit sur une surface égale σ la même quantité de lumière Q, que

[1] Cela tient, comme nous l'avons dit, aux aberrations de l'œil, aberrations qui deviennent d'autant plus sensibles que la pupille s'ouvre davantage, de sorte que l'acuité visuelle n'augmente pas proportionnellement au diamètre de l'ouverture.

[2] On a en effet, en appelant x cette distance,

$$\frac{x}{30} = \frac{60}{200000},$$

d'où

$$x = 0^{cm},009.$$

nous pouvons regarder comme lui étant envoyée par l'image de surface s' placée à la distance p'. Si donc E' est l'éclat intrinsèque de cette image, on a encore

$$Q = \frac{E' s' \sigma}{p'^2}.$$

De ces deux égalités on tire

$$\frac{E'}{E} = \frac{s p'^2}{s' p^2} = \left(\frac{O\, p'}{I\, p}\right)^2,$$

I et O étant toujours les grandeurs linéaires de l'image et de l'objet (¹). ou, en vertu de l'équation IV (428),

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{f'}{f}\right)^2,$$

ou enfin, d'après la relation générale $\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$,

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 :$$

en d'autres termes, la clarté est égale au carré du rapport des indices extrêmes.

Quand ces indices sont identiques, comme il arrive pour un système plongé dans l'air, la clarté est égale à 1.

Les raisonnements qui précèdent s'appliquent évidemment aux images rétiniennes. Par conséquent, il y a encore égalité d'éclat intrinsèque entre les images rétiniennes de l'objet et de l'image, à la seule condition que la section du faisceau pénétrant dans l'œil soit la même (ouverture de la pupille constante et pleinement remplie par la lumière); et l'égalité se maintient à quelques distances que l'objet et l'image soient de l'œil, tant que leur diamètre apparent reste sensible, l'éclairement et la surface éclairée sur la rétine étant l'un et l'autre proportionnels à la surface apparente $\frac{s}{p^2}$ de la source.

(¹) Dans l'air $\frac{I}{O} = \frac{p'}{p}$; donc $E' = E$.

Champ. — On appelle champ l'espace angulaire dans lequel doit se trouver un objet pour être visible à travers l'instrument.

444. Loupe. — *Principe.* — Pour voir le mieux possible à l'œil nu les détails d'un objet, on le rapproche naturellement jusqu'au *punctum proximum*. Si π désigne la distance de ce point au centre optique, la puissance maxima de l'œil est

$$\frac{1}{\pi};$$

elle est d'autant plus grande que la distance minima de la vision distincte π est plus petite (¹).

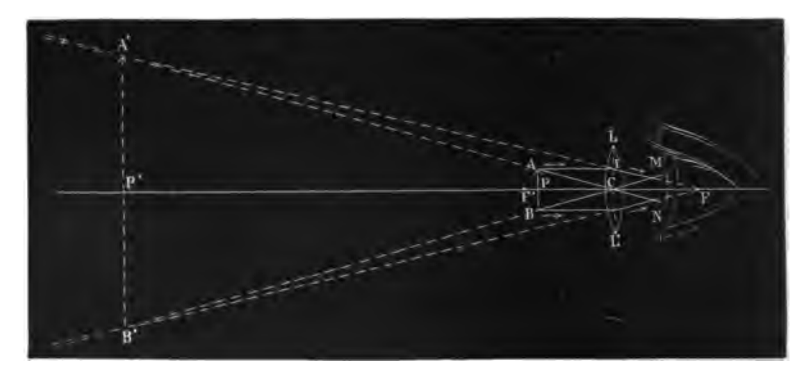


Fig. 396

Cette puissance peut être augmentée par l'emploi d'un verre convergent placé au devant de l'œil. En amenant l'objet entre le foyer et le verre, on obtient une image virtuelle, droite et agrandie, dont on règle la position en modifiant légèrement la distance de l'objet au verre (²). Un semblable verre constitue une loupe.

(¹) Si l'on place devant l'œil une carte percée d'un trou d'aiguille, on peut rapprocher davantage l'objet, tout en conservant une certaine netteté ; mais cet expédient, analogue à celui qu'emploient les myopes quand ils clignent les paupières, est évidemment très défectueux.

(²) La distance p de l'objet à la lentille est donnée par la formule

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{\Delta-(f-\epsilon)}=\frac{1}{f},$$

de laquelle on tire

$$p=f\left(1-\frac{f}{\Delta+\epsilon}\right),$$

valeur toujours peu différente de f.

Puissance. — D'après ce qui a été dit plus haut [1], la puissance de l'instrument est

$$P = \frac{1}{f}\left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta}\right).$$

Dans les loupes faibles (loupes à long foyer, telles que verres de besicles, loupes de graveur ou d'horloger), ε est positif. On aura donc le maximum d'effet en appliquant l'œil contre la loupe et en rapprochant l'image jusqu'au *punctum proximum* (en avançant l'objet jusqu'à ce que $\Delta = \pi$). L'acuité visuelle étant supposée la même, un myope conservera avec la loupe l'avantage qu'il avait à l'œil nu sur un presbyte de mieux percevoir les détails [2].

Avec une loupe forte, il est au contraire préférable de viser au *punctum remotum* [3] : ρ étant la distance de ce point au centre

[1] Directement, on a

$$\frac{I}{O} = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{p} = \frac{\Delta + \varepsilon}{f}.$$

Si donc $O = 1$, $I = \frac{\Delta + \varepsilon}{f}$; et comme cette grandeur est vue de la distance Δ, on a pour la puissance

$$P = \frac{\Delta + \varepsilon}{f\Delta}.$$

[2] Chez les hypermétropes, les valeurs positives de Δ sont très grandes, mais en outre il y a des valeurs négatives, dont la plus petite numériquement correspond au *punctum remotum*. Si Δ a cette valeur $-\rho_1$, la puissance atteint son maximum quand ε, négatif, est le plus grand possible en valeur absolue. Tel est le cas des *loupes à lire* que les vieillards promènent de loin au-dessus de leur livre, situé un peu au delà du foyer.

[3] Pour un œil normal dont le *punctum remotum* est à l'infini, l'objet sera

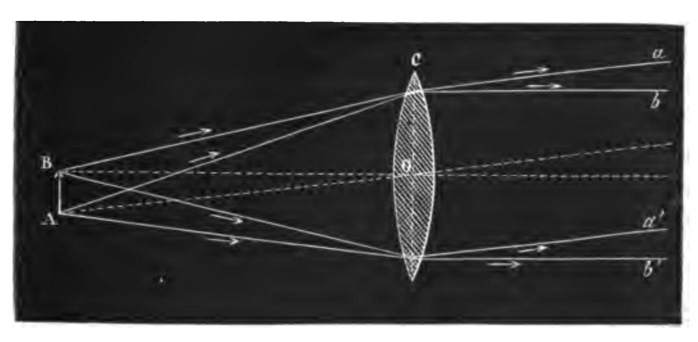


Fig. 397

dans le premier plan focal principal. Alors, les rayons partis de deux points A

optique, si nous posons $\varepsilon = -\varepsilon_1$ de façon à mettre en évidence le signe de cette quantité, la puissance aura pour expression

$$\frac{1}{f}\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\rho}\right).$$

A mesure que ρ augmente, elle tend vers la valeur

$$\frac{1}{f}$$

qu'elle acquiert pour tout œil placé au foyer ($\varepsilon_1 = 0$).

Cette valeur, indépendante de la vue de l'observateur ([1]), et purement objective, représente la puissance intrinsèque de la loupe. Ce n'est autre chose que la puissance de la lentille, et, comme celle-ci, elle doit être évaluée en dioptries.

Grossissement. — D'après la formule générale (443), Δ_0 étant ici égal à π, le grossissement a pour expression

$$G = \frac{\pi}{f}\left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta}\right),$$

formule qui se discuterait comme précédemment.

Pouvoir séparateur. — Le pouvoir séparateur d'une loupe se calcule aisément si l'on remarque que le rôle de la loupe, supposée parfaite, se réduit à permettre de rapprocher davantage les objets. Ainsi, une loupe visant à 1 centimètre fera dis-

et B de l'objet forment à leur sortie de la lentille O deux faisceaux de rayons respectivement parallèles aux axes secondaires AO, BO; en quelque point par conséquent que soit l'œil, il verra AB sous l'angle constant AOB, tant du moins que la lentille, dont le diamètre apparent diminue sans cesse, ne lui en cachera pas les extrémités. Mais, par suite de cette diminution de diamètre apparent de la lentille, l'image, que l'œil suppose toujours à la même distance derrière celle-ci, semble croître. Cette illusion, signalée par Smith, est très frappante, si, comme l'indique Desains, on prend pour objet un système de lignes parallèles débordant sur la loupe : « On les voit nettement à quelque distance que l'œil (capable de voir nettement à l'infini) soit placé; seulement, plus on s'éloigne, moins on en voit. » (SMITH, *A compleat system of Opticks*; 1728 (*Optique*, traduction du P. Pézenas, I, 157. Avignon et Paris; 1767). — DESAINS, *Leçons de physique*, II, 276).

([1]) Chaque œil choisit la position la plus commode de l'image, l'angle visuel restant alors toujours le même, quelle que soit cette position.

tinguer des détails dont la distance sera seulement 3 microns [1].

Clarté. — La clarté est égale à 1. En effet, la distance de l'œil à la loupe étant supposée négligeable, la surface de l'image (située à la distance π) est à celle de l'objet (distant de p) dans le rapport de π^2 à p^2. D'autre part, la quantité de lumière qui concourt à la formation de l'image, la distance actuelle de l'objet étant p, est à la quantité de lumière qu'il envoyait, quand la distance était π, dans le rapport de p^2 à π^2. Donc les éclats intrinsèques de l'image et de l'objet sont égaux (abstraction faite des pertes par réflexion, absorption, etc.); et leur rapport, c'est-à-dire la clarté, est égal à 1.

Champ. — Bien que théoriquement, dans ces conditions, le champ d'une loupe puisse atteindre celui de l'œil, soit presque un demi-cercle, pratiquement les aberrations le limitent à une dizaine de degrés.

Loupes complexes. — On diminue les aberrations à l'aide d'un diaphragme, ou d'une combinaison de lentilles.

Loupes diaphragmées. — Dans les *lentilles diaphragmées de Wollaston*, appelées aussi *loupes périscopiques*, le diaphragme est engagé dans la masse même de la lentille [2]. Si celle-ci est sphérique, elle sera traversée dans tous les sens par des pinceaux étroits

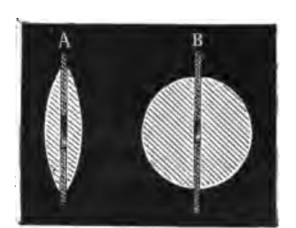


Fig. 398

s'éloignant peu des rayons de la sphère : elle offrira donc un champ très vaste sans aberration sensible.

[1] D'après ce qui a été dit plus haut, on a en effet

$$\frac{x}{1}=\frac{60}{200000},$$

d'où

$$x=0^{m},0003.$$

[2] Wollaston partageait le verre en deux moitiés, entre lesquelles il intercalait le diaphragme; mais la réflexion sur les deux faces planes voisines causait

Loupes composées. — Les plus en usage sont formées de deux

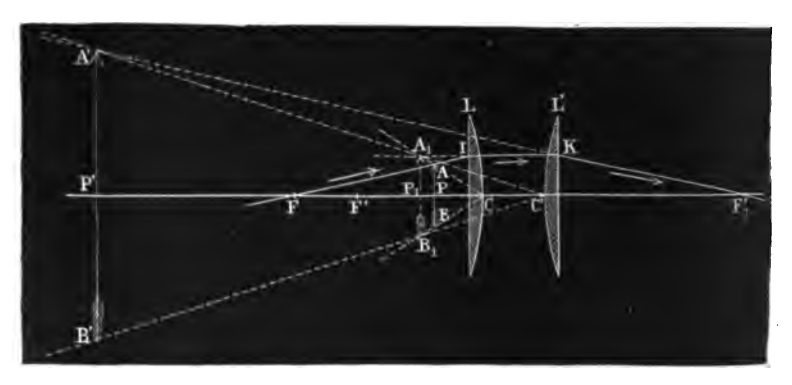


Fig. 399

lentilles. Les formules relatives à ce cas ont été données plus haut (428) ([1]). La puissance intrinsèque du système est

$$P = \frac{1}{f} = \frac{f_1 + f_2 - e}{f_1 f e} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2}.$$

Dans le *doublet de Wollaston*, $f_1 = \frac{2}{3}e, f_2 = 2e$; par suite,

$$P = \frac{5}{6}\frac{1}{f_1}.$$

La puissance est un peu moindre que celle de la première lentille seule; mais les aberrations sont beaucoup plus faibles.

Pour mieux comprendre la valeur de cette combinaison que les opticiens représentent par le symbole 2, 3, 6 (nombres proportionnels à f_1, e et f_2), construisons les plans principaux et les foyers

la perte d'une certaine quantité de lumière. Mieux vaut, au lieu de couper le verre, y creuser une gorge assez large qui suffira seule à limiter les faisceaux transmis : on a alors la *loupe de Brewster*, dite ordinairement *loupe Coddington*.

([1]) Sans recourir aux formules générales, on trouve aisément l'expression de la puissance, si l'on admet que l'image virtuelle formée par la première lentille (celle qui regarde l'objet supposé de longueur 1) est au foyer de la deuxième. Cette image a en effet pour grandeur $\frac{f_1+f_2-e}{f_1}$; et par suite l'angle sous lequel l'œil, placé n'importe où derrière la lentille 2, la voit par des rayons parallèles, est

$$\frac{f_1+f_2-e}{f_1 f_2}.$$

du système, en négligeant l'épaisseur des lentilles (¹) : soient A_1 la première lentille, F_1, F'_1 ses foyers; A_2 la deuxième lentille, F_2, F'_2 ses

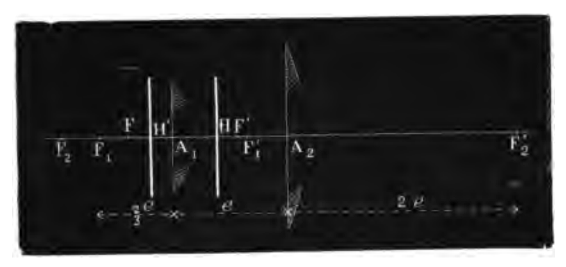


Fig. 400

foyers. Les plans principaux sont situés respectivement aux distances $A_1H = \frac{2}{5}e$ et $A_2H' = \frac{6}{5}e$, ce qui produit le croisement marqué sur la figure. Les foyers F et F', distants respectivement de ces plans principaux de $HF = H'F' = \frac{4}{5}e = \frac{6}{5}f_1$, tombent l'un à l'extérieur, l'autre à l'intérieur du système : l'interstice $HH' = \frac{3}{5}e$. Par rapport à une loupe simple qui permettrait de voir à partir du deuxième foyer l'objet sous le même angle visuel, le doublet de Wollaston offre donc deux inconvénients : 1° un plus petit espace entre la face qui regarde l'objet et cet objet, autrement dit une plus petite *distance frontale*, ce qui constitue une gêne pour la manipulation ; 2° un plus grand éloignement de l'œil qui se trouve rejeté assez loin au delà du deuxième foyer. Ce dernier inconvénient est contrebalancé par l'avantage d'obtenir le meilleur effet du doublet dans l'état de non accomodation. Quant au premier, il est le prix peu élevé d'un avantage considérable, la suppression presque complète des aberrations (²).

La formule générale du grossissement, si l'on met en évidence le signe de ε, donne ici

$$G = \frac{\pi}{f}\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\rho}\right),$$

(¹) Voir Gariel, *loc. cit.*, p. 120.

(²) Par une autre combinaison dont la description trouvera sa place après celle de la lunette de Galilée, il est possible d'obtenir à la fois une grande distance frontale et un fort grossissement avec très peu d'aberration.

ce qui pour un œil normal dont le *punctum remotum* est à l'infini se réduit à

$$G = \frac{\pi}{f} = \frac{\pi}{f_1} + \frac{\pi}{f_2} - \frac{e\pi}{f_1 f_2}.$$

On a donc, avec les valeurs numériques adoptées,

$$G = \frac{5}{6}\frac{\pi}{f_1}.$$

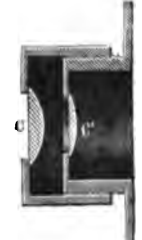


Fig. 401

Les deux lentilles du doublet sont ordinairement serties dans deux bagues réunies par un pas de vis qui permet de faire varier un peu e, pour mieux compenser les défauts propres à l'œil ([1]).

On appelle *loupe montée* ou *microscope simple*, une loupe un peu forte (doublet ou autre système), disposée au-dessus d'une platine semblable à celle d'un microscope.

Loupe Stanhope. — Une forme très curieuse de loupe est celle qui porte le nom de Stanhope. C'est un bout de verre terminé du côté de l'œil par une calotte sphérique et de l'autre côté par une face plane contre laquelle on applique l'objet à examiner, de manière que les rayons émanant de l'objet n'éprouvent qu'une seule réfraction au sortir du verre. La longueur du cylindre étant un peu inférieure à la distance focale, la loupe fournit une image virtuelle, droite et agrandie, située à une distance invariable. Si donc l'appareil est remarquablement simple, il est fort imparfait. On ne l'emploie guère que pour grossir ces photographies microscopiques que l'on introduit dans toutes sortes de menus bibelots.

Oculaires composés. — Parmi les combinaisons de deux lentilles convergentes, nous décrirons encore les oculaires composés.

On distingue les oculaires composés en positifs et négatifs.

Oculaire positif de Ramsden. — Le type des oculaires positifs est

([1]) Dans le *doublet de Ch. Chevalier*, les lentilles (qui tournent toutes les deux leur face plane vers l'objet) sont séparées par un diaphragme qui a pour but de réduire encore les aberrations.

l'oculaire de Ramsden (symbole 3, 2, 3) [1]. Sauf le croisement des plans principaux, il équivaut à une lentille unique de distance focale $\frac{3}{4}f_1$. Le foyer F est assez en avant de la première lentille A_1 pour



Fig. 402

que l'on puisse aisément se servir du système en guise de loupe. Les deux verres sont des lentilles plan-convexes se regardant par leurs faces courbes, disposition propre à diminuer les aberrations.

Oculaire négatif d'Huygens. — Les oculaires négatifs, appelés

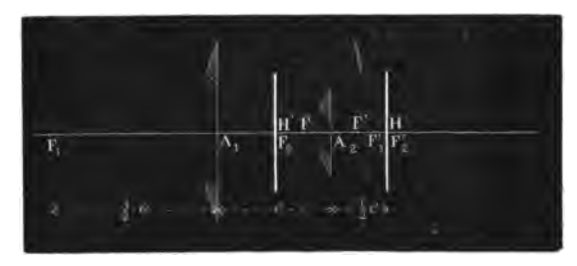


Fig. 403

aussi oculaires d'Huygens ou de Campani, sont habituellement construits sur le symbole 3, 2, 1 adopté par Dollond [2]. La puissance de ce système $\frac{1}{f} = \frac{4}{3}e = 2\frac{1}{f_1}$. Les plans principaux sont encore

(1) $$f_1 = f_2 = \frac{3}{2}e.$$

Par suite,

$$f = \frac{9}{8}e = \frac{3}{4}f_1, \quad h = \frac{3}{4}e = \frac{1}{2}f_1, \quad \delta = \frac{1}{2}e = \frac{1}{3}f_1.$$

(2) $$f_1 = \frac{3}{2}e, \; f_2 = \frac{1}{2}e.$$

Par suite,

$$f = \frac{3}{4}e = \frac{1}{2}f_1, \quad h = \frac{3}{2}e = f_1, \quad \delta = e = \frac{2}{3}f_1.$$

croisés (le plan H coïncide avec les foyers F'_1 et F'_2 confondus, le plan H' avec le foyer F_2), et les foyers sont normalement disposés par rapport à ces plans : le foyer F' est à $\frac{1}{4}e$ au delà du second verre; le foyer F tombe à l'intérieur du système $\left(\frac{1}{4}e\right.$ en deçà du second $\left.\text{verre}\right)$, en sorte que l'oculaire d'Huygens ne peut pas fonctionner comme une loupe relativement à un objet réel placé à gauche. Mais il conviendra très bien à un objet virtuel situé en F (nous supposons toujours pour simplifier un œil normal visant à l'infini) (¹). Les lentilles constituantes sont plan-convexes et ont leurs faces planes du côté de l'œil, la convergence des rayons étant beaucoup plus forte de ce côté.

445. Microscope. — *Principe.* — Le microscope (μικρός petit, σκοπέω regarder) se compose essentiellement d'un objectif convergent qui donne une image réelle, renversée et agrandie de l'objet, et d'un oculaire convergent qui fait office de loupe et transforme cette première image en une deuxième image virtuelle, droite par rapport à la première, donc renversée par rapport à l'objet et de nouveau agrandie.

La figure 404 représente la marche des rayons.

Puissance. — Si nous désignons par f la distance focale principale de l'objectif, par F celle de l'oculaire et par d la distance des deux verres, la puissance intrinsèque du système est

$$P = -\frac{d-f-F}{fF},$$

le signe — indiquant que l'image est renversée. La distance d étant toujours très grande relativement à f et F, la puissance diffère peu de

$$\frac{d}{fF},$$

(¹) Et en effet la première lentille offre alors à la deuxième une image réelle située en F_2, puisque l'on a

$$-\frac{2}{f_1}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f_1},$$

d'où

$$p'=\frac{f_1}{3}=\frac{e}{2}.$$

et par conséquent elle est sensiblement proportionnelle :

1° A la distance d des deux verres;

2° A la puissance de l'objectif $\frac{1}{f}$;

3° A la puissance de l'oculaire $\frac{1}{F}$.

Grossissement. — Le grossissement pour un œil normal visant à l'infini est

$$G = \pi P = -\frac{d-f-F}{f} \cdot \frac{\pi}{F}.$$

Le premier facteur est le grossissement de l'objectif (l'image réelle étant supposée se former à la distance $d - F$), le deuxième

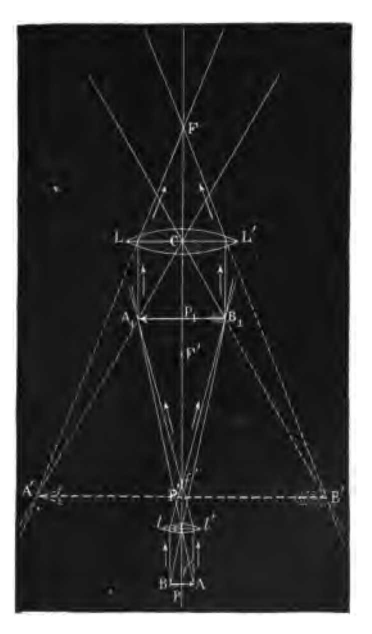


Fig. 404

est le grossissement de l'oculaire. Le grossissement du microscope est donc le produit du grossissement de l'objectif par le grossissement de l'oculaire, proposition évidente sur la figure, puisqu'on a identiquement

$$G = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB}.$$

Champ. — Pour qu'un point soit vu dans le microscope, il faut que les rayons partis de ce point et transmis à travers l'objectif tombent sur l'oculaire. Ils constituent toujours un faisceau extrêmement étroit. Si ce faisceau se réduisait à son axe, le champ serait limité par le cône ayant pour sommet le centre de l'objectif et s'appuyant sur le contour de l'oculaire; et l'on aurait

$$tg\,C = \frac{R}{d},$$

2C étant l'angle qui mesure le champ et R étant le rayon de l'oculaire. Comme l'objet se trouve sensiblement au foyer de l'objectif, le rayon de la portion visible serait

$$c = \frac{fR}{d}.$$

Mais les points situés sur les limites de ce cône ne se verraient que par une partie du faisceau qui en émane : les bords du champ ainsi déterminé seraient donc diffus.

Diaphragme. — Pour éviter cet inconvénient, dans le plan où se fait l'image réelle [1], on interpose un diaphragme qui sera au point en même temps que cette image. Le champ est alors circonscrit par le cône dont le sommet est au centre de l'objectif et la base à l'ouverture du diaphragme. On a choisi d'ailleurs cette ouverture de façon à embrasser tout le *champ de pleine lumière*, lequel diffère très peu du *champ de visibilité* défini précédemment.

Anneau oculaire. — Les rayons qui émergent de l'oculaire peuvent être considérés comme issus des divers points de la surface terminale de l'objectif. Ils viennent donc tous passer à l'intérieur de l'image de la dernière face de l'objectif par l'oculaire, image que l'on appelle l'anneau oculaire. C'est là qu'il faut placer l'œil pour recevoir au mieux les rayons émergents. Si le centre de

[1] Ce plan n'est pas rigoureusement fixe, comme dans la lunette astronomique : il y a donc une certaine tolérance dans la position du diaphragme.

la pupille coïncide avec le centre de l'anneau oculaire, on embrasse le champ entier, quel que soit d'ailleurs le diamètre de l'anneau oculaire. Ce diamètre est en effet sans influence sur le champ; mais il influe sur la clarté.

Clarté. — Lorsque le demi-diamètre a de l'anneau oculaire est supérieur ou égal à celui p de la pupille, la clarté est 1. Car l'éclat E' de l'image égalant celui E de l'objet, si cette image est vue, ainsi que l'objet, à pleine pupille, elle paraît également éclairée. Mais quand le faisceau qui arrive à l'œil ne remplit pas la pupille, en d'autres termes quand a est inférieur à p, cas ordinaire dans le microscope, les choses se passent comme si la pupille était réduite au rayon a, la clarté se trouve diminuée dans le rapport de la surface de l'anneau oculaire à la surface de la pupille (1).

Détails sur la construction. — Quelques détails sont nécessaires sur la construction de l'appareil.

Objectif. — L'objectif doit joindre une très petite distance focale (2) à une grande distance frontale (distance de la première surface matérielle à l'objet, placé toujours très près du foyer) et une très grande ouverture (3) à des aberrations extrêmement faibles. Ces exigences ne sont pas absolument inconciliables.

Un objectif formé de plusieurs lentilles peut satisfaire à la fois aux conditions d'ouverture et d'aberrations, les premières lentilles substituant à l'objet une série d'images aplanétiques, virtuelles, droites et agrandies, de plus en plus éloignées (p. 458), dont la dernière sera reprise sous un très petit angle par la lentille extrême (agissant comme l'objectif simple envisagé jusqu'ici) et transformée en une image réelle, agrandie, renversée, située du côté de l'oculaire (4). Cette disposition permet d'allier à une

(1) On voit bien dans le cas actuel la différence entre une image optique qui n'envoie de lumière que suivant certaines directions, ici très rapprochées, et un objet qui rayonne en tous sens.

(2) La puissance de l'objectif est l'inverse de la distance focale.

(3) Le pouvoir séparateur est proportionnel à l'ouverture. Au contraire, la *pénétration*, c'est-à-dire la propriété de laisser voir à la fois une certaine épaisseur, demande un faisceau étroit (v. p. 462).

(4) Ce n'est pas tout à fait ainsi que l'on procède ordinairement : pour plus de commodité, on emploie des lentilles plan-convexes qui permettent d'obtenir sensiblement le même résultat, comme l'a montré Lister (voir VERDET, *Œuvres* publiées par ses élèves, IV, 951).

ouverture énorme un aplanétisme presque parfait. Les premières lentilles étant forcément simples, on corrige les aberrations chromatiques par la dernière lentille que l'on compose de plusieurs verres choisis à cet effet. Un diaphragme, intercalé ordinairement après la dernière lentille, limite exactement la surface utile de l'objectif.

L'objet à examiner est habituellement posé sur une lame de verre et recouvert par une lamelle également en verre. La lumière doit donc passer de l'objet (supposé sec) dans l'air, puis dans la lamelle de verre, puis dans une couche d'air avant de rencontrer le front de l'objectif. Ces passages successifs occasionnent des pertes de lumière très grandes pour les rayons très inclinés. En outre, les seuls rayons qui concourent à l'éclairement sont ceux qui traversent la lame, puis la lamelle sous une incidence inférieure à 42° (angle limite pour le verre au contact de l'air). On évite ces inconvénients avec les *objectifs à immersion,* imaginés par Amici. Une goutte d'eau glissée entre la lamelle et la lentille frontale atténue déjà beaucoup le mal : c'est un remède facile à employer et qui est tout indiqué dans le cas où l'objet est déjà lui-même dans l'eau sous la lamelle (1). Tandis qu'il fallait tout à l'heure un objectif à sec de 180° d'ouverture angulaire pour recueillir les rayons contenus dans un cône d'angle au sommet de 84°, un objectif à eau de 97° est capable de recevoir tous ces rayons, 48° 1/2 étant dans l'eau l'angle correspondant à 42° dans le verre (2).

D'autre part, l'introduction d'un liquide en avant de l'objectif augmente la distance focale antérieure, de sorte que la distance frontale se trouve accrue, ce qui est très utile. Pour une même distance frontale, on pourra avoir un foyer beaucoup plus court : il sera donc possible d'atteindre des grossissements que l'on ne saurait obtenir avec des objectifs à sec.

(1) Les objectifs à sec ou à eau, étant affectés dans leurs effets par la lamelle, sont établis pour une épaisseur déterminée de celle-ci (et aussi pour une certaine longueur du tube de l'instrument). Si l'on change ces conditions, il faut modifier l'objectif : de là l'emploi d'*objectifs à correction,* qui permettent de déplacer les lentilles intérieures par rapport à la lentille frontale.

(2) Un objectif à eau de 180° recevrait tous les rayons ayant traversé la lame à l'intérieur d'un cône de 126° (l'angle limite au passage du verre dans l'eau est de 63°).

La combinaison la plus avantageuse, due à Hartnack (1850), est l'*objectif à immersion homogène*, réuni à la lentille par une goutte d'huile de même indice que le verre. Si alors l'objet est semblablement noyé dans le baume [1], les rayons lumineux arrivant à l'objet à travers la lame poursuivent leur chemin en ligne droite jusqu'à la deuxième face de la lentille frontale [2]. Par conséquent, un objectif à immersion homogène de 84° recueille autant de lumière qu'un objectif à sec de 180° [3].

Ces objectifs ont même *ouverture numérique* (égale à 1), l'ouverture numérique a étant définie le rapport du rayon effectif de la dernière lentille à la distance focale principale [4].

Le pouvoir séparateur est proportionnel à l'ouverture numérique : l'étude de la diffraction montre que la distance minima de deux points que sépare l'objectif est

$$\delta = \frac{\lambda}{2a},$$

(1) Si l'objet était monté à sec, la lamelle étant devenue de fait partie intégrante de la lentille frontale, on aurait en réalité un objectif à sec, mais où la petitesse de la distance frontale ne serait plus une gêne.

(2) La première face peut alors être quelconque : dans la pratique, ce sera sensiblement un plan diamétral.

(3) En général un objectif à immersion homogène, d'ouverture angulaire 2α, recevra tous les rayons arrivant à la lame dans tous les sens sous une incidence inférieure ou égale à α.

(4) D'après la formule (VI), qui, pour les grandes ouvertures, doit s'écrire

$$n_1 \mathrm{O} \sin \alpha_1 = n_e \mathrm{I} \sin \alpha_e,$$

l'ouverture numérique peut se représenter par

$$a = n_1 \sin \alpha_1.$$

Soient en effet ρ le rayon de l'objectif, p (toujours très peu différent de f) et p' les distances respectives de l'objet et de l'image, on a

$$\rho = p' \operatorname{tg} \alpha_e,$$

ou, l'angle α_e étant très petit,

$$\rho = p' \sin \alpha_e.$$

Par suite,

$$\frac{\rho}{f} = \frac{p'}{f} \sin \alpha_e = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{O}} \sin \alpha_e = \frac{n_1}{n_e} \sin \alpha_1,$$

ce qui donne la formule indiquée, n_e étant ici égal à 1.

Un objectif à immersion homogène avec une lamelle en crown ($n = 1{,}52$) a une ouverture numérique maxima égale à 1,52. Le maximum pour un objectif à eau est 1,33. (HELMHOLTZ, *Monatsber. d. k. preuss. Akad. d. Wissensch. z. Berlin*; 1873, p. 625. — ABBE, *Schultze's Arch. f. mik. Anat.*, IX, 413; 1873.)

λ étant la longueur d'onde. En lumière blanche, λ peut être pris sensiblement égal à $\frac{1}{2}$ micron. Pour $a=1$, on aurait donc au minimum

$$\delta=\frac{1}{4}\ \text{micron},$$

et pour $a=\frac{3}{2}$

$$\delta=\frac{1}{6}\ \text{micron},$$

soit le $\frac{1}{600}$ de ce que distingue l'œil normal; et la constitution même de la lumière ne saurait permettre de descendre beaucoup au-dessous ([1]).

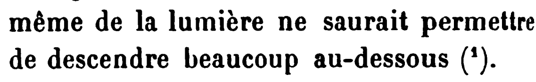




Fig. 405

Enfin l'éclairement est proportionnel au carré de l'ouverture numérique.

Oculaire. — L'oculaire est généralement composé et presque toujours négatif.

Indépendamment de la supériorité qu'il a sur un oculaire simple au point de vue de l'aberration de sphéricité, l'oculaire négatif offre encore plusieurs avantages précieux.

Cet oculaire se place de façon que son premier verre tombe en avant de l'image réelle que tend à fournir l'objectif. Les rayons qui iraient former en m' l'image d'un point m de l'objet sont alors rabattus vers l'axe en m'_1; et tel point qui était en dehors du cône cLL', et par conséquent hors du champ, devient visible : le champ est agrandi : de là le nom de *verre de champ* ou *verre collecteur* que porte la première lentille, $L_1L'_1$, de l'oculaire négatif. Il est vrai que le grossissement dû à l'objectif se trouve diminué; mais le rapprochement de l'axe permet d'employer comme *verre de l'œil* une lentille plus convergente que la lentille LL'; et finalement

([1]) Avec la lumière bleue, ou mieux avec les rayons chimiques (que l'on peut utiliser en remplaçant l'œil par une plaque sensible), on atteindrait le $\frac{1}{10}$ de micron, soit le $\frac{1}{1000}$ de ce que l'on voit directement.

il est possible d'obtenir un champ beaucoup plus grand en conservant la même puissance. Tel est le problème résolu par la combinaison indiquée plus haut, ainsi que nous allons le prouver.

Le rayon de la partie visible dans le plan focal de l'objectif est toujours

$$c = \frac{fR_1}{d},$$

f étant la distance focale de l'objectif, R_1 le rayon du premier verre de l'oculaire, et d la distance du deuxième point nodal de l'objectif à ce premier verre de l'oculaire.

Mais le rapport du rayon R_1 à la distance focale F_1, ou, en d'autres termes, la *raison d'ouverture* ϖ_1 de la lentille doit être regardée comme donnée ([1]). On peut donc écrire

$$c = \frac{f\varpi_1 F_1}{d},$$

ϖ_1 étant une quantité pratiquement constante.

Cela posé, comparons l'oculaire négatif à un oculaire simple de même puissance P, le grossissement g de l'objectif restant identique ([2]).

Le grossissement g a pour mesure $\frac{l}{f}$, f étant la distance de l'objet au premier point nodal de l'objectif (distance que nous avons identifiée à la distance focale principale), et l la distance de l'image au deuxième point nodal. Mais cette distance diffère toujours peu de d ([3]). On a donc très sensiblement, dans tous les cas,

$$c = \frac{\varpi_1}{g} F_1,$$

autrement dit, le rayon de la partie visible est proportionnel à la distance focale du premier verre de l'oculaire.

([1]) Ordinairement voisine de $\frac{1}{6}$, elle varie un peu suivant les constructeurs, mais elle ne dépasse pas $\frac{1}{4}$.

([2]) Par conséquent la puissance du microscope, qui est égale au produit gP du grossissement g de l'objectif par la puissance P de l'oculaire, est supposée invariable.

([3]) Dans l'oculaire simple, $d = l + F$; dans l'oculaire d'Huygens, $d = l - \frac{1}{2} F_1$.

D'où ressort la comparaison suivante :

Oculaire simple (Képler) $c = \frac{w_1}{gp}$,

Oculaire négatif (Huygens) $c = 2\frac{w_1}{gp}$.

Pour une même puissance, l'oculaire d'Huygens découvre un champ linéaire double de celui que fait voir l'oculaire de Képler [1].

D'ailleurs, dans chaque espèce d'oculaire le produit du champ par la puissance est un nombre constant : on perd nécessairement d'un côté ce que l'on gagne de l'autre.

Avec l'oculaire d'Huygens, comme avec un oculaire simple, la place du diaphragme est au premier foyer F_2 du verre de l'œil.

L'anneau oculaire est toujours à très peu près au second foyer F' du système oculaire, les rayons qui arrivent sur ce système étant presque parallèles.

A l'époque où Huygens imagina son oculaire, on ne savait pas construire d'objectifs achromatiques. Il était donc important de corriger, au moyen de l'oculaire, les colorations provenant de



Fig. 406

l'objectif. Soient rr' et vv' les images rouge et violette données par l'objectif, images qui sont sensiblement comprises dans un même angle ayant son sommet au centre optique (ou plus exactement au deuxième point nodal) de l'objectif. Le verre de champ C transforme ces deux images en deux autres $r_1r'_1$ et $v_1v'_1$ qui,

(1) Le doublet de Wollaston donnerait au contraire un champ moindre

$$c = \frac{5}{6}\frac{w_1}{gp}.$$

vues à travers le verre de l'œil C', produiront à leur tour deux images RR' et VV'. Or on conçoit que les choses puissent être arrangées de telle sorte que ces deux images finales RR' et VV' soient vues sous un même angle. Les deux images rouge et violette et toutes les images intermédiaires se superposent alors pour former une image incolore [1].

Aujourd'hui on construit des objectifs achromatiques. L'oculaire doit donc être lui-même achromatique. Les proportions habituellement adoptées satisfont en effet à cette condition [2]; et on ne les

[1] La figure ci-contre suppose l'œil accolé à la lentille C'. En réalité, d'après ce que nous avons vu plus haut, l'œil sera à l'anneau oculaire, c'est-à-dire sensiblement au second foyer F' du système CC'. Ce sont donc les directions F'R' et F'V' qui devront coïncider.

[2] Voici en effet les considérations qui ont conduit aux règles pratiques admises dans la construction de l'oculaire négatif (fig. 403).

Un rayon venant du centre de la face terminale de l'objectif pour toucher le bord du verre A_1 va sensiblement passer, après réfraction dans le verre, au deuxième foyer F'_1. Si nous supposons que ce rayon touche aussi le bord du deuxième verre (condition à laquelle on devra satisfaire si l'on veut ne pas perdre de champ tout en atteignant la plus grande puissance possible), on aura $\frac{R_1}{f_1}=\frac{R_2}{A_2F'_1}$; mais, d'après la règle pratique indiquée plus haut, on doit avoir $w_1=w_2$, ou $\frac{R_1}{f_1}=\frac{R_2}{f_2}$; et par conséquent $A_2F'_1=f_2$: le foyer F'_2 du deuxième verre doit coïncider avec le foyer F'_1 du premier. L'écartement e des deux verres est donc lié à leurs distances focales par cette première relation

$$e=f_1-f_2. \qquad (1)$$

L'achromatisme fournira une seconde équation. Pour que la puissance du système $P=\frac{f_1+f_2-e}{f_1f_2}$ ne varie pas avec la couleur, il faut que la différentielle de P par rapport à l'indice soit nulle, c'est-à-dire que

$$\frac{f_1df_2}{f_2}+\frac{f_2df_1}{f_1}=e\left(\frac{df_2}{f_2}+\frac{df_1}{f_1}\right).$$

Si l'on suppose maintenant que les deux lentilles ont le même indice n et la même forme, par exemple qu'elles sont toutes les deux plan-convexes, on a

$$\frac{df_1}{f_1}=-\frac{dn}{n-1}=\frac{df_2}{f_2};$$

et l'équation précédente devient

$$2e=f_1+f_2. \qquad (2)$$

Des deux équations (1) et (2) on tire

$$f_1=\frac{3e}{2}, \qquad \text{et} \qquad f_2=\frac{e}{2};$$

telles sont en effet les valeurs recommandées par Dollond.

modifie que très peu pour corriger la faible aberration chromatique qui peut subsister dans l'objectif.

L'oculaire d'Huygens a encore l'avantage d'atténuer la courbure du champ ([1]). L'image réelle produite par l'objectif est convexe du côté de l'observateur. Si on la regarde avec un oculaire simple, cette convexité est augmentée, puisqu'une loupe donne déjà une apparence convexe à un objet plan ([2]). Mais le verre de champ remplace l'image réelle convexe par une image réelle concave que le verre de l'œil pourra donc faire paraître plane.

En résumé, l'oculaire d'Huygens l'emporte sur celui de Képler par l'aplanétisme, par l'achromatisme, par la planéité des images, et, avant tout, par le champ, ce qui le fait préférer des opticiens.

L'oculaire de Ramsden ne conviendrait pas autant. L'aberration de sphéricité y est sans doute moindre que dans un oculaire

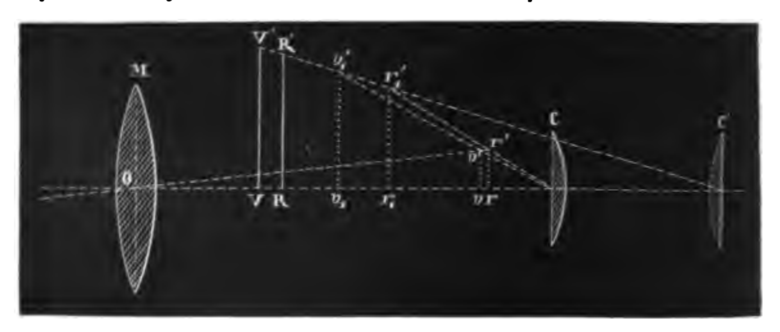


Fig. 407

simple. Mais le champ n'est pas aussi étendu que dans l'oculaire d'Huygens, quoiqu'il le soit plus que dans celui de Képler : on a en effet ([3])

$$\text{Oculaire positif (Ramsden)} \quad c = \frac{4}{3}\frac{w_1}{gP}.$$

([1]) Voir Pellat, *Cours de physique* (*Mathématiques spéciales*), II, 493. Paris, Paul Dupont; 1886.

([2]) Ceci résulte immédiatement de ce qui a été dit plus haut sur la courbure du champ (430). D'après le principe du retour inverse des rayons, une calotte sphérique passant par le foyer principal d'une lentille plan-convexe et concentrique à la face courbe donne à l'infini une image plane; un plan donne une image convexe du côté de la lentille.

([3]) Nous supposons toujours que l'on prend $d = l$, bien qu'ici $d = l + \frac{1}{4}F_1$.

L'oculaire de Ramsden se plaçant au delà de l'image réelle émanant de l'objectif, on aura la possibilité de disposer le diaphragme en dehors de l'oculaire. Cette adaptation, précieuse dans la lunette astronomique, n'a pas la même importance ici.

La figure 407 montre comment un oculaire positif permet de remédier au défaut d'achromatisme de l'objectif [1]. Mais, fonctionnant à la manière d'une loupe double, cet oculaire n'aplanirait pas le champ.

Corps. — L'objectif et l'oculaire sont montés aux deux extrémités d'un tube de longueur constante, ou plutôt le tirage de la portion qui porte l'oculaire est réglé d'avance en vue du grossis-

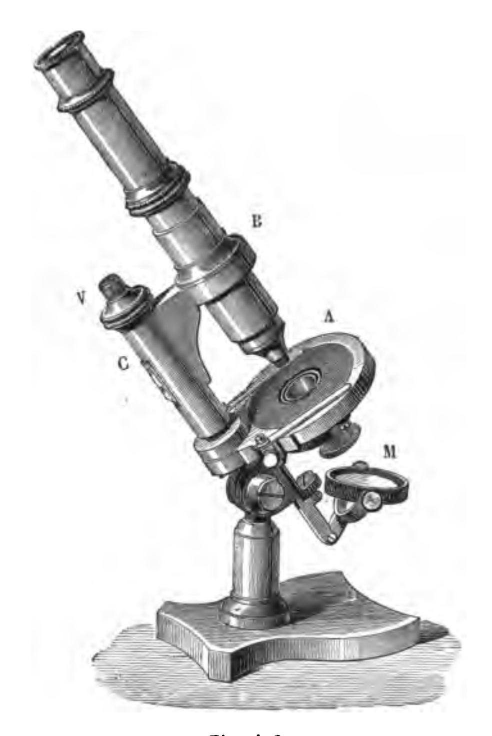


Fig. 408

sement que l'on veut obtenir. La préparation à examiner, placée sur la platine, est éclairée par transparence au moyen d'un

[1] Même remarque que pour la figure 406.

miroir disposé dans le pied de l'instrument. Quand on se sert d'un objectif de grande ouverture, il faut employer en outre un *condenseur* qui se fixe immédiatement sous la platine. La figure 409

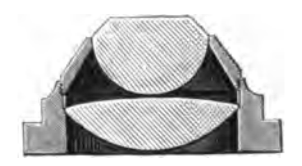


Fig. 409

représente un condenseur d'Abbe, pour objectif à immersion homogène.

Mise au point. — On effectue la mise au point en déplaçant le corps du microscope, tout entier, d'un mouvement rapide, puis d'un mouvement lent, de façon que l'image réelle formée par l'objectif (et le verre de champ) soit amenée au foyer du verre de l'œil (¹).

Perte apparente d'accommodation de l'œil regardant au microscope. — Quiconque regarde dans un microscope mis au point, est frappé de cette circonstance qu'un très faible déplacement de l'appareil suffit (surtout avec les forts grossissements) à faire disparaître complètement l'image. Il y a là une perte apparente d'accommodation dont on se rend compte sans difficulté : l'objet étant situé tout près du foyer d'un système très convergent, un déplacement extrêmement petit et qu'il serait facile de calculer, fait parcourir à l'image réelle le chemin minime compris entre les deux positions pour lesquelles l'image virtuelle est aux deux limites de la vision distincte, de sorte qu'en deçà et au delà tout devient confus et ne tarde pas à s'effacer entièrement.

Instrument pour la photographie. — En tirant suffisamment l'oculaire, on obtiendra sur un écran une image réelle. Il est donc aisé de combiner un dispositif permettant de prendre des photographies très amplifiées d'objets microscopiques.

Mesure de la puissance. — La puissance d'un microscope étant égale au produit du grossissement de l'objectif par la

(¹) Nous savons la signification de ce langage abrégé.

puissance de l'oculaire, la détermination numérique de ces deux facteurs suffit évidemment pour définir la valeur du produit.

Afin d'évaluer le grossissement de l'objectif, on place sur la platine de l'instrument un micromètre objectif, c'est-à-dire un micromètre sur verre, qui présente ordinairement 1 millimètre divisé en 100 parties égales; on met au point comme d'habitude. Si l'oculaire est négatif, on l'enlève, on le remplace par un oculaire positif muni en son foyer d'un micromètre oculaire sur lequel seront inscrites, par exemple, 50 divisions valant chacune $\frac{1}{10}$ de millimètre; et, sans toucher au corps de l'appareil, on amène cet oculaire en position telle que son micromètre soit dans le plan de l'image réelle donnée par l'objectif. On voit alors quel nombre n de divisions du micromètre oculaire couvre 1 division grossie du micromètre objectif : le grossissement de l'objectif est $g = 10n$.

La puissance de l'oculaire, qui n'est autre chose que l'inverse de sa distance focale, s'appréciera très exactement par la méthode de M. Cornu (429) (¹).

Au lieu d'opérer de la manière précédente, on peut aussi, en considérant le verre de champ comme partie de l'objectif, mesurer : 1° le grossissement du système, objectif et verre de champ, à l'aide du micromètre objectif et d'un micromètre oculaire logé à l'intérieur de l'oculaire négatif à la place du diaphragme (²); 2° la puissance du verre de l'œil.

Non seulement ce procédé fournit un contrôle du premier, mais il comporte une détermination (la première) qui fait connaître ensuite la grandeur d'un objet d'après le nombre de divisions occupées par celui-ci sur le micromètre oculaire. Si, par exemple, 2 divisions du micromètre objectif valaient, grossies, 5 divisions du micromètre oculaire, 1 division du micromètre oculaire repré-

(¹) Cette méthode, s'appliquant à un système optique quelconque, permettrai d'obtenir d'un seul coup la puissance du microscope en bloc; mais, comme dans la pratique on combine de diverses manières les objectifs et les oculaires dont on dispose, il vaut mieux déterminer à part la valeur de chacun.

(²) Le tube qui porte les deux verres doit être agencé de façon à rendre possible l'introduction de ce micromètre : le procédé le plus simple consiste à le former de deux portions réunies par un pas de vis, pour que l'on puisse mettre le micromètre exactement en place par rapport au verre de l'œil.

senterait $\frac{2}{5.100} = 4$ microns; un objet couvrant, grossi, 3 divisions du micromètre oculaire, aurait donc une grandeur de 12 microns.

Dans les laboratoires de recherches microscopiques on préfère, en général, mesurer, à l'aide de la chambre claire, le grossissement correspondant à chaque combinaison d'oculaire et d'objectif.

Chambre claire. — On appelle chambre claire tout appareil permettant de voir à la fois un objet (ou une image de l'objet formée par un instrument d'optique) et une feuille de papier mise à la distance convenable pour dessiner, de façon que, l'image paraissant se projeter sur le papier, on n'aura qu'à en suivre les contours avec un crayon pour obtenir un dessin exact.



Fig. 410

Ainsi une glace MN, dont le tain a été enlevé sur une petite portion *ab*, renvoie à l'œil, par la partie étamée, les rayons émanant d'un objet A et en donne une image virtuelle A', tandis qu'elle laisse voir, au travers de la partie *ab*, la pointe d'un crayon placée au même point A' sur le papier PQ (une lentille convenable, disposée sur le trajet de l'un des faisceaux lumineux, ramenant à la même distance de l'œil l'image du point A et la pointe du crayon). Mais cet appareil, très simple, exige que l'observateur tourne le dos à l'objet

pour en avoir une image droite. La chambre claire de Wollaston supprime cet inconvénient : le point A, rapproché en *a* par la

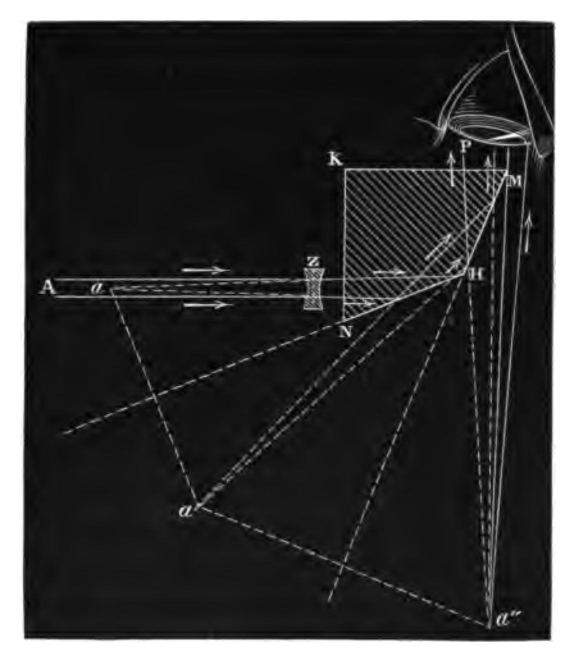


Fig. 411

lentille divergente Z ([1]), est vu en *a''* au moyen des rayons réfléchis

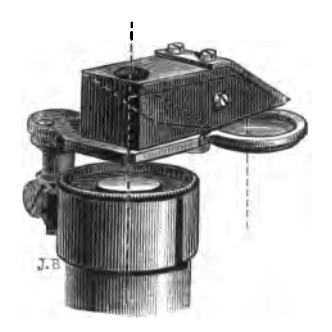


Fig. 412

successivement par les deux faces NH et HM et pénétrant dans la

([1]) M. Laussedat remplace cette lentille par une entaille sphérique sur la face KM, de sorte que le prisme KNHM agit comme une lentille plan-concave.

pupille à côté des rayons qui viennent directement de la pointe de crayon a'.

Les figures 412 et 413 représentent deux modèles de chambre claire pour microscope, qui sont dus l'un à Nachet, l'autre à Abbe, et qui se comprennent d'eux-mêmes.



Fig. 413

Si l'on installe sur le microscope une de ces chambres et que l'on regarde simultanément, à travers le microscope, un micromètre objectif et, en dehors, un crayon destiné à noter sur le papier les traits suivant lesquels se projettent les divisions du micromètre [1], il suffira de mesurer ensuite l'intervalle de ces traits pour en déduire le grossissement du microscope dans les conditions de l'expérience, c'est-à-dire l'œil étant placé comme il l'était avec la chambre claire et étant accommodé pour la distance à laquelle on a mis le papier. Après avoir fait à la chambre claire le dessin d'une préparation, on pourra ainsi, en substituant le micromètre à la préparation, marquer sur le dessin même l'échelle à laquelle il a été tracé. Mais on n'en déduira qu'imparfaitement la puissance du microscope [2].

(1) La chambre claire n'est pas indispensable : on superpose aisément l'image dans le microscope reçue par un œil et le crayon en dehors vu par l'autre.

(2) Le procédé s'appliquerait au contraire très bien à la mesure de la puissance P d'un oculaire convergent (l'oculaire négatif devrait être retourné, le verre de champ du côté de l'œil). On viserait, à la chambre claire, directement, un collimateur portant en son foyer une échelle en millimètres et, à travers l'oculaire, un micromètre oculaire au $\frac{1}{10}$ de millimètre. L'œil adapté pour voir l'échelle à l'infini percevrait nettement le micromètre quand celui-ci serait exactement au foyer de l'oculaire et constaterait que m divisions du micromètre couvrent n divisions de l'échelle. Les m divisions du micromètre étant vues à travers l'oculaire sous l'angle $\frac{m}{10F} = \frac{mP}{10}$, et les rayons qui viennent du

Détermination du pouvoir séparateur. — Dans les meilleurs instruments actuels, le pouvoir séparateur atteint 1/4 de micron, ce qui est bien près de la limite théorique établie plus haut.

C'est en général par l'examen de *test-objets* et particulièrement des diatomées suivantes : *pleurosigma angulatum, surirella gemma, amphipleura pellucida*, que l'on juge de la valeur pratique d'un microscope.

446. Lunette astronomique. — *Principe.* — La lunette astronomique se compose, comme le microscope, d'un objectif convergent et d'un oculaire convergent. Mais si les moyens employés sont essentiellement les mêmes, l'application en est bien différente,

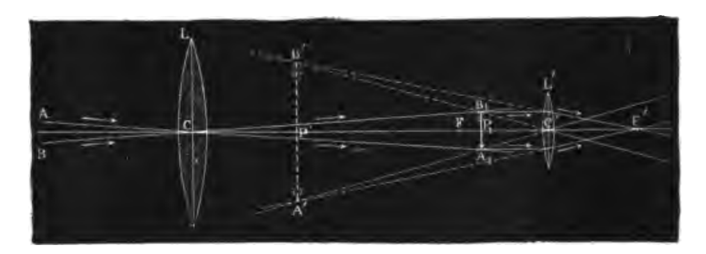


Fig. 414

l'objet se trouvant ici à une distance extrêmement grande, pratiquement infinie [1]. Par conséquent, l'objectif donne en son foyer une image réelle, renversée, très petite, que l'on examine au moyen de l'oculaire, situé de manière que son premier foyer coïncide sensiblement avec le deuxième foyer de l'objectif. La longueur de l'appareil est donc à très peu près $F+f$, F étant la longueur focale principale de l'objectif et f celle de l'oculaire.

collimateur de longueur focale φ comprenant entre eux un angle $\frac{n}{\varphi}$, on aurait très exactement

$$\frac{m\mathrm{P}}{10}=\frac{n}{\varphi},$$

d'où P (Voir Pellat, *loc. cit.*, p. 593).

(1) Entre le microscope et la lunette astronomique, on a tous les intermédiaires. Tels sont les *viseurs* employés dans les laboratoires de physique pour observer à quelques mètres ou même quelques centimètres de distance : dans ces appareils la raison d'ouverture de l'objectif est d'environ $\frac{1}{10}$.

C'est d'ailleurs nécessairement l'oculaire qui sert à effectuer la mise au point, laquelle présente les mêmes circonstances que dans le microscope : une vue courte exige que l'oculaire soit plus enfoncé; l'accommodation paraît supprimée dès que la puissance est un peu grande.

Grossissement. — Les dimensions linéaires de l'image et de l'objet ne sauraient évidemment entrer ici en ligne de compte ; les dimensions angulaires sont seules à considérer. En d'autres termes, c'est le grossissement pour un œil visant à l'infini et non la puissance qui caractérise l'instrument (1).

On voit immédiatement sur la figure que le grossissement G, c'est-à-dire le rapport des angles A'F'B' et ACB est égal au rapport des angles $A_1C'B_1$ et A_1CB_1, puisque les rayons F'A', F'B' sont parallèles aux axes secondaires $C'A_1$, $C'B_1$ (l'image A'B' est à l'infini); comme les angles sont toujours très petits, on a donc

$$G = \frac{F}{f}.$$

Pour les vues ordinaires, le grossissement diffère toujours très peu de cette valeur théorique (il est un peu plus grand pour les myopes, un peu plus faible pour les hypermétropes) (2).

Champ. — Nous ne répéterons pas ce que nous avons dit plus haut sur le champ, le diaphragme, l'anneau oculaire, la clarté, dans une lunette schématiquement réduite à deux lentilles convergentes.

Anneau oculaire. — Remarquons seulement que, par suite de la position de l'oculaire relativement à l'objectif, la distance d de l'anneau oculaire au deuxième point nodal de l'oculaire est donnée par la relation

$$\frac{1}{F+f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f},$$

ou

$$\frac{F+f}{d} = \frac{F}{f}.$$

(1) La puissance de la lunette astronomique appliquée à une étoile est toujours nulle.

(2) Dans tous les cas le grossissement est égal à $\frac{F}{\varphi}$, φ étant la distance entre l'image réelle et l'oculaire.

Or $\frac{F+f}{d}$ est le rapport du rayon R de l'objectif à celui a de l'anneau oculaire; $\frac{F}{f}$ est le grossissement. Donc le rapport des rayons (ou des diamètres) de l'objectif et de l'anneau oculaire est égal au grossissement.

D'ailleurs la distance d est encore très sensiblement égale à f, et l'anneau oculaire, beaucoup plus petit que la surface utile de l'oculaire, est habituellement plus petit que la pupille dont le rayon dans les observations de nuit peut être évalué à 4 millimètres.

Clarté. — Le rapport des grandeurs de l'anneau oculaire et de la pupille a la même influence que dans le microscope relativement à la clarté des objets de diamètre apparent sensible (soleil, lune, planètes) : si le rayon a de l'anneau oculaire est inférieur à celui p de la pupille, la clarté est moindre que 1 ; si a est égal ou supérieur à p, elle est égale à 1 [1].

[1] La raison peut en être donnée sous la forme suivante :

La quantité de lumière que l'œil reçoit de l'objet vu à travers la lunette est à celle qu'il reçoit directement du même objet (situé à la même distance) comme

$$\frac{R^2}{p^2},$$

si toute la lumière tombant sur l'objectif pénètre dans l'œil, c'est-à-dire si a est inférieur ou égal à p.

Mais si a est plus grand que p, la lumière venant à travers la lunette est arrêtée en partie par l'iris, la section du faisceau incident est réduite dans le rapport de p^2 à a^2; le rapport des quantités de lumière reçues par l'œil à travers la lunette ou directement est

$$\frac{R^2}{a^2}.$$

Dans tous les cas d'ailleurs, ces quantités de lumière éclairent des images rétiniennes qui sont dans le rapport

$$\frac{R^2}{a^2}$$

exprimant, on vient de le voir, le carré G^2 du grossissement.

Donc, dans le cas des forts grossissements, $a < p$, la clarté est

$$\frac{R^2}{p^2} : \frac{R^2}{a^2} = \frac{a^2}{p^2} < 1;$$

dans le cas des faibles grossissements, $a > p$, elle est

$$\frac{R^2}{a^2} : \frac{R^2}{a^2} = 1.$$

Mais il importe ici d'examiner un deuxième cas, celui où l'objet a un diamètre apparent insensible (étoiles). Les raisonnements sur lesquels s'appuie l'évaluation de la clarté cessent alors d'être exacts. En effet, l'image rétinienne d'un point est une certaine surface, une tache, dont la grandeur ne varie pour ainsi dire pas, que le point soit vu directement ou à travers la lunette. Si les images des objets extérieurs sur la rétine sont extrêmement grandes relativement à cette tache, on peut les regarder comme suffisamment déterminées par la théorie géométrique de la lumière. Mais cette théorie est en défaut lorsque ces images sont de dimensions comparables à la tache ; et les phénomènes se compliquent. On retrouve un résultat simple quand l'objet est un point : l'image rétinienne se réduit à une seule tache, recevant toute la lumière qui pénètre dans l'œil.

L'éclat de l'image rétinienne est donc simplement proportionnel à cette lumière. Par suite, avec $a > p$, la clarté est égale à

$$\frac{R^2}{a^2} = G^2,$$

et avec $a < p$, elle est

$$\frac{R^2}{p^2}.$$

La visibilité des étoiles est donc augmentée par une lunette puissante dans la même proportion que si l'ouverture de la pupille égalait la surface de l'objectif (¹).

De ce qui précède, il résulte aussi que, pour utiliser au mieux un objectif, on y joindra un oculaire choisi de telle sorte que l'anneau oculaire soit précisément égal à l'ouverture de la pupille.

Pouvoir séparateur. — La considération de la tache lumineuse qui représente l'image d'un point à travers l'objectif conduit en outre à la détermination de la qualité la plus essentielle de l'instrument, son pouvoir séparateur.

Le pouvoir séparateur de l'objectif, c'est-à-dire l'angle sous lequel est vue, du centre de la lentille, la distance de deux points de l'objet dont les images sont encore distinctes, est proportionnel à la

(¹) Si l'on couvre une partie de l'objectif, on ne diminue pas le champ, mais on diminue la clarté.

longueur d'onde et en raison inverse du diamètre de l'objectif. Sous ce rapport, le bénéfice est encore le même que si le diamètre de la pupille devenait égal à celui de l'objectif ([1]).

Pourvu que l'œil, armé de l'oculaire, puisse distinguer les points correspondants de l'image objective (et c'est ce qui aura toujours lieu si le grossissement est suffisant) ([2]), ce pouvoir séparateur de l'objectif exprime en même temps le pouvoir séparateur de la lunette.

Nous savons qu'un objectif de 12 centimètres sépare les deux composantes d'une étoile double ne sous-tendant que 1″. On dit qu'un tel objectif *dédouble* la seconde, ou que son *pouvoir séparateur* est de 1″, ou encore que son *pouvoir optique* est 200 000, la valeur de l'arc de 1″ différant peu de $\frac{1}{200\,000}$. Un objectif de $1^{m},20$ d'ouverture ([3]) permettrait de distinguer à la surface de la lune deux points distants de moins de 200 mètres.

Détails sur la construction. — Nous étudierons maintenant la lunette telle qu'on la construit réellement.

Objectif. — L'objectif est constitué par une lentille aplanétique et achromatique, formée habituellement d'un crown convergent, (à l'extérieur) et d'un flint divergent (à l'intérieur). Les aberrations

([1]) Voir MASCART, *loc. cit.*, p. 132.

([2]) L'angle sous lequel deux taches tangentes sont vues du centre optique de l'objectif étant $\frac{12''}{D}$ (où D est le diamètre de l'objectif en centimètres), l'angle sous lequel elles sont vues de l'oculaire est $\frac{12''}{D}\cdot\frac{F}{f}$. Pour que ces deux taches soient distinctes à l'œil, il suffit que cet angle soit supérieur à 1′, ou que l'on ait

$$\frac{12}{D}\frac{F}{f} > 60,$$

c'est-à-dire

$$f < \frac{F}{5D},$$

ou

$$f < \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{W}.$$

Si $W = \frac{1}{30}$, un oculaire de distance focale égale à 1 centimètre serait 6 fois plus puissant qu'il n'est nécessaire.

([3]) Un semblable objectif aurait un pouvoir séparateur égal à 0″,1, ou à $\frac{1}{600}$ de ce que distingue l'œil normal. La lunette astronomique et le microscope atteignent sensiblement la même limite.

seront corrigées avec le plus grand soin (1), si l'observation doit se faire avec l'œil muni d'un oculaire puissant (2).

Oculaire. — L'oculaire positif est de fait le seul employé dans la lunette astronomique.

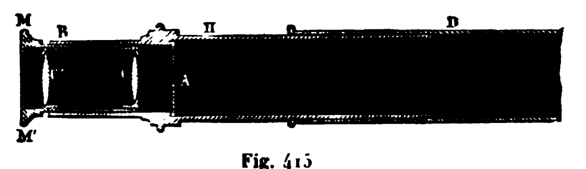


Fig. 415

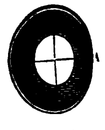


Fig. 416

Il permet en effet d'installer dans le plan focal de l'objectif, là précisément où apparaît l'image de l'astre, un *réticule*, c'est-à-dire un système de fils croisés A que l'on pourra voir à travers l'oculaire CC' en même temps que cette image et qui sera un repère extrêmement précieux. Sous sa forme la plus simple, le réticule se compose de deux fils fins croisés à angle droit. On appelle *axe optique* de la lunette la ligne qui joint la croisée des fils du réticule au centre optique de l'objectif (plus exactement, la parallèle menée par le premier point nodal de l'objectif à la ligne qui joint le deuxième point nodal à la croisée des fils du réticule). Cette direction, indépendante des déplacements de l'oculaire, déplacements inévitables pour la mise au point, est parfaitement déterminée : ce sera la ligne de visée.

(1) Pour les quatre conditions que l'on peut s'imposer, on adopte alors :
Distance focale donnée,
Achromatisme des rayons centraux,
Aplanétisme pour des rayons parallèles,
Aplanétisme pour des rayons venant d'une distance finie déterminée.

Ainsi que l'a montré Herschell, cette quatrième condition est la plus avantageuse; en outre, si les verres sont convenablement choisis, elle peut se concilier avec l'égalité de courbure des faces en contact, préconisée par Clairaut et assurément commode.

L'aplanétisme est en effet la qualité essentielle d'un bon objectif; un léger défaut d'achromatisme peut se corriger au moyen de l'oculaire, comme dans le microscope.

Dans ses objectifs, Fraunhofer prenait pour raison d'ouverture $\frac{1}{30}$, et l'on n'a pas beaucoup changé ce nombre. Les grandes ouvertures (on construit aujourd'hui des objectifs de 1m de diamètre) correspondent donc à des distances focales énormes.

(2) Quand l'image doit être photographiée (les plaques sensibles étant à grain assez grossier), il n'y a pas intérêt à pousser aussi loin la netteté; et l'on peut se donner un champ plus étendu, autrement dit un foyer plus court : alors l'accroissement d'ouverture servira surtout à abréger le temps de pose.

Considérons par conséquent un oculaire positif de Ramsden.

Le champ de pleine lumière est limité par le cône tangent intérieurement à l'objectif et au premier verre de l'oculaire. Si donc nous appelons R le rayon et F la distance focale de l'objectif, r_1 le rayon de la première lentille de l'oculaire et d la distance du deuxième foyer de l'objectif, ou du premier foyer de l'oculaire, à cette lentille $\left(\text{dans l'oculaire de Ramsden, } d=\frac{1}{4}f_1=\frac{1}{3}f\right)$, le rayon ρ du cercle découpé par ce cône dans le plan focal de l'objectif a pour expression

$$\rho=\frac{r_1 F - Rd}{F+d};$$

et, comme c'est dans ce plan que se placera le diaphragme portant le réticule, on donnera à l'ouverture du diaphragme précisément ce rayon ρ.

Le champ de pleine lumière (champ angulaire 2C) est donc défini par la relation

$$tg\,C=\frac{\rho}{F}=\frac{r_1-\frac{R}{F}d}{F+d}.$$

Ce champ est très restreint (une fraction de degré) dans les grandes lunettes.

Le champ extrême, beaucoup moins intéressant à considérer (¹), est limité par le cône circonscrit extérieurement aux deux mêmes verres.

Dans le cas de l'oculaire négatif, ou d'Huygens, le rôle des deux cônes circonscrits extérieurement et intérieurement est renversé. C'est le cône extérieur qui limite le champ de pleine lumière. On a donc $\left(d=\frac{1}{2}f_1=f\right)$

$$tg\,C=\frac{r_1-\frac{R}{F}d}{F-d}.$$

(¹) Parfois cependant, à cause de la petitesse de C, on laisse à la lunette tout le champ disponible.

Avec l'oculaire simple ou de Képler ($d=f$), on aurait évidemment

$$tg\,C=\frac{r-\frac{R}{F}f}{F+f}.$$

Donc, pour un même grossissement G de la lunette et pour une même raison d'ouverture W de l'objectif $\left(\text{environ}\,\frac{1}{30}\right)$ et une même raison d'ouverture w des verres de l'oculaire $\left(\text{environ}\,\frac{1}{6}\right)$, les valeurs respectives du champ, avec les trois formes d'oculaires, sont :

Oculaire de Képler	$\frac{w-W}{G+1}$,	c.-à-d. approx.	$\frac{w}{G}$
Oculaire de Ramsden	$\frac{\frac{4}{3}w-\frac{1}{3}W}{G+\frac{1}{3}}$,	»	$\frac{4}{3}\frac{w}{G}$
Oculaire d'Huygens	$\frac{2w-W}{G-1}$,	»	$2\frac{w}{G}$

Le champ étant toujours très restreint dans une lunette puissante, l'instrument est muni d'un *chercheur*, petite lunette peu grossissante et de champ assez étendu, au moyen de laquelle on cherche l'astre à étudier : comme les deux lunettes sont montées parallèlement l'une à l'autre, il est facile d'amener la grande lunette dans la direction voulue.

Oculaire terrestre. Longue-vue. — Outre les oculaires astronomiques, on doit aussi considérer les oculaires terrestres. Le renversement de l'image, qui importe peu dans l'observation des astres, ne saurait être indifférent lorsqu'on observe des objets terrestres. Pour se servir de la lunette astronomique en guise de longue-vue, il faut donc y ajouter un dispositif propre à redresser l'image A_1B_1 fournie par l'objectif. On emploie généralement à cet effet, d'après Schyrl de Rheita, un système de deux lentilles, dit *véhicule*, dont la figure 418 fait suffisamment comprendre le rôle. La première lentille C_1, située à une distance de A_1B_1 moindre que sa distance focale principale f_1, lui substitue une image virtuelle, agrandie et encore renversée, A_2B_2, qui vient se placer

à une distance $2f_2$ de la deuxième lentille C_2 : celle-ci donne donc de l'autre côté, à la même distance $2f_2$, une image de même grandeur A_3B_3, réelle et redressée. C'est cette image que l'on regarde



Fig. 417

avec un oculaire ordinaire. La figure représente un oculaire simple C'; dans le fait, ce sera toujours un oculaire négatif : l'oculaire terrestre se compose ainsi de quatre lentilles montées

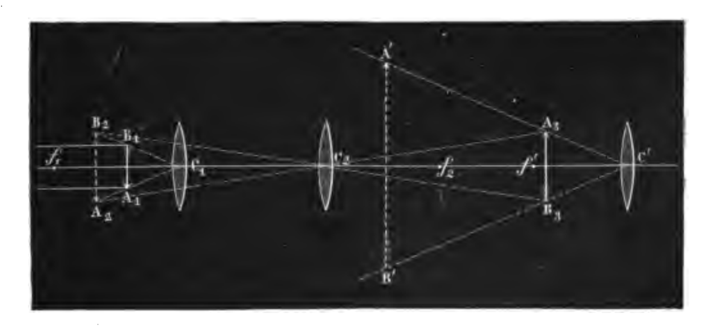


Fig. 418

dans un même tube. La première lentille C_1 projette un peu au delà de son deuxième foyer une image réelle de l'objectif par laquelle vont passer tous les rayons qui ont traversé la lentille : on encadre cette image à l'aide d'un diaphragme qui est percé d'un trou convenable et que suit de près la lentille C_2. Un deuxième dia-

phragme est disposé, selon l'habitude, entre les deux verres de l'oculaire d'Huygens. Les dimensions ordinairement admises pour le véhicule sont

$$f_1 = f_2 = \frac{3}{4}e,$$

en d'autres termes, il a pour symbole 3, 4, 3. Donc

$$f = \frac{3}{2}f_1,$$

$$\text{et } h = h' = 2f_1.$$

En prenant $p = \frac{9}{4}f_1$, soit la distance de l'objet A_1B_1 au premier verre $a = \frac{1}{4}f_1$, il vient $p' = \frac{9}{2}f_1$; par suite, la distance de l'image A_2B_2 au deuxième verre est $a' = \frac{5}{2}f_1$; et le grossissement $g=2$.

Le système entier, véhicule et oculaire d'Huygens, peut être considéré comme un microscope dont le véhicule constituerait l'objectif. Ce microscope a pour puissance $g\text{P}$, g étant le grossissement du véhicule et P la puissance de l'oculaire; donc la distance focale principale du système $f = \frac{1}{g\text{P}}$. Le premier foyer est situé à $\frac{1}{4}f_1$ en avant du premier verre, puisque c'est là que doit être placé A_1B_1 pour que $A'B'$ se forme dans le plan focal de l'oculaire; le deuxième foyer est un peu au delà du deuxième foyer de l'oculaire d'Huygens. Le système est *inverse*, suivant la dénomination adoptée par M. Gariel [1], c'est-à-dire que le deuxième plan principal est au delà du deuxième foyer (et de même le premier plan principal en avant du premier foyer), comme dans une lentille divergente, avec cette différence toutefois que les foyers sont réels, ainsi que cela a lieu dans tout système convergent.

Pour calculer le champ de la lunette astronomique munie d'un oculaire terrestre, il suffirait de chercher le rayon c de la portion de A_1B_1 vue dans le microscope auquel nous avons assimilé l'ocu-

[1] GARIEL, *loc. cit.*, p. 62.

laire, et de diviser ensuite ce rayon c par la longueur focale F. La valeur de c que nous avons établie pour un microscope à oculaire d'Huygens

$$c = \frac{2\,w_1}{g\text{P}} = \frac{2\,w_1}{f},$$

est manifestement trop petite ici, parce que la puissance $g\text{P}$ étant faible, on ne peut pas négliger au dénominateur le terme négatif, insensible dans les conditions ordinaires. Le champ sera ainsi notablement supérieur à l'angle 2C qui serait défini par l'équation

$$tg\,\mathrm{C} = \frac{2\,w}{\mathrm{G}}.$$

De tous les oculaires que nous avons passés en revue, c'est donc l'oculaire terrestre qui, pour un même grossissement, donne le champ le plus vaste. Mais il est trop difficile à bien construire et absorbe trop de lumière pour convenir en astronomie.

Mesure du grossissement. — Galilée mesurait le grossissement en regardant d'un œil à travers la lunette, de l'autre directement



Fig. 419

une échelle divisée mise à grande distance, et en constatant combien de divisions vues directement étaient contenues dans une division grossie par la lunette.

Il est généralement plus commode d'employer pour cette expérience une chambre claire : la figure ci-contre montre la disposition imaginée à cet effet par Pouillet.

On peut aussi évaluer indirectement le grossissement d'une lunette astronomique en mesurant sur la lunette réglée à l'infini le

rapport du diamètre de l'objectif au diamètre de l'anneau oculaire, ou *anneau de Ramsden*. Pour déterminer ce dernier, on se sert du *aynamètre de Ramsden* : c'est une lame de corne divisée *ab* que l'on place exactement dans le plan de l'anneau, l'objectif étant tourné vers le ciel. Une loupe double montée dans le tube *t*, mobile lui-même à l'intérieur du tube T, permet d'observer nettement le nombre de divisions auquel correspond le diamètre de l'anneau. Le diamètre effectif de l'objectif s'obtient au moyen d'un compas que l'on applique extérieurement contre celui-ci et dont

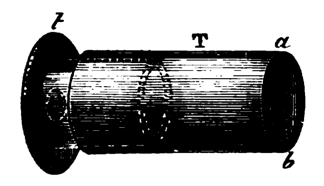


Fig. 420

on règle l'ouverture jusqu'à ce que l'on aperçoive les deux pointes du compas aux deux extrémités d'un même diamètre de l'anneau de Ramsden : on n'a plus qu'à porter ensuite le compas sur une règle divisée.

Enfin tous ces procédés ne doivent pas faire oublier celui qui consiste à mesurer directement F et f, la détermination d'une distance focale pouvant s'effectuer avec une grande précision.

Mesure du pouvoir séparateur. — Pour une ouverture donnée, le pouvoir optique se trouvera d'autant plus élevé que l'objectif sera plus parfait. On l'évalue facilement, d'après Foucault, en examinant avec la lunette un carton blanc, éloigné, sur lequel sont tracés des traits noirs parallèles, équidistants et séparés par des espaces blancs de la même largeur que les noirs. En faisant varier les conditions de l'expérience (distance du carton, grosseur des traits), on arrive aisément à rencontrer le plus petit angle sous lequel les traits soient distincts, tandis que sous un angle moindre ils n'ont plus que l'apparence d'une surface grise continue. Si, par exemple, la lunette sépare encore des traits de 1 demi-millimètre à 100 mètres, le pouvoir séparateur sera $\frac{1}{200\,000}$, ou le pouvoir optique 200 000.

Instrument pour la photographie. — En tirant suffisamment l'oculaire d'une lunette astronomique, on recueille sur un écran situé à quelque distance une image réelle et redressée de l'objet. Cette propriété, souvent mise à profit pour examiner les taches du soleil, peut être utilisée, comme dans le microscope, pour obtenir des photographies. Durant ces dernières années, l'étude photographique des astres a pris une importance considérable; et récemment les observatoires de tous les pays du globe se sont concertés pour dresser la carte du ciel.

447. Lunette de Galilée. — *Principe.* — La lunette de Galilée, dite aussi et à meilleur droit *lunette batave* ou *lunette hollandaise*, se compose d'un objectif convergent et d'un oculaire divergent, lequel est disposé de façon à remplacer l'image réelle, petite et renversée, que donnerait l'objectif, par une image virtuelle, agrandie et redressée. A cet effet, le foyer postérieur de la lentille divergente (son premier foyer) est placé un peu en deçà du point où se formerait l'image réelle due à l'objectif.

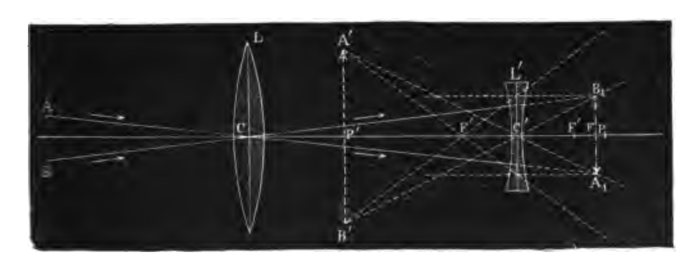


Fig. 421

Pour une vue normale visant à l'infini, le foyer postérieur de l'oculaire doit coïncider avec cette image, et comme celle-ci (même dans une lorgnette de spectacle) est toujours très sensiblement au deuxième foyer de l'objectif, le premier foyer de l'oculaire se confond alors avec le deuxième foyer de l'objectif. Si donc nous appelons F la distance focale principale de l'objectif, f celle de l'oculaire (prise en valeur absolue), la longueur de la lunette est $F-f$.

Pour un œil visant à une distance finie Δ, il faut enfoncer l'oculaire d'autant plus que la vue est plus courte : si, en effet, l'objet virtuel s'éloigne vers la droite de la lentille, l'image, qui marche

toujours dans le même sens que l'objet, avance vers la lentille qui est à sa droite ([1]).

Grossissement. — Soit O le centre de l'œil, le grossissement est

$$G = \frac{A'OB'}{ACB},$$

ou, si l'on remplace les angles par leurs tangentes,

$$G = \frac{A'B'}{\Delta} : \frac{A_1B_1}{F} = \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{F}{\Delta}.$$

Mais

$$\frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{P'C'}{P_1C'}.$$

Or, on a

$$-\frac{1}{P_1C'} - \frac{1}{P'C'} = -\frac{1}{f},$$

d'où

$$\frac{P'C'}{P_1C'} = \frac{P'C'}{f} - 1 = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{f} - 1,$$

$(f - \varepsilon)$ exprimant la distance du centre de l'œil à l'oculaire.

Donc

$$G = \left(\frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{f} - 1\right)\frac{F}{\Delta}$$
$$= \frac{F}{f}\left(1 - \frac{f + (f - \varepsilon)}{\Delta}\right).$$

Pour une vue normale visant à l'infini, le grossissement, ainsi que dans la lunette astronomique, est

$$G = \frac{F}{f}.$$

Mais ici, au contraire, les myopes perdent beaucoup. Un myope, pour lequel $\Delta = 10$ centimètres, visant dans une lunette

([1]) En enfonçant l'oculaire, on modifie le système total de sorte que son deuxième foyer (image d'un point à l'infini) soit précisément à la distance de la vision distincte.

de Galilée où $f=3^{cm},5$, l'œil aussi près que possible de l'oculaire ($f-\varepsilon=1^{cm},5$), ne profite que de la moitié du grossissement normal.

Anneau oculaire. — L'anneau oculaire (image de l'objectif à travers l'oculaire) est virtuel : c'est un cercle, de rayon $a=\frac{R}{G}$ (¹), situé très sensiblement à la distance f en avant de l'oculaire, et par lequel passent tous les prolongements des rayons émergents. Par suite, l'œil placé derrière l'oculaire à une distance peu inférieure à f voit les images virtuelles que la lunette substitue aux objets comme à travers un trou qui serait en avant à moins de $2f$ (²).

Champ. — Supposons la lunette réglée pour un œil visant à l'infini : elle constitue alors un système afocal (428), d'où la lumière émerge en formant un faisceau cylindrique dont le diamètre (qui n'est autre que celui de la pupille, $2p$) est à celui du faisceau incident dans le rapport de f à F. Si donc nous prolongeons le faisceau émergent jusqu'à l'anneau oculaire, il découpe dans le plan de cet anneau un cercle égal à la pupille, lequel est l'image virtuelle d'un cercle de rayon Gp sur l'objectif. Le grossissement n'étant jamais très grand (4 ou 5 dans une lorgnette de théâtre, 15 à 20 dans une lunette marine, 30 à 50 dans les instruments destinés aux observations astronomiques), le cercle par lequel passent à travers l'objectif tous les rayons émanés du point P et arrivant à l'œil est toujours petit. Si l'on couvre ce cercle avec un écran, on supprime l'image du point P, sans modifier d'une façon appréciable l'éclat des points voisins. Ainsi, dans la lunette de Galilée, contrairement à ce qui a lieu dans la lunette astronomique, un écran masquant une partie de l'objectif réduit le champ sans altérer sensiblement la clarté de la portion qui reste visible.

Le champ dépend donc de l'ouverture de l'objectif. On peut le déterminer de la manière suivante (³).

Supposons le centre de la pupille sur l'axe de la lunette et considérons le cône ω tangent extérieurement à la pupille et à l'anneau oculaire. Ce cône ω renferme toutes les directions des rayons émer-

(¹) Le grossissement G est encore égal au rapport du diamètre $2R$ de l'objectif au diamètre $2a$ de l'anneau oculaire.

(²) LUBINOFF, *Pogg. Ann.*, XLVIII, 405; 1873.

(³) Voir BOHN, *Carl's Repertorium*, 97 ; 1873 ; et PELLAT, *loc. cit.*, p. 527.

gents qui correspondent au champ de pleine lumière. Par conséquent, les axes optiques des faisceaux sortant de l'oculaire sont compris dans un cône C′ de même angle, ayant son sommet au centre de l'oculaire; et les axes des faisceaux incidents se trouvent à l'intérieur d'un cône C ayant pour sommet le centre de l'objectif et pour base le cercle découpé par le cône C′ dans le plan focal commun aux deux verres. Or, ce cercle a pour rayon $f\,tg\omega$; et si $(f-\varepsilon)$ et f sont respectivement les distances de la pupille et de l'anneau oculaire à la lentille oculaire supposée infiniment mince, on a

$$tg\omega = \frac{a-p}{f+(f-\varepsilon)};$$

donc le cône C est défini par la relation

$$tg\mathrm{C} = \frac{f}{\mathrm{F}}\cdot\frac{a-p}{f+(f-\varepsilon)} = \frac{a-p}{\mathrm{G}[f+(f-\varepsilon)]}.$$

Toutes choses égales d'ailleurs, le champ sera d'autant plus vaste:

1° que $(f-\varepsilon)$ sera plus petit, c'est-à-dire l'œil plus rapproché de l'oculaire;

2° que f sera plus petit : toutefois les aberrations empêchent de descendre au-dessous de 3 à 4 centimètres;

3° que G sera plus petit, d'après la règle générale.

Si l'on avait $a=p$, le champ de pleine lumière serait nul. Il faut donc que l'objectif ait un grand diamètre : on prend ordinairement 1/5 pour raison d'ouverture [1].

Avec $a=0^{\mathrm{cm}},75$, $p=0^{\mathrm{cm}},15$, $f=3^{\mathrm{cm}},5$, $(f-\varepsilon)=1^{\mathrm{cm}},5$ on aurait

$$tg\,\mathrm{C} = \frac{1}{8\mathrm{G}},$$

soit à peine le tiers du champ d'une lunette terrestre de même grossissement [2].

Clarté. — Quand la lumière vient d'une étoile, tous les rayons contenus dans le faisceau incident de rayon Gp entrant dans la pu-

[1] Puisque les rayons qui font voir un point à travers la lunette n'utilisent qu'une petite portion de l'objectif, celui-ci peut avoir une ouverture beaucoup plus grande que dans la lunette astronomique.

[2] Il est vrai qu'en déplaçant l'œil devant l'oculaire, sans toucher à la lunette,

pille donnent une image rétinienne dont l'éclairement est G^2 fois celui de l'image rétinienne de l'astre vu directement.

De même l'image rétinienne d'un objet, de diamètre apparent sensible, observé à travers la lunette reçoit une quantité de lumière G^2 fois plus grande que l'image rétinienne de l'objet regardé directement; mais cette lumière étant répartie sur une surface G^2 fois plus étendue, l'éclairement reste identique : la clarté est égale à 1.

Ainsi, au point de vue de la clarté, la lunette de Galilée se comporte théoriquement comme la lunette astronomique, dans le cas de $a > p$. Mais pratiquement elle lui est supérieure, la formation d'un foyer réel occasionnant toujours une perte très sensible de lumière (¹). A plus forte raison, est-elle beaucoup plus claire que la lunette terrestre avec toutes ses lentilles.

Détails de construction. — La construction de la lunette de Galilée est difficile. L'objectif et l'oculaire doivent être séparément

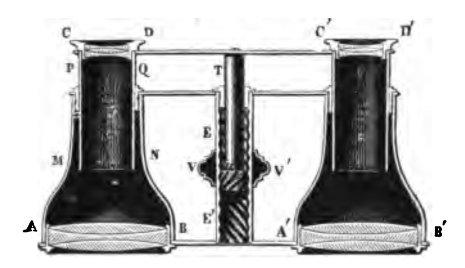


Fig. 422

aplanétiques et achromatiques. Dans les bonnes lunettes, ils se composent chacun d'un flint compris entre deux crowns; ce qui fait douze verres pour une *jumelle*. La figure ci-contre représente en coupe ce mode de lunette qui offre le grand avantage de permettre la vision binoculaire. On effectue aisément la mise au point en manœuvrant l'écrou EE' à l'aide de la molette VV' : l'écrou tournant sur lui-même fait monter ou descendre la vis *u* qui entraîne la tige T à laquelle sont attachés les deux oculaires.

Usages. — Par son peu de longueur et sa grande clarté, la lunette de Galilée convient parfaitement pour le spectacle et la cam-

on peut voir successivement différentes portions de l'espace, ce qui compense jusqu'à un certain point l'étroitesse du champ.

(¹) Brewster, *Edinb. Encycloped.*, X; et *Phil. Trans.*, 1813-14.

pagne. Mais il est difficile d'atteindre de forts grossissements [1] sans aberrations; il est impossible d'adapter un réticule : elle se prête donc mal aux observations astronomiques, et cependant c'est avec cet instrument que Galilée a fait dans le ciel toutes ses admirables découvertes.

Loupe de Chevalier ou de Brücke. — On l'utilise au contraire très bien en guise de microscope, ainsi que Galilée lui-même l'avait reconnu. Chevalier en 1839, puis Brücke en 1851 rappelèrent l'attention sur cette application et la firent entrer dans la pratique. La loupe de Brücke comprend un oculaire de lorgnette et un objectif à court foyer mais à ouverture assez grande, formé de deux lentilles achromatiques plan-convexes opposées par leurs faces courbes [2]. Cet appareil, intermédiaire entre le microscope et la lunette, permet d'observer avec un grossissement quintuple ou décuple [3] les objets placés à plusieurs centimètres de l'objectif, ce qui est très commode pour la manipulation. Le grossissement [4] peut être exprimé par

$$G=[\Delta-(f-\varepsilon)]\left(\frac{1}{F}-\frac{1}{f}+\frac{l}{F+f}\right),$$

et la distance de l'objet à l'objectif (plus exactement au premier plan principal de l'objectif) par

$$p=\frac{F}{1-\frac{F}{l+f}},$$

$(f-\varepsilon)$ étant la distance du centre de l'œil à l'oculaire et l la distance

(1) Le grossissement se mesure ainsi qu'il a été dit plus haut (446).

(2) Le système entier est géométriquement analogue à une loupe simple, plus puissante que l'objectif seul, mais dont les plans principaux seraient très écartés, le premier plan principal étant situé beaucoup en avant de l'objectif, le deuxième (avec le deuxième foyer) tombant entre l'objectif et l'oculaire, comme dans un doublet.

(3) Le tirage est assez long, de façon que l'on peut faire varier le grossissement dans des limites assez étendues.

(4) On trouve en effet immédiatement

$$G=\frac{\Delta-(f-\varepsilon)}{p'-l}\cdot\frac{p'}{p},$$

ou, p' différant très peu de $l+f$,

$$G=\frac{\Delta-(f-\varepsilon)}{f}\left(\frac{l+f}{F}-1\right),$$

ce qui est la valeur indiquée, à comparer avec celle qui se rapporte au doublet.

de l'objectif (plus exactement du deuxième plan principal de l'objectif) à l'oculaire.

Lunette retournée. — Tout le monde sait qu'en regardant par le gros bout d'une lorgnette on voit les objets rapetissés. Il est facile de s'expliquer ce phénomène. Un objet éloigné donne à travers la lentille L′ une image virtuelle située sensiblement au foyer F′ et qui est vue à travers la lentille L comme à travers une loupe. Le grossissement est donc pour un œil visant à l'infini

$$G = \frac{f}{F},$$

ou l'inverse du grossissement de la lunette employée normalement.

448. Télescopes. — *Principe.* — Un télescope (τῆλε loin, σκοπέω regarder) ne se distingue d'une lunette que par la substitution d'un miroir concave à la lentille servant d'objectif. Géométriquement, il y a équivalence entre les deux appareils. Physiquement, des différences existent qui ont fait choisir tantôt l'un, tantôt l'autre : si, en effet, un miroir est exempt d'aberration chromatique, il absorbe souvent une partie notable de la lumière. Selon le degré de perfection atteint par les fabricants, on a donc tour à tour préféré les miroirs ou les lentilles. D'ailleurs, les télescopes conviennent généralement mieux pour les observations et les lunettes pour les mesures.

Télescope de Newton. — L'image réelle produite par un miroir concave se formant du côté d'où vient la lumière, l'observateur ne pourrait pas l'examiner directement sans intercepter une partie des rayons incidents. Quand le miroir n'est pas très grand, il faut donc rejeter l'image latéralement. Le procédé le plus simple consiste, suivant l'exemple de Newton, à faire usage d'un petit miroir plan PQ, incliné à 45°, ou mieux d'un prisme à réflexion totale, qui renvoie l'image réelle $\alpha\beta$ (située au foyer) en $\alpha'\beta'$: on peut alors l'observer avec un oculaire placé en O et mobile dans un tube à tirage de façon à permettre la mise au point. Le grossissement pour un œil visant à l'infini est $\frac{F}{f}$ comme avec la lunette astronomique. L'anneau oculaire est l'image du miroir concave MM′ dans l'oculaire. Le champ est limité par le cône ayant pour sommet le centre du mi-

roir et pour base l'oculaire ramené sur l'axe dans une situation symétrique de celle qu'il occupe réellement par rapport au

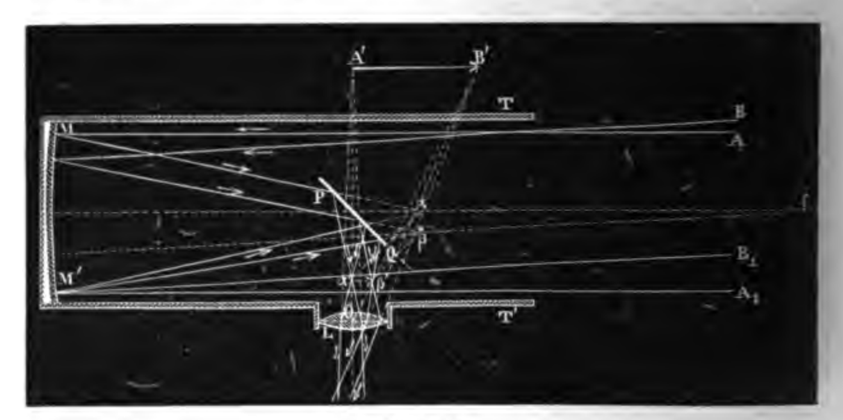


Fig. 423

miroir PQ. La clarté a, dans chaque cas, la valeur qu'elle aurait avec la lunette astronomique moins la perte résultant de la réflexion.

Télescope d'Herschell. — W. Herschell supprima le petit miroir

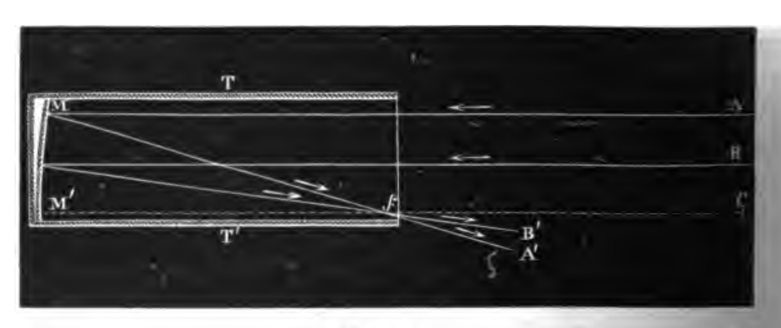


Fig. 424

plan PQ et inclina légèrement le miroir concave MM' (auquel il avait donné des dimensions considérables), de manière à amener le foyer f sur le bord du tube TT', où l'on venait l'observer.

Télescope de Gregory. — La combinaison peu avantageuse, indiquée par Gregory et figurée ci-contre, rappelle celle qu'avait imaginée Képler pour sa lunette terrestre (449), les deux premiers verres convergents étant remplacés par des miroirs concaves : l'image aérienne $\alpha\beta$, réfléchie par le grand miroir MM', tombe

entre le centre et le foyer du petit miroir NN' qui lui substitue une image $\alpha'\beta'$, réelle, amplifiée et redressée, en position convenable

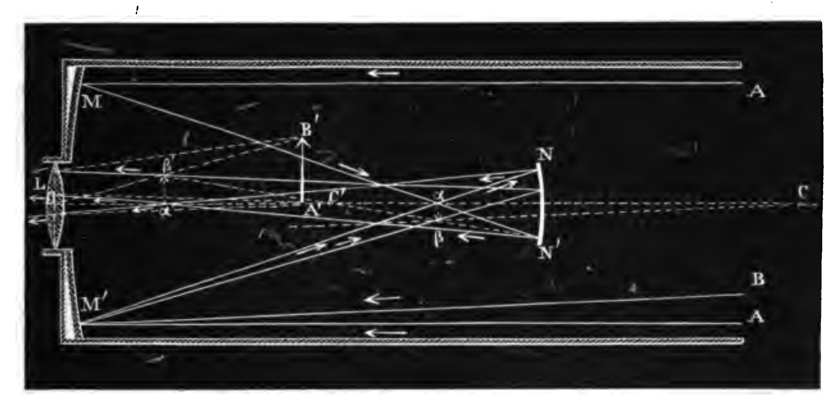


Fig. 425

pour être examinée par l'oculaire O; on met au point en déplaçant par une tige latérale le petit miroir NN'. Le grossissement est $\frac{F}{f}g$, g désignant le grossissement dû au miroir NN'.

Télescope de Cassegrain. — Le télescope de Cassegrain diffère de

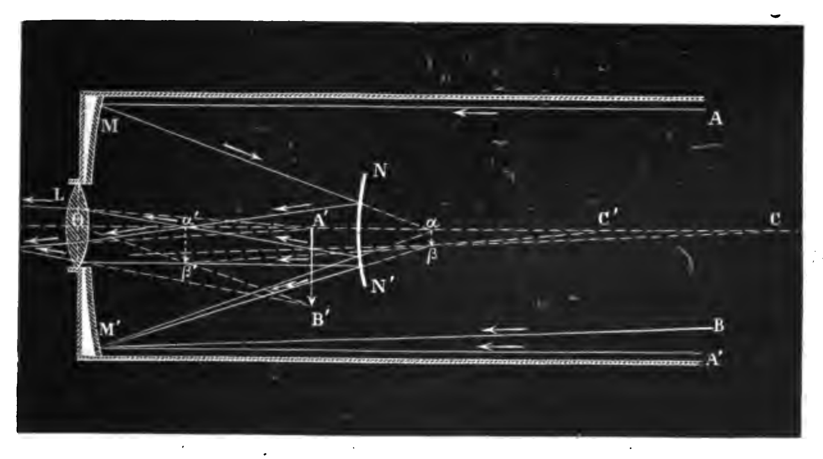


Fig. 426

celui de Gregory en ce que le petit miroir est convexe, système de beaucoup préférable parce qu'il réduit la longueur de l'appareil, détruit presque complètement les aberrations de sphéricité (les

courbures des deux miroirs agissant en sens inverse) et augmente la clarté par la suppression de l'image réelle au foyer du grand miroir. Le petit miroir NN' est placé de façon que cette image $\alpha\beta$ tomberait entre sa surface et son foyer : elle joue alors le rôle d'un objet virtuel et donne en $\alpha'\beta'$ une image réelle, amplifiée et redressée. Le grossissement est encore $\frac{F}{f}g$.

Télescope de Foucault. — Nous avons dit 420) les perfectionnements remarquables apportés par Foucault à la construction des miroirs de télescope. La netteté et la clarté des images ([1]) obtenues avec ses miroirs paraboliques lui permirent de substituer à l'oculaire ordinaire, composé de deux verres, un oculaire bien plus puissant, à quatre verres, constituant un véritable oculaire terrestre très grossissant, qui fait de l'instrument de Foucault le meilleur télescope, à la fois astronomique et terrestre, et qui



Fig. 427

([1]) L'argent a un pouvoir réflecteur très voisin de l'unité.

aboutit au même grossissement total avec des dimensions beaucoup moins encombrantes ([1]). La figure ci-jointe représente un petit appareil que Foucault avait construit pour lui-même. L'observatoire de Paris possède un grand télescope dont le miroir a $1^m,20$ de diamètre.

449. Histoire des instruments d'optique. — Les effets des lentilles sont très anciennement connus. Quatre cents ans avant J.-C., Aristophane ([2]) nous montre un débiteur qui se débarrasse d'un créancier en présentant au soleil la tablette enduite de cire sur laquelle est inscrit son compte et en faisant fondre la cire avec un de ces verres qui sont employés pour allumer le feu. Sénèque ([3]) dit que de petites lettres vues à travers une boule de verre pleine d'eau paraissent grossies. Du reste, les admirables pierres gravées de l'antiquité suffiraient pour attester l'usage de la loupe à ces époques reculées, quand même on n'en aurait pas retrouvé des spécimens parfaitement conservés (lentille de verre dans un très ancien tombeau romain, lentille plan-convexe en quartz dans les ruines de Ninive). Pline ([4]) rapporte que Néron (qui était myope) se servait d'une émeraude concave pour mieux voir les exercices du cirque. Mais on ne se rendait pas compte de ces faits. Aussi l'invention des besicles ne remonte-t-elle qu'au dernier tiers du treizième siècle ([5]).

Le microscope ([6]) fut un fruit prématuré des recherches qui

([1]) Le grossissement total d'un télescope, comme d'une lunette, est Fp, p étant la puissance de l'oculaire. Si donc on augmente p, on pourra diminuer F sans changer le produit.

([2]) Ἤδη παρὰ τοῖσι φαρμακοπώλαις τὴν λίθον
ταύτην ἑόρακας, τὴν καλὴν, τὴν διαφανῆ,
ἀφ' ἧς τὸ πῦρ ἅπτουσι; Τὴν ὕαλον λέγεις;
Ἔγωγε. Φέρε,......................
ἀπωτέρω στὰς ὧδε πρὸς τὸν ἥλιον
τὰ γράμματ' ἐκτήξαιμι... ARISTOPHANE, *les Nuées*, 766 et seq.

([3]) Literœ, quamvis minutœ et obscurœ, per vitream pilam aqua plenam majores clarioresque cernuntur. SÉNÈQUE, *Quest. nat.*, I, 6.

([4]) Nero princeps gladiatorum pugnas spectabat in smaragdo. PLINE, *Hist. nat.*, XXXVII, 5.

([5]) On l'attribue ordinairement à Salvino degli Armati, noble florentin mort en 1317. (Voir POGGENDORFF, *Histoire de la physique* [traduction Bibart et de la Quesnerie], 54.)

([6]) Sur l'histoire du microscope, consulter HARTING, *Das Mikroskop*. Braunschweig; 1859 et édit. suiv.

conduisirent à la découverte de la longue-vue. D'après Pierre Borel, médecin de Louis XIII [1], on en serait redevable à un lunettier de Middelbourg, Zacharias Jansen, qui aurait établi vers 1590 le premier microscope composé. D'autre part, Galilée construisit de ses mains en 1612 un microscope composé qu'il envoya au roi de Pologne Sigismond. Ces appareils étaient sans doute fort imparfaits. Même après que Divini (vers 1660) y eut introduit plusieurs verres à l'objectif et à l'oculaire (il formait l'oculaire de deux verres plan-convexes se touchant par leurs convexités), c'étaient encore des instruments « monstrueux, aussi gros que la jambe d'un homme, avec des verres oculaires grands comme la paume de la main [2] ». Aussi usait-on encore plutôt du microscope simple, autrement dit de la loupe; et il est à remarquer que Leuwenhöck [3], à qui l'on doit de si belles découvertes microscopiques, fit toutes ses observations avec des loupes biconvexes qu'il façonnait lui-même et dont les plus puissantes, laissées par lui à la Société royale de Londres, ne comportent pas un grossissement supérieur à 160. Cependant Hooke [4] préférait employer un microscope composé qu'il s'était arrangé avec trois verres, le verre du milieu servant simplement à augmenter le champ et s'enlevant quand on voulait observer quelque partie en détail [5]. Mais il fallut la réalisation de l'achromatisme et les progrès successifs effectués dans la fabrication et dans la taille des verres pour amener l'instrument au degré de perfection où nous le connaissons.

La première lunette pour voir de loin [6] paraît avoir été construite en 1608 par Hans Lippershey, lunettier à Middelbourg [7] :

(1) P. Borel, *De vero telescopii inventore*. Paris; 1615.

(2) Fischer, *Geschichte der Physik*, II, 98. Göttingen; 1801.

(3) Leuwenhoeck (surnommé l'oracle de Delphes, parce qu'il était né à Delft) a consigné ses découvertes dans une série de mémoires adressés à la Société royale de Londres (le premier est daté de 1673) et réunis depuis en quatre volumes qui parurent d'abord en hollandais, puis en latin à Leyde en 1724. Les *Arcana naturæ ope microscopiorum detecta* furent publiés en 1708.

(4) Hooke, *Micrographia, or philosophical description of minute bodies*. London; 1665.

(5) On reconnaît dans cette disposition l'oculaire négatif, imaginé dès 1656 par Huygens pour les longues-vues, et employé également vers la même époque à Rome, par Campani, le rival de Divini dans la construction des instruments d'optique.

(6) Voir Poggendorff, *loc. cit.*, p. 103.

(7) Borel en attribue l'invention à Zacharias Jansen, le même qui semble

elle était faite d'un objectif convexe et d'un oculaire concave, en cristal de roche. L'année suivante, Galilée (¹) ayant entendu parler de la nouvelle invention, se mit à l'œuvre et fabriqua sur le même principe une lunette qui donnait des images très nettes bien que grossies environ 30 fois : elle lui permit de découvrir les satellites de Jupiter, les phases de Vénus et de Mars, les taches du Soleil, etc., etc.

Cependant pour l'observation du ciel cette lunette est très inférieure à celle de Képler (²) où l'oculaire consiste en une lentille convergente placée au delà de l'image fournie par l'objectif : cette image se produit alors réellement et peut être examinée en même temps qu'un réticule déterminant avec le centre optique de l'objectif une ligne de visée invariable. Toutefois Képler n'a pas indiqué cette propriété, si importante pour les mesures, surtout en physique. Il laissa même à d'autres le soin de construire l'appareil dont il avait posé le principe; et plusieurs années s'écoulèrent avant que le jésuite Scheiner établît une lunette astronomique d'après les idées de Képler. L'adjonction d'un réticule et l'adaptation de la lunette munie d'un réticule aux instruments de mesure sont d'une époque beaucoup plus récente (³).

Dans sa dioptrique, Képler constitue une lunette terrestre avec un oculaire comprenant deux lentilles convergentes dont la première a pour effet de remplacer l'image aérienne renversée provenant de l'objectif par une autre image aérienne redressée (⁴).

avoir découvert le microscope. Des combinaisons de lentilles avaient déjà été tentées avec succès en Italie. Un médecin de Vérone, Fracastoro (*Homocentricorum seu de stellis liber unus.* Venise; 1538) dit que l'on voit les objets plus grands et plus rapprochés à travers deux lentilles qu'à travers une seule. Le napolitain Porta, dans sa *Magie naturelle* (éd. de 1589), parle d'une combinaison de besicles convexes et concaves permettant de voir distinctement les objets rapprochés comme les objets éloignés.

(¹) Galilée, *Nuncius sidereus.* Venise ; 1610.

(²) Kepler, *Dioptrice.* Augusta Vindelicorum (Augsbourg); 1611.

(³) En 1634, Morin, professeur de mathématiques à Paris, remplaça sur un quadrant l'alidade par une lunette. En 1640-1641, l'anglais Gascoigne imagina le micromètre, dont les astronomes Auzout et Picard firent la première application importante en 1667, dans la mesure du degré entreprise par ordre de l'Académie.

(⁴) Il y indique encore deux autres lunettes constituées l'une par un objectif convergent et deux oculaires concaves (ayant un grossissement double de celui que présente la lunette à un seul oculaire concave), l'autre par deux objectifs convergents et un oculaire convexe (ce qui réduit de moitié la longueur nécessaire avec un seul objectif).

Mais c'est au capucin Schyrl de Rheita ([1]) qu'est due la lunette à quatre lentilles biconvexes, seule employée aujourd'hui.

Il y avait, dit-on, sur le phare d'Alexandrie un grand miroir au moyen duquel on pouvait voir les vaisseaux sortir des ports de la Grèce ([2]). Toute exagération mise de côté, cette légende doit contenir une certaine part de vérité : les propriétés des miroirs ardents furent très anciennement connues, et l'on a fort bien pu jadis les utiliser pour voir au loin ([3]).

En 1616, le jésuite Zucchi construisit un appareil grossier qui se composait d'un miroir creux dans lequel on regardait avec un verre concave tenu à la distance voulue ([4]). Le minime Mersenne ([5]) reprit et développa cette idée, mais sans la mettre en pratique, empêché bien à tort par Descartes. Vingt ans plus tard, James Gregory ([6]) proposa une combinaison analogue qu'il ne parvint pas à faire exécuter d'une manière satisfaisante, mais qui fut ensuite réalisée par Hooke (1674). A la même époque, Newton en Angleterre et Cassegrain en France établirent des télescopes qui sont restés les types des appareils modernes. Le premier télescope de Newton date de 1668 et, quoique n'ayant que 6 pouces de long, il valait une lunette de 6 pieds d'alors, grossissant 30 à 40 fois ; en 1671, Newton en fit un second, un peu plus grand, qui est conservé dans la bibliothèque de la Société royale et dont le dessin se trouve dans les *Philosophical Transactions* pour 1672. Peu après, Cassegrain, professeur au collège de Chartres, publia dans le *Journal des savants* la description d'un télescope qu'il dit avoir fait avant ceux de Newton et qu'il déclare à juste titre très supérieur. En effet, en remplaçant l'objectif par un miroir, Newton ne s'était proposé que d'éviter l'aberration chromatique ; Casse-

([1]) Rheita, *Oculus Enochii et Eliæ, seu Radius sidereomysticus*. Anvers ; 1645.

([2]) Voir Libri, *Hist. des sc. math. en Italie*, I, 215, 229.

([3]) Les miroirs conviennent aussi à l'observation des petits objets. Tout télescope peut servir de *microscope catadioptrique*, si on enlève l'oculaire et qu'on dispose l'objet vers l'endroit où se formait la dernière image réelle : le grand miroir donne alors une image réelle et amplifiée que l'on amènera aisément à une place (un peu au delà du centre) où l'on puisse commodément l'examiner avec un oculaire.

([4]) Wilde, *Gesch. d. Optik*, I, 307.

([5]) Mersenne, *Phænomena hydraulico-pneumatica*, p. 96. Paris ; 1644.

([6]) J. Gregory, *Optica promota* ; 1663.

grain, par l'addition d'un deuxième miroir courbé en sens inverse, corrigeait l'aberration de sphéricité : en outre, son instrument était plus court et plus clair. Mais les avantages du système de Cassegrain n'ont été bien compris que de nos jours. C'est un télescope de Cassegrain que Warren de la Rue a fait fabriquer pour l'observatoire de Melbourne, où il rend les meilleurs services.

Tous ces premiers modèles étaient de petites dimensions et ne produisaient que des effets médiocres (¹). Aussi furent-ils presque complètement abandonnés quand Dollond fut arrivé à construire des objectifs achromatiques (1717). Mais le besoin croissant de mieux étudier le ciel et la difficulté d'obtenir de grandes lentilles de bonne qualité ramenèrent bientôt aux miroirs, et en 1785 W. Herschell entreprit pour son observatoire de Slough (près Windsor) la fabrication d'un télescope dont le miroir, incliné de façon à éviter la perte de lumière qu'occasionne la réflexion sur le petit miroir plan dans le dispositif de Newton, avait 12 mètres de foyer et $1^m,50$ de diamètre (²). Ces proportions furent encore dépassées par lord Ross, qui installa en 1842 à Birr (Irlande) un télescope dont le miroir atteignait près de 17 mètres de foyer et $1^m,80$ de diamètre. Enfin Foucault porta le travail des miroirs à un degré de perfection inconnu jusqu'alors qui rendit possibles les forts grossissements par l'oculaire et permit ainsi d'avoir des appareils d'une puissance considérable avec des dimensions moins colossales (³). En 1864, Foucault construisit dans les ateliers de Sécrétan un grand télescope (le miroir a 80 centimètres de diamètre) qui est à l'observatoire de Marseille: Il avait commencé la construction d'un miroir de $1^m,20$ de diamètre lorsque la mort vint le frapper (1868); son œuvre fut exécutée par son élève, M. Martin; l'instrument fut fabriqué par Eichens sous la direction de M. Wolf

(¹) Cependant, en 1723, John Hadley présenta à la Société royale un télescope du système de Newton, dont le miroir avait 62 pouces et demi de foyer et qui produisait les mêmes résultats qu'une lunette d'Huygens de 123 pieds de foyer.

(²) On avait établi, pour le soutenir et le mouvoir, un assemblage énorme de poutres, de cordes et de poulies, dont MONTUCLA a donné le dessin dans son *Histoire des mathématiques*, III.

(³) Les grands tubes ouverts sont souvent le siège de courants d'air qui déforment les images par les inégalités de réfraction qu'ils provoquent. Pour remédier à cet inconvénient, MM. Henry ferment le tube au moyen d'une lentille qui concourt à la production de l'image (*télescopes catadioptriques*).

et installé à l'observatoire de Paris en 1875. Le tube a $7^m,30$ de longueur. Le prisme et le microscope oculaire sont fixés à une alidade mobile dans un plan perpendiculaire à l'axe du télescope; cette alidade entraîne avec elle un chercheur coudé, dont l'oculaire se trouve à côté de celui du microscope. Tout l'appareil est monté sur un pied parallactique en fonte, de façon à suivre un astre dans sa marche. Mais la lutte entre les réflecteurs et les réfracteurs n'était pas finie ; ceux-ci viennent de remporter un grand succès

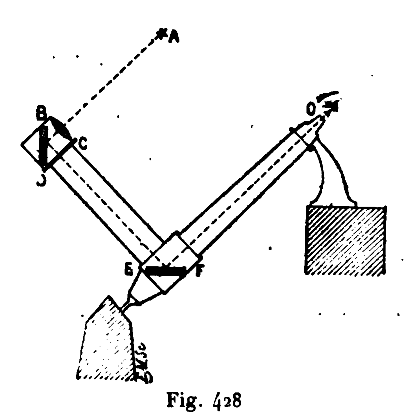


Fig. 428

avec la magnifique lunette coudée de M. Lœwy, récemment inaugurée à l'observatoire de Paris ([1]). Elle se compose de deux parties : l'une, qui part de l'oculaire, est dirigée suivant l'axe du monde; l'autre, implantée à angle droit sur la première, se termine par une boîte contenant l'objectif. La figure 428 indique la marche des rayons, partis de l'étoile A, reçus par l'objectif BC, réfléchis successivement sur les deux miroirs BD, EF, pour arriver enfin à l'oculaire O; et elle montre comment, en faisant tourner l'instrument entier autour de l'axe du monde et l'objectif autour d'un axe perpendiculaire, l'observateur peut, sans changer de position, explorer tout l'espace céleste. Le dessin ci-joint représente l'ensemble de l'équatorial, qui a été construit avec une rare perfection pour la partie optique par MM. Henry, et pour la partie mécanique par M. Gautier. L'objectif a 60^{mc} de diamètre et une longueur focale de 18^m : son pouvoir optique répond

([1]) Vior *La Nature* du 18 avril 1891.

entièrement à ces dimensions; les premiers essais ont donné

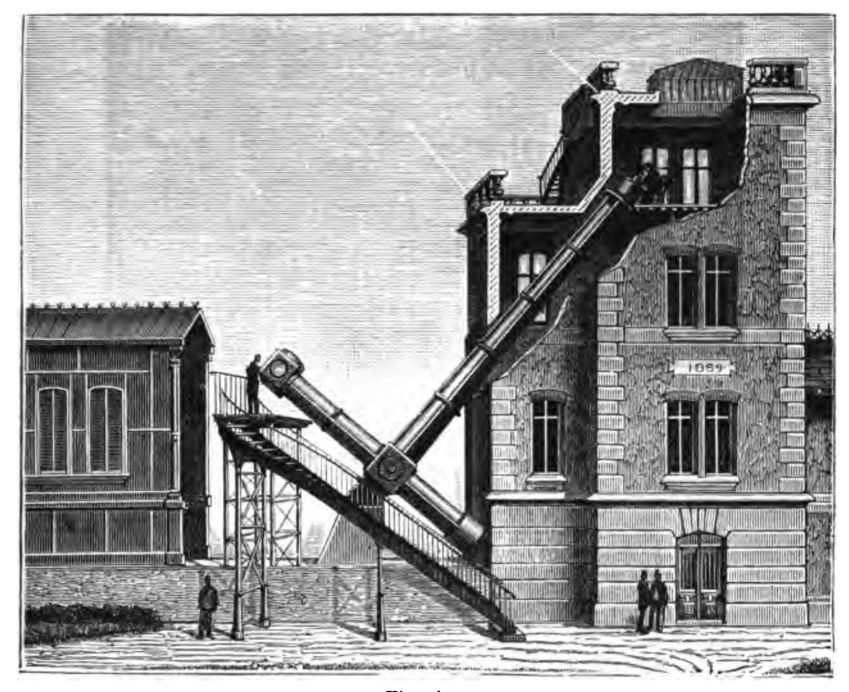


Fig. 429

des résultats tout à fait remarquables.

450. Appareils de projection et de photographie. — A côté des instruments d'optique proprement dits viennent se ranger une série d'appareils d'un usage fréquent.

Méthode générale de projection. — Ce sont d'abord les appareils de projection, qui ont pris dans les cours une place importante. La partie essentielle est un objectif (lentille ou système convergent), au moyen duquel on produit sur un écran éloigné une image réelle, agrandie et renversée de l'objet à projeter, convenablement éclairé. Pour obtenir l'éclairement nécessaire, qui doit être d'autant plus intense que l'on veut avoir un plus fort agrandissement, on a recours à un deuxième système convergent, nommé *accumulateur* ou *condenseur*, à l'aide duquel on concentre la lumière sur l'objet.

Microscope solaire. — Ainsi, dans le microscope solaire figuré ci-après, les rayons solaires, réfléchis sur le miroir MM′ d'un

porte-lumière ou d'un héliostat situé en dehors de la chambre

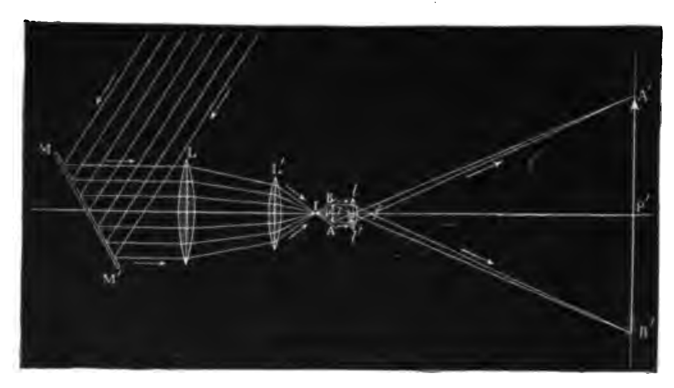


Fig. 430

noire, tombent sur le condenseur LL' (¹) et de là sur l'objet trans-

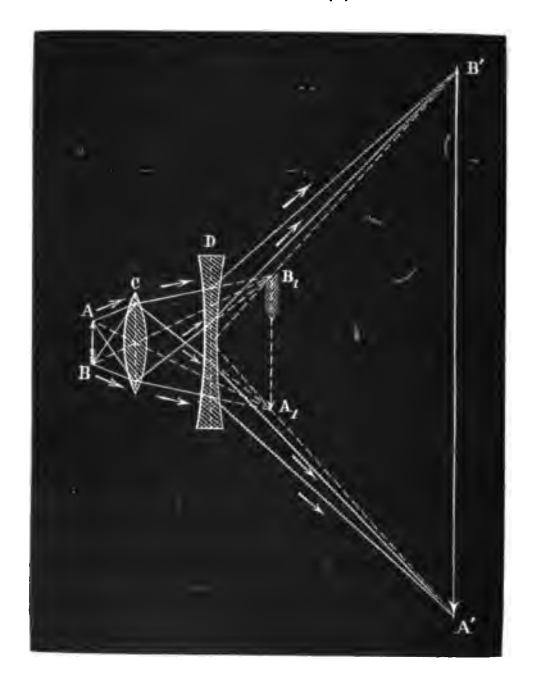


Fig. 431

parent AB, puis sur l'objectif *ll'* qui donne en A'B' une image ren-

(¹) Si l'on employait une lumière artificielle, une lumière électrique par exemple, on la disposerait au foyer d'une lentille placée en avant du condenseur, de façon à recevoir toujours sur celui-ci des rayons sensiblement parallèles.

versée et amplifiée de l'objet. Celui-ci étant placé tout près du premier foyer de l'objectif, le grossissement est très sensiblement

$$G = \frac{d}{f},$$

d représentant la distance de l'écran à l'objectif.

La figure 431 montre une disposition que l'on emploie souvent pour obtenir un grossissement considérable, sans prendre des lentilles trop convergentes : on évite ainsi les aberrations de sphéricité, et, si les verres sont convenablement choisis, on corrige les aberrations chromatiques.

Appareils de projection de Duboscq. — Duboscq a construit pour la projection un appareil (fig. 433) qui se monte sur le volet de la

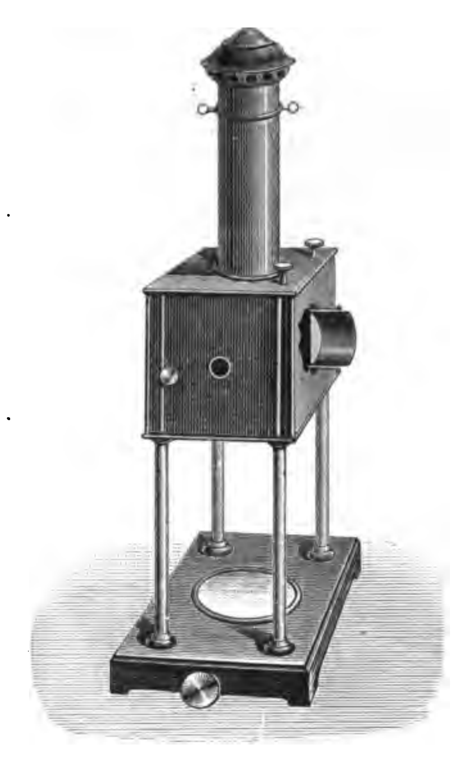


Fig. 432

chambre noire ou sur la *lanterne photogénique* représentée cidessus, et qui contient un large accumulateur formé d'une lentille

plan-convexe recevant les rayons incidents par sa face bombée [1]



Fig. 433

et d'un objectif constitué par une lentille achromatique de moindre

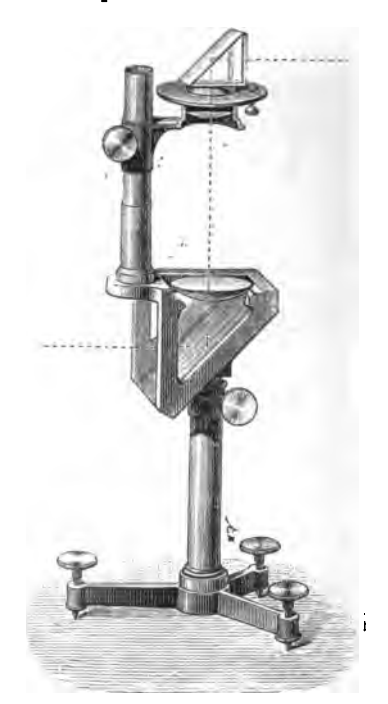


Fig. 434

diamètre. L'objet à projeter, qui doit être transparent, se met

(1) Tel est du moins le condenseur pour rayons incidents parallèles (rayons solaires ou rayons sortant de la lanterne parallélisés par sa lentille). Mais avec une source artificielle, il est plus commode de supprimer la lentille de la lan-

presque immédiatement après l'accumulateur, dont le principal rôle est alors de transformer le faisceau incident cylindrique en un cône qui tombe entièrement sur l'objectif, et même sur une petite partie de l'objectif (situé à peu près au foyer de l'accumulateur), de façon à produire une image nette dans toutes ses parties [1].

On installe le même appareil verticalement (fig. 434) pour projeter les corps transparents disposés horizontalement. On met alors les objets directement sur le condenseur éclairé par-dessous au moyen d'une glace à 45°; l'objectif, placé au-dessus et muni d'un pignon mobile le long d'une crémaillère, envoie l'image au plafond ou sur un écran vertical par l'intermédiaire d'un prisme à 45°.

Duboscq a imaginé, en outre, un prisme redresseur que l'on établit vers le deuxième foyer de l'objectif et qui retourne le

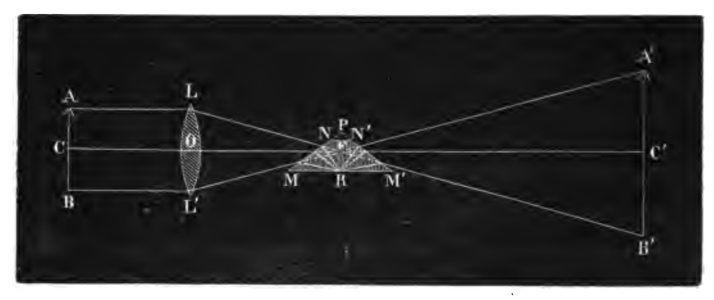


Fig. 435

faisceau par réflexion totale, comme l'indique la figure ci-jointe.

Ophtalmoscope. — La très faible quantité de lumière qui pénètre du dehors à travers la pupille est tout à fait insuffisante pour permettre de voir nettement le fond de l'œil. M. von Helmoltz a rendu un service inappréciable à l'ophtalmologie en créant l'ophtalmoscope. Sous sa forme la plus simple, c'est un miroir concave M, avec lequel l'observateur O concentre dans l'œil O′ la lumière

terne et de faire usage d'un condenseur qui est formé de deux lentilles plan-convexes en contact par leurs faces courbes et qui se place de manière à donner toujours sur l'objectif l'image de la source.

(1) Cet appareil n'est, en somme, qu'une *lanterne magique* bien construite. Due à Porta et vulgarisée par le P. Kircher, la lanterne magique se compose, en effet, d'un accumulateur formé d'une seule lentille, placée à tort après l'objet, et d'un objectif constitué également par une seule lentille non achromatique, le bon marché étant habituellement la première qualité que l'on demande à ce jouet.

d'une lampe L : il peut alors examiner aisément l'intérieur de cet

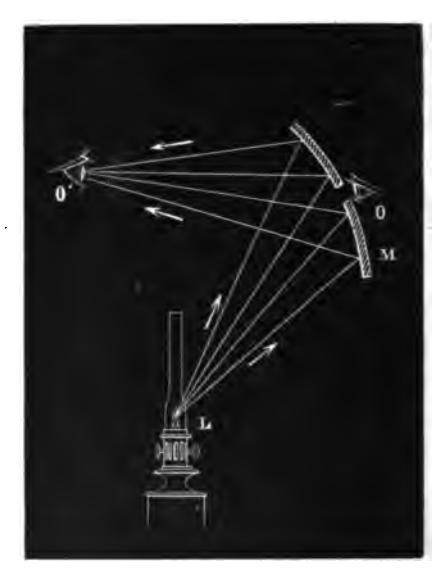


Fig. 436

œil par un trou pratiqué au centre du miroir (en s'aidant au besoin d'une lentille convenable).

Chambre noire. — Depuis l'invention de la photographie, la chambre noire (411) a pris une importance particulière. En agran-

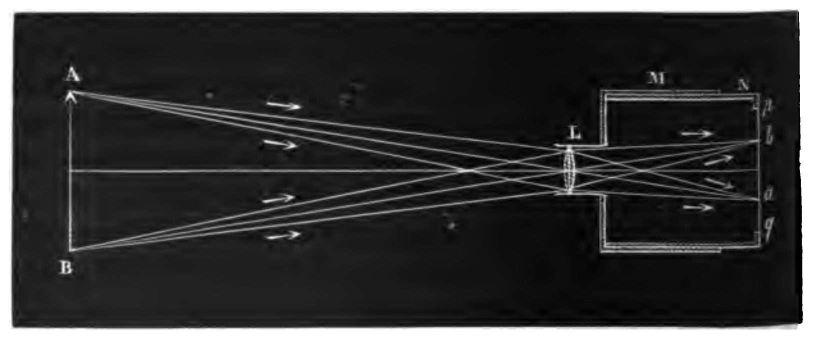


Fig. 437

dissant l'ouverture de la chambre et en y plaçant une lentille convergente, Porta avait déjà réalisé un perfectionnement notable; en effet, la quantité de lumière entrant dans la chambre était

considérablement augmentée, et en même temps l'image d'un point se trouvait (théoriquement du moins) réduite à un point situé sur l'axe secondaire passant par le centre optique de la lentille. Il est manifeste qu'une lentille unique ne peut donner de bonnes images que dans un champ très restreint.

Objectifs photographiques. — On est arrivé aujourd'hui à obtenir d'excellentes images avec des ouvertures de 70° à 75°. Mais il a fallu constituer les objectifs de deux lentilles composées chacune

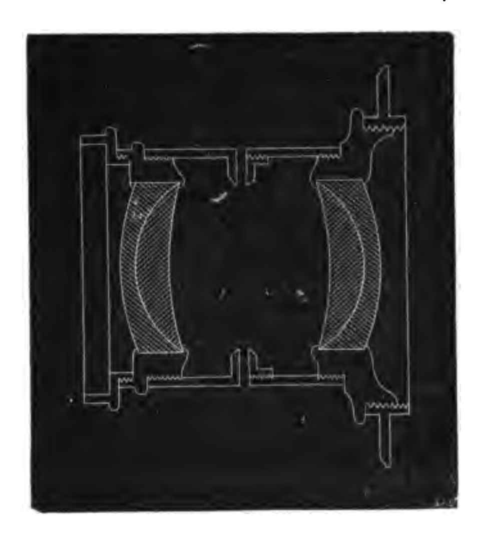


Fig. 438

de deux verres : on dispose alors de huit rayons et d'une distance, ce qui rend possible la réalisation de neuf conditions. D'abord, le conjugué d'un point situé sur l'axe principal doit être un point unique, placé à une distance déterminée, sans aberration ni de sphéricité ni d'achromatisme, ce qui représente trois conditions (440) ; en outre, pour une incidence I, le conjugué d'un point doit encore être un point et se trouver dans le même plan que le conjugué central. L'image sera alors sensiblement plane. Il faut enfin qu'elle soit semblable à l'objet. Chacune de ces trois dernières conditions compte pour deux, puisqu'elle doit être satisfaite pour deux couleurs. Rarement toutes ces conditions sont remplies. Quand le champ est un peu grand (objectifs à paysages), la similitude n'est généralement pas observée (les premiers plans sont avancés). Cette

condition est au contraire essentielle dans un objectif à portraits, qui d'autre part ne réclame pas beaucoup de champ. On y arrive au moyen des objectifs symétriques (antiplanat de Steinheil, rectilinéaire de Dallmeyer (fig. 438)). La similitude exige que les points nodaux soient sans aberration et que les axes des faisceaux passent par le milieu de l'interstice : le diaphragme occupera donc ce milieu, et le système sera symétrique par rapport à ce point.

Dès 1840, Ch. Chevalier à Paris, et Petzval, à Vienne, avaient construit des objectifs à portraits par la combinaison de deux sys-

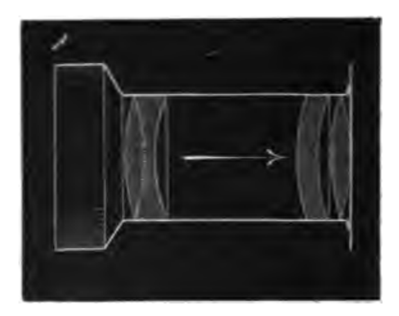


Fig. 439.

tèmes de lentilles. La figure ci-dessus représente l'objectif de Petzval, qui se compose d'un premier système achromatique et aplanétique sous une faible ouverture, suivi d'un deuxième système (ménisque divergent en flint et lentille biconvexe en crown), au moyen duquel on détruit les aberrations latérales et on donne de la profondeur au foyer.

2337-92. — Corbeil. Imprimerie Éd. Crété.



